

शिक्षक निर्देशिका

कक्षा १०

अनिवार्य गणित

पृष्ठपोषण प्राप्तिका
लागि

नेपाल सरकार

शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक : नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

© पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

प्रथम संस्करण : वि.सं. २०८१

(यो शिक्षक निर्देशिका पाठ्यक्रमले तोकेका विषयगत सिकाइ उपलब्धि पूरा गर्न तथा पाठ्यपुस्तकका क्रियाकलापको सहजीकरणमा शिक्षकलाई मदत पुगोस् भन्ने हेतुले विकास गरिएको हो । यसलाई अझ राम्रो बनाउन प्रयोगकर्ताका सुझाव भए केन्द्रको समन्वय तथा सम्पादन शाखामा उपलब्ध गराउनुहुन अनुरोध छ ।)

हाफ्रो भनाइ

शिक्षण एउटा कला हो । पाठ्यक्रम शिक्षण सिकाइको मूल आधार हो । पाठ्यपुस्तक विद्यार्थीमा अपेक्षित दक्षता विकास गर्ने एक मुख्य साधन हो । यही पाठ्यपुस्तकको सफल र अर्थपूर्ण कार्यान्वयनका लागि शिक्षकलाई सहजीकरण गर्ने सामग्री शिक्षक निर्देशिका हो । यस पक्षलाई दृष्टिगत गर्दै पाठ्यक्रम विकास केन्द्रले विद्यालय शिक्षालाई व्यावहारिक, समयसापेक्ष र गुणस्तरीय बनाउने उद्देश्यले पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यलाई निरन्तरता दिँदै आएको छ । माध्यमिक तहको शिक्षाले विद्यार्थीमा गणितीय अवधारणा र सिप एवम् जीवनोपयोगी सिपको विकासका साथै व्यक्तिगत स्वास्थ्य तथा सरसफाइसम्बन्धी बानीको विकास गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्छ । आधारभूत शिक्षाका माध्यमबाट विद्यार्थीले प्राकृतिक तथा सामाजिक वातावरणप्रति सचेत भई अनुशासन, सदाचार र स्वावलम्बन जस्ता सामाजिक एवम् चारित्रिक गुणको विकास गर्नुपर्छ । यसले विज्ञान, वातावरण र सूचना प्रविधिसम्बन्धी आधारभूत ज्ञानको विकास गराई कला तथा सौन्दर्यप्रति अभिरुचि जगाउनुपर्छ । शारीरिक तन्दुरुस्ती, स्वास्थ्यकर बानी एवम् सिर्जनात्मकताको विकास तथा जातजाति, धर्म, भाषा, संस्कृति, क्षेत्रप्रति सम्मान र समभावको विकास पनि आधारभूत शिक्षाका अपेक्षित पक्ष हुन् । दैनिक जीवनमा आइपर्ने व्यावहारिक समस्याहरूको पहिचान गरी समाधानका उपायको खोजी गर्नु पनि आधारभूत तहको शिक्षाका आवश्यक पक्ष हुन् । यी सबै पक्षको सहज प्राप्तिका लागि शिक्षण गर्न शिक्षकलाई उचित निर्देशन दिने कार्य शिक्षक निर्देशिकाले गर्ने भएकाले सोको प्रभावकारी कार्यान्वयनका लागि यस निर्देशिकाको विकास गरिएको हो ।

यस शिक्षक निर्देशिकाको लेखन तथा सम्पादन श्री विनोदप्रसाद पन्त, श्री मदन रिजाल, श्री उत्तमप्रसाद पन्त, डा.श्यामप्रसाद आचार्य र श्री रामचन्द्र ढकालबाट भएको हो । निर्देशिकालाई यस रूपमा ल्याउने कार्यमा केन्द्रका महानिर्देशक श्री इमनारायण श्रेष्ठ र श्री वैकुण्ठप्रसाद अर्याल, विषय समितिका पदाधिकारी प्रा.डा. हरिप्रसाद उपाध्याय, श्री प्रमिला बखती, श्री ज्ञानेन्द्र वन, श्री नवीन पौड्याल, श्री सत्यनारायण महर्जन र श्री अनुपमा शर्माको योगदान रहेको छ । यसैगरी श्री वासुदेव वस्ती, श्री राजुकान्त आचार्य, श्री लोकप्रसाद काफ्ले र श्री इन्द्रमणि श्रेष्ठबाट रचनात्मक सुझाव प्राप्त भएको छ । यस निर्देशिकाको भाषा सम्पादन श्री चिनाकुमारी निरौलाबाट र कला सम्पादन श्री श्रीहरि श्रेष्ठबाट भएको हो । यस निर्देशिकाको विकास तथा सम्पादन कार्यमा संलग्न सबैप्रति पाठ्यक्रम विकास केन्द्र धन्यवाद प्रकट गर्दछ ।

यसमा पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकमा निर्देश गरिएका सिकाइ सक्षकता, सिकाइ उपलब्धि, विषयवस्तुको विश्लेषण तथा सिकाइ सहजीकरणका क्रममा शिक्षकले अपनाउनुपर्ने विधि र तरिका उल्लेख गरिएको छ । यसबाट सिकाइ बालकेन्द्रित, सिकाइकेन्द्रित, अनुभवकेन्द्रित, उद्देश्यमूलक, प्रयोगमुखी र क्रियाकलापमा आधारित हुने अपेक्षा गरिएको छ । यसमा दिइएका क्रियाकलापलाई शिक्षकले आधारका रूपमा उपयोग गरी उत्पादनमूलक क्रियाकलापका माध्यमबाट विद्यार्थीको ज्ञान, सिप र धारणको विकास गराई सिकेका विषयवस्तुलाई प्रयोगिक बनाउन सक्ने छन् भन्ने अपेक्षा गरिएको छ । सिकाइ सहजीकरणका क्रममा शिक्षकलाई निरन्तर सहयोग पुऱ्याओस् भन्ने हेतुले यस निर्देशिकाको विकास गरिएको छ । कक्षामा सबै प्रकारका क्षमता भएका विद्यार्थीको सिकाइ उपलब्धिलाई वैयक्तिक रूपमै आकलन गर्न सहज होस् भन्ने ध्येय यस निर्देशिकाको रहेको छ । सिकाइ र विद्यार्थीको जीवन्त अनुभवविच तादात्म्य कायम गर्दै यसको सहज प्रयोग गर्न शिक्षकले सहजकर्ता, उत्प्रेरक, प्रवर्धक र खोजकर्ताका रूपमा भूमिकाको अपेक्षा यस निर्देशिकाले गरेको छ । यस निर्देशिकालाई अझ परिष्कृत पार्नका लागि शिक्षक, विद्यार्थी, अभिभावक, बुद्धिजीवी एवम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत विशेष भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुझावका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्दछ ।

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

परिचय

यस निर्देशिकामा शिक्षण क्रियाकलाप सञ्चालन गर्दा पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धि र गणितीय सिप विकास गराउने किसिमका क्रियाकलापहरू सञ्चालन गर्न सजिलो हुने गरी पाठ्यपुस्तकका प्रत्येक पृष्ठमा गर्न सकिने सम्भावित क्रियाकलापहरू दिइएका छन् । गणितीय सिप विकासका लागि परियोजना कार्यमा आधारित खोज विधि, प्रयोगात्मक विधि, स्थलगत अवलोकन आदि जस्ता विद्यार्थीलाई गरेर सिकने खालका विधिको अलावा समस्या समाधान विधिको चयन गर्नुपर्ने कुरालाई यस निर्देशिकाले आत्मसात् गरेको छ । प्रत्येक एकाइमा पाठ्यपुस्तकमा दिइएका पाठमा आधारित भई परिचय, शिक्षण योजना / पाठ्यांश विभाजन तालिका समेटिएका छन् । साथै कार्यघण्टाअनुसार प्रत्येक दिनका लागि सिकाइ उपलब्धि, शैक्षणिक सामग्री, क्रियाकलाप, मूल्याङ्कनका विविध पक्ष उल्लेख गरिएका छन् । यसमा दिइएका क्रियाकलाप नमुना मात्र हुन्, शिक्षकले यिनकै आधारमा बढीभन्दा बढी अभ्यास क्रियाकलाप, कक्षाकार्य गराएर गणितीय दक्षता विकास गर्नुपर्ने हुन्छ ।

निर्देशिका प्रयोग सम्बन्धमा

1. यस निर्देशिकामा समावेश गरिएका क्रियाकलापबाहेक अन्य थप क्रियाकलाप आवश्यक देखिएमा सोहीअनुसार दैनिक पाठ योजना बनाउन सकिने छ ।
2. यस निर्देशिकामा समावेश गरिएका क्रियाकलापहरू शिक्षण सिकाइका क्रममा क्रियाकलाप छनोट गर्दा सहयोग पुऱ्याउने प्रयोजनका लागि तयार गरिएको हो । त्यसैले यसमा प्रस्तुत गरिएका क्रियाकलापहरू नमुना वा उदाहरण मात्र भएकाले शिक्षकले आफ्नो परिवेशअनुरूप क्रियाकलापहरू थप गर्न र परिमार्जन गर्न सकिने छ ।
3. यस शिक्षक निर्देशिकामा पाठका लागि छुट्याइएको कार्यघण्टा अनुमानित भएको हुँदा शिक्षकहरूले शिक्षण सिकाइका क्रममा यसलाई परिवर्तन गर्न सक्नुहुने छ ।
4. पाठगत विषयवस्तु शिक्षणका लागि उल्लिखित शैक्षणिक सामग्रीको सट्टा स्थानीय रूपमा उपलब्ध हुन सक्ने उपयुक्त सामग्रीको प्रयोग गर्न सकिने छ ।
5. विद्यार्थीको मूल्याङ्कनलाई सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापको अभिन्न अङ्गका रूपमा समावेश गरी सिकाइ सुधार र विकासका लागि निरन्तर पृष्ठपोषण प्रदान गर्ने माध्यमका रूपमा विकास गर्नुपर्दछ ।
6. कुनै पाठ तथा एकाइ शिक्षणपश्चात् प्राप्त गर्नुपर्ने उपलब्धिमा आधारित भई विद्यार्थीको परीक्षण गर्ने र परीक्षणको नजिताका आधारमा सिकाइमा कमजोर देखिएका विद्यार्थीलाई सुधारात्मक सिकाइ क्रियाकलापमा सहभागी गराई उनीहरूकै गतिमा सिकाइ गर्ने र सुधार गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्दछ ।
7. प्रत्येक दिन सिकाइ सहजीकरणको क्रममा विद्यार्थी क्रियाकलापको अवलोकन गर्दै विद्यार्थीलाई दिइएको जिम्मेवारीअनुसार निर्धारित क्रियाकलापहरूमा विद्यार्थीले अवलोकन गर्ने, प्रयोग तथा परीक्षण गर्ने, शोधखोज गर्ने जस्ता सिपहरू प्रदर्शन गरे नगरेको हेरेर लेखाजोखा गर्नुपर्दछ ।
8. विद्यार्थीको कार्यका आधारमा सिकाइका लागि मूल्याङ्कन तथा आन्तरिक मूल्याङ्कन प्रयोजनसमेतका लागि प्रत्येक विद्यार्थीको प्रगतिको अभिलेख राख्नुपर्दछ । उक्त अभिलेखको आधारमा सिकाइमा कठिनाइ तथा समस्या भएका विद्यार्थी पहिचान गरी थप सहयोगका लागि निरन्तर रूपमा आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुपर्ने छ ।
9. विद्यार्थीको दैनिक सिकाइ लेखाजोखाका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड, २०८० मा दिइएका आधारहरू तथा रुब्रिक्सको प्रयोग गर्नुपर्ने छ ।
10. प्रत्येक दिनको सिकाइ क्रियाकलाप गराउने क्रममा सिकाइमा समस्या देखिएका विद्यार्थीहरूका लागि थप सहयोग गर्न प्रतिभावान् विद्यार्थीलाई प्रोत्साहित गर्ने तथा सहयोगात्मक र सहकार्य पद्धतिअनुसार सहजीकरण गर्नुपर्छ ।
11. शारीरिक कमजोरी वा विशेष क्षमता भएका विद्यार्थीका लागि न्यूनतम सिकाइ सुनिश्चित गर्न उपयुक्त मूल्याङ्कनका साधन विकास गरी सिकाइको लेखाजोखा गर्नुपर्ने छ ।
12. सिकाइ सहयोग आवश्यकता भएका विद्यार्थीलगायत सबै विद्यार्थीका हकमा न्यूनतम सिकाइ उपलब्धि हासिल भएको सुनिश्चितता नभएसम्म पृष्ठपोषणलाई निरन्तरता (Scaffolding) दिनुपर्ने छ ।

13. विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड, २०८० मा व्यवस्था भएबमोजिम विद्यार्थीको आन्तरिक मूल्याङ्कनको अभिलेखलाई प्रत्येक विद्यार्थीको कार्यसञ्चयिका (Portfolio) मा व्यवस्थित गरी अभिलेखीकरण गर्नुहोस् ।
14. प्रत्येक एकाइको अन्त्यमा दिइएका अभ्यासका प्रश्नलाई आधार बनाई तथा एकाइ परीक्षा लिई समग्र एकाइको मूल्याङ्कन गर्न सकिने छ ।
15. हरेक एकाइमा मूल्याङ्कनका साधन तथा क्रियाकलापलाई प्रयोग गर्दा रचनात्मक सोच, समस्या समाधान, सिकाइ तथा सञ्चार सिपलगायतका व्यवहारकुशल सिपको विकासमा मदत पुग्ने पक्षमा विशेष जोड दिनुपर्ने छ ।
16. परियोजना कार्य विद्यार्थी आफैँले वास्तविक संसारमा गरेर सिकने (learning by doing) सिद्धान्तमा आधारित हुने भएको हुँदा पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकमा दिइएका परियोजना कार्य सञ्चालनका लागि योजना बनाउनुपर्ने छ । उक्त योजनामा विषयवस्तुको प्रकृतिअनुसार शिक्षकको सहयोग, अभिभावकको सहयोग, तथा विद्यार्थीले व्यक्तिगत रूपमा वा समूहमा गर्नुपर्ने हो सोको सुनिश्चित गर्नुपर्दछ । यसका अलावा उक्त परियोजना कार्य कति समयमा सम्पन्न गर्नुपर्ने हो, कक्षामा कुन दिन प्रस्तुतीकरण गर्नुपर्ने हो र उक्त परियोजना कार्यलाई आन्तरिक मूल्याङ्कनसँग जोड्नुपर्ने पक्षसमेत समेट्नुपर्ने छ ।
17. कक्षामा दिइएका कार्यमा उत्कृष्ट गर्ने विद्यार्थीलाई प्रत्येकका लागि मेरिट चिट प्रदान गर्ने व्यवस्था गरी वर्षभरिमा जुन विद्यार्थीले सबै भन्दा बढी मेरिट चिट प्राप्त गरेको हुन्छ उसलाई पुरस्कारको व्यवस्था गर्ने जस्ता कार्य गरी विद्यार्थीलाई सिकाइमा उत्प्रेरित गर्न सकिने छ ।
18. गणितीय अवधारणाहरू शिक्षण गर्दा विद्यार्थी परिचित ठोस वस्तुहरूको प्रयोग, वस्तुको चित्र, उदाहरण, विद्यार्थीका अनुभव, घटनाबाट सुरु गर्नुपर्दछ ।
19. गणितीय विषयवस्तुको नयाँ अवधारणाका लागि क्रमशः ठोस (concrete), चित्र (pictorial) र सङ्केत (abstract) चरण प्रयोग गरी शिक्षण गर्नु पर्दछ ।
20. गणितमा आवश्यकता अनुसार Three stages instructional approach प्रयोग गर्नुपर्छ । कुनै पनि पाठ सुरु गर्दा कार्यपाना (Worksheet) वा सम्बन्धित विषयको समस्या दिएर व्यक्तिगत रूपमा कार्य गर्न पुग्ने गरी केही समय दिने, जोडीमा वा समूहमा काम गर्न केही समय पुनः दिने र दुवै चरणमा काम गरिसकेपछि मात्र शिक्षकले आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्ने गरी तीन चरणमा शिक्षण गर्न सकेमा विद्यार्थीमा उत्पादनमूलक प्रयासबाट सिकने अवसर प्राप्त हुन्छ । यो विधि नयाँ अवधारणाका समस्याहरूमा मस्तिष्क मन्थन गराउन, विद्यार्थीको सिर्जनशीलता विकास गराउन, समस्या समाधानका रणनीतिमा विविधिकरण ल्याउन र परिकल्पना बनाई विद्यार्थीले आफैँ परीक्षण गर्न अवसर प्रदान हुन्छ । यस रणनीतिमा विद्यार्थी सिकाइमा सधैँ सक्रिय रहने हुनाले विद्यार्थीबाट पूर्ण प्रयास पछिमात्र शिक्षकले समस्याको समाधानका लागि सहजीकरण अभ्यास गराउनु गर्नुपर्छ ।

विषय सूची

पाठ 1	समूह (Sets)	1
पाठ 2	चक्रीय ब्याज (Compound Interest)	30
पाठ 3	वृद्धि र ह्रास (Growth and Depreciation)	55
पाठ 4	मुद्रा र विनिमय दर (Currency and Exchange Rate)	76
पाठ 5	क्षेत्रफल र आयतन (Area and Volume)	86
पाठ 6	अनुक्रम र श्रेणी (Sequence and Series)	121
पाठ 7	वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)	149
पाठ 8	बीजिय भिन्न (Algebraic Fraction)	175
पाठ 9	घाताङ्क (Indices)	186
पाठ 10	त्रिभुज र चतुर्भुजहरू (Triangle and Quadrilaterals)	202
पाठ 11	रचना (Construction)	220
पाठ 12	वृत्त (Circle)	237
पाठ 13	तथ्याङ्कशास्त्र (Statistics)	257
पाठ 14	सम्भाव्यता (Probability)	283
पाठ 15	त्रिकोणमिति (Trigonometry)	303
अनुसूची		317

पाठ 1 समूह (Sets)

परिचय

गणितमा समूहका क्रिया र समूहको गणनात्मकतामा संयोजन, प्रतिच्छेदन, भिन्नता र पूरकहरू समावेश छन् जसले हामीलाई समूहहरूको तुलना गर्न र विश्लेषण गर्ने कार्यमा सहयोग गर्दछ। संयोजन क्रियामा दुई वा तीन समूहहरूका सदस्यहरूलाई नदोहोरिने गरी सङ्कलन गरिन्छ। प्रतिच्छेदन क्रिया समान सदस्यहरूको समूह तयार गरिन्छ। दुई समूहको भिन्नतामा अगिल्लो समूहमा मात्र भएका सदस्यहरू समावेश गरिन्छ। समूहको पूरक क्रियामा दिइएको समूहबाहेकका सर्वव्यापी समूहका बाँकी सदस्यहरू सङ्कलन गर्ने कार्य गरिन्छ। समूहसम्बन्धी विभिन्न कार्यहरू बुझ्न र यसका विभिन्न गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न यी अवधारणाहरू आवश्यक छन्। यस्ता समूहका क्रियाहरू सम्भावना, तथ्याङ्क सङ्कलन, कम्प्युटर विज्ञान जस्ता विभिन्न क्षेत्रहरूमा प्रयोग हुने गर्दछ।

समूहको गणनात्मकताले सम्बन्धित समूहका सदस्यहरूको सङ्ख्या बुझाउँछ। समूह क्रियाका क्रियाकलापहरूमा गणनात्मकताको महत्त्वपूर्ण भूमिका रहेको हुन्छ जसले समूहहरूका बिचमा सम्बन्धहरू स्थापना गर्न मद्दत गर्दछ। यसको प्रयोग विभिन्न क्षेत्रहरूमा जस्तै: क्याल्कुलस, बीजगणित, तथ्याङ्क विश्लेषण आदिमा भइरहेको पाइन्छ। यस पाठमा विभिन्न दुई तथा तीन भिन्न समूहहरूबिचको समूह क्रिया तथा तिनीहरूको गणनात्मकतासम्बन्धी गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने कार्य गरिने छ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धि निम्नानुसार रहेको छ :

(क) समूहका क्रियाहरू, भेनचित्र र गणनात्मकताको प्रयोग गरी तीनओटासम्म समूहसँग सम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्न।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले अनुमानित जम्मा 12 घण्टाको व्यवस्था गरेको छ। तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	दुई समूहहरूबिचको गणनात्मकताका आधारमा सम्बन्ध निर्माण र भेनचित्र प्रस्तुति	2	1 – 2, 8
2.	दुई समूहहरूबिचको गणनात्मकतासँग सम्बन्धी सामान्य शाब्दिक समस्याहरू समाधान	2	3 – 4, 8
3.	दुई समूहहरूबिचको गणनात्मकतासँग प्रतिशत र अनुपात समावेश भएका समस्याहरू समाधान	1	5 – 7, 10 – 11
4.	तीन समूहहरूबिचको गणनात्मकताका आधारमा सम्बन्ध निर्माण र र भेनचित्र प्रस्तुति	2	13 – 15, 20
5.	तीन समूहहरूबिचको गणनात्मकतासँग सम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान	3	16 – 19, 20 – 21
6.	समूहसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	
	जम्मा	12	

सिकाइ सहजीकरण गर्दा सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरू

- दुई वा तीन समूहहरूको संयोजनमा साभ्भा सङ्ख्या वा गणना र प्रतिच्छेदन क्रियामा सबै सङ्ख्याहरू वा गणना उल्लेख गर्ने
- समूह क्रियाहरूका विभिन्न गणितीय सङ्केतहरू U , \cap र पूरकहरूको उचित पहिचान र प्रयोग गर्न समस्या हुने
- समूहहरूको जानकारी दिइएको जम्मा मान समूहहरूको संयोजन हो वा सर्वव्यापी समूह हो भन्ने पहिचानमा समस्या
- दिइएका जानकारीहरू भेन चित्रमा उचित रूपमा प्रस्तुत गर्न समस्या हुने
- केवल, मात्र, बाहेक, कमसेकम, बढीमा जस्ता पदावलीले कुन समूह क्रिया जनाउँछ भनी पहिचान गर्न

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) दुई समूहलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गरी त्यसका विभिन्न भागहरूको पहिचान र नामकरण गर्न

(ख) दुई समूहहरूको गणनात्मकता निकाल्न, तिनीहरूबिचको आपसी सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

घेरा बनाउनका लागि विभिन्न रङका चक वा चुना, मार्करहरू, विभिन्न सङ्ख्याहरूका समूहहरू उल्लेख गरिएका ससाना पेपरहरू र एउटा बट्टा, A4 पेपरहरू, टेप, ससाना चार्टपेपरहरू, कैंची

पूर्वज्ञान पुनरावृत्ति क्रियाकलाप

विद्यार्थीबिच केही समय तलका प्रश्नहरू छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार क्रियाकलापमा सहजीकरण पनि गर्नुहोस् :

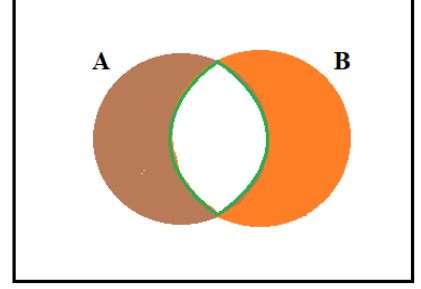
(क) यदि कुनै दुई समूहहरू एकआपसमा खप्टिएका छैनन् भने प्रतिच्छेदनको मान कति हुन्छ ?

(ख) यदि $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{ \text{विजोर सङ्ख्याहरूको समूह} \}$ र $B = \{ \text{रूठ सङ्ख्याहरूको समूह} \}$ भए यी दुई समूहहरूका साभ्भा सदस्यहरूको सङ्ख्या कति होला ?

(ग) यदि $U = \{1, \dots, 20\}$, $P = \{ 5 \text{ का अपवर्त्यहरूको समूह} \}$ र $Q = \{ 12 \text{ का गुणनखण्ड सङ्ख्याहरूको समूह} \}$ भए यी दुई समूहहरूका साभ्भा सदस्यहरूको सङ्ख्या कति होला ?

क्रियाकलाप - 1

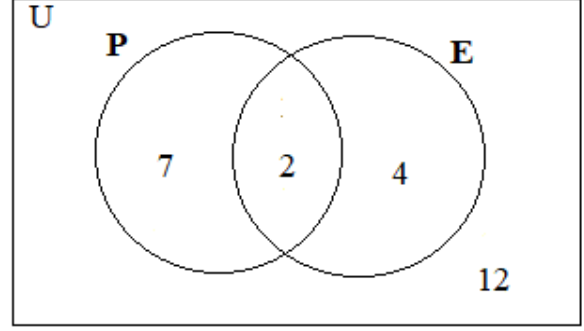
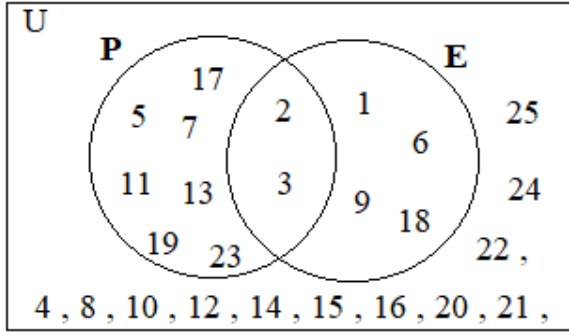
- (क) विद्यालयको कुनै खुला ठाउँ वा चउरमा चक वा चुनाको मदतले चउरमा एउटा ठुलो आयताकार घेरा बनाउनुहोस् जहाँ विद्यार्थी राम्ररी अटाउन सक्नु ।
- (ख) उक्त ठुलो आयताकार घेराको भित्रपट्टि चित्रमा देखाए जस्तै गरी दुईओटा गोलाकार खप्टिएका घेराहरू फरक फरक रडले बनाउनुहोस् ।
- (ग) दुईओटै गोलाकार घेराहरू खप्टिएको भागलाई हरियो वा अरु कुनै रडले घेरा लगाउनुहोस् ।
- (घ) हरेकले विद्यार्थीलाई एक एकओटा A4 पेपरमा ठुलो अक्षरमा आआफ्नो रोल नम्बर लेख्न लगाई आआफ्नो पिठ्युँमा टाँस्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) सबै विद्यार्थीलाई आआफ्नो कापी र कलम साथमा लिई उक्त ठुलो आयताकार घेराभित्र उभिन लगाउनुहोस् । (मानौं कक्षामा 25 जना विद्यार्थी छन् ।)
- (च) क्रियाकलापको सुरुआतमा सबै विद्यार्थीलाई उक्त गोलाकार घेराहरू बाहिर उभिन लगाउनुहोस् । यस क्रममा हरेक विद्यार्थीलाई सर्वव्यापक समूह 'U' भित्र भएका सङ्ख्याहरू आआफ्नो कापीमा टिप्न लगाउनुहोस् ।)
- (छ) अब बट्टाभित्रबाट नहेरीकन पालैपालो दुईओटा कागज निकाली आएका समूहहरू भन्नुहोस् ।



जस्तै : पहिलो कागजमा - रूढ सङ्ख्याको समूह (P)

दोस्रो कागजमा - 18 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्याहरूको समूह (E)

- (ज) माथि भनिएका सङ्ख्याहरूमध्ये आफ्नो रोल नम्बर भएका विद्यार्थी ती विभिन्न रडहरूका घेराहरूभित्र पठाउनुहोस् र बाँकी विद्यार्थीलाई त्यहीं आयताकार घेराभित्र नै उभिन लगाउनुहोस् ।
- (झ) विद्यार्थी कसरी घेराहरूमा बस्छन् सो अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।
- (ञ) अब विद्यार्थीलाई गोलामा भएका सङ्ख्याहरूको सम्पूर्ण जानकारी टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ट) यस्तै प्रकारका क्रियाकलापहरू 4 वा 5 पटक फरक फरक समूहमा गराउनुहोस् ।
- (ठ) कक्षामा आई विद्यार्थीलाई समूहमा राखी उक्त क्रियाकलापहरूबाट आएका तथ्याङ्कहरूलाई सुरुमा सूचीकरण विधिबाट र पछि गणनात्मक विधिबाट लेख्न लगाई भेन चित्रमा पनि तयार गर्न लगाउनुहोस् ।



जस्तै :

- (अ) सदस्यहरू सूचीकृत गरिएको भेनचित्र
- (आ) समूहहरूको गणनात्मकता देखाइएको भेनचित्र

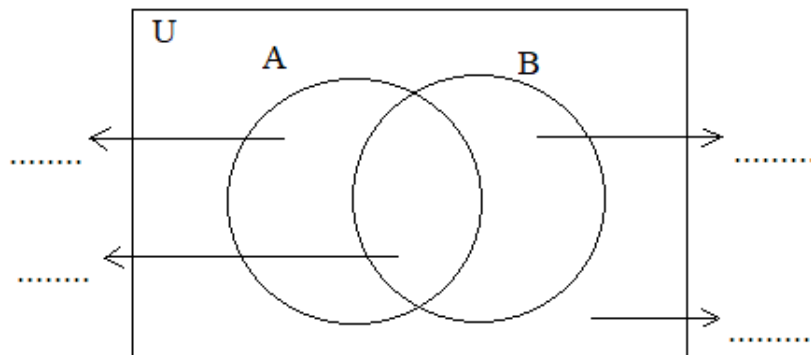
मूल्याङ्कन

- (अ) दोस्रो चित्रमा भएका सम्पूर्ण खण्डहरूको सङ्केतसहित गणनात्मक मान पनि लेख्नुहोस् ।
- (आ) दोस्रो चित्रमा $n(P \cup E)$ र $n(\overline{P \cup E})$ को मानमा केही फरक आएको छ वा छैन ? आएको छ भने कतिले फरक आएको छ ?

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा A4 पेपरमा तीनओटा खण्डका समूहहरू सर्वव्यापी समूह 'U' भित्र

बनाउन लगाई प्रत्येक खण्डका सङ्केतहरू लेख्न लगाउनुहोस् ।



- (ग) भेन चित्रबाट कुनै एक मात्र अवस्थाका रूपमा लेखिएका सङ्केतहरूलाई साधारण रूपमा व्यक्त गर्न

लगाउनुहोस् :

$$\therefore n_o(A) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n_o(B) = n(B) - n(A \cap B)$$

(घ) भेन चित्रको सहायताले $n(A \cup B)$ निकाली (ग) मा भएका सम्बन्धहरू प्रयोग गरी $n(A \cup B)$ को सूत्र निकाल्न लगाउनुहोस् :

$$n(A \cup B) = n_o(A) + n_o(B) + n(A \cap B)$$

$$= \{n(A) - n(A \cap B)\} + \{n(B) - n(A \cap B)\} + n(A \cap B)$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

त्यस्तैगरी तलको सम्बन्ध प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$\therefore n(U) = n(A \cup B) + n(\overline{A \cup B}) \text{ हुन्छ ।}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका तल उल्लेख गरिएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

(अ) यदि समूहहरू A र B एकआपसमा नखटिएका भए $n(A \cup B)$ पत्ता लगाउने सूत्र के हुन्छ, होला ?

(आ) यदि $n(U) = 145$, $n(A) = 75$, $n(B) = 81$ र $n(A \cap B) = 18$ भए $n(A \cup B)$ र $n(\overline{A \cup B})$

को मान पत्ता लगाई उक्त जानकारीलाई भेन चित्रमा पनि प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 8 को अभ्यास 1.1 को प्रश्न न. 1 देखि 3 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) दुई समूहहरूसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखनका लागि ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

यदि दुईओटा समूहहरू A र B एकअर्कासँग अलगगएका छन् भने उक्त सम्बन्धलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गरि विभिन्न समूह क्रियाहरू पनि लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना एक/एकओटा चार्टपेपरहरू वितरण गर्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको समाधान आआफ्नो कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

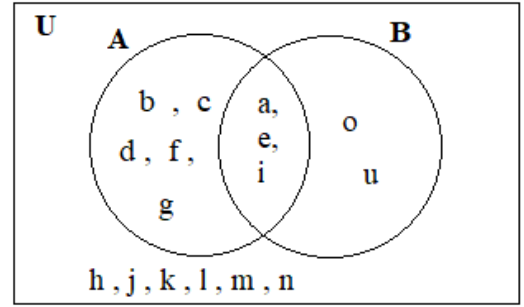
प्रश्नहरू

1. दिइएको भेन चित्र अध्ययन गरी सोधिएका

प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् :

(अ) समूहहरू A र B का सदस्यहरू सूचीकरण

विधिबाट लेखी तिनीहरूको सदस्य सङ्ख्या पनि उल्लेख गर्नुहोस् ।



(आ) समूह A का मात्र सदस्यहरू सूचीकरण विधिबाट लेखी त्यसको सदस्य सङ्ख्या पनि लेख्नुहोस् ।

(इ) समूह B का मात्र सदस्यहरू सूचीकरण विधिबाट लेखी त्यसको सदस्य सङ्ख्या पनि लेख्नुहोस् ।

(ई) सर्वव्यापी समूह U का सदस्यहरू सूचीकरण विधिबाट लेखी त्यसको सदस्य सङ्ख्या पनि उल्लेख गर्नुहोस् ।

2. यदि सर्वव्यापी समूह U का दुई उपसमूहहरू P र Q खण्टिएका छन् र क्रमशः $n(P) = 75$,

$n(Q) = 68$, $n(\overline{PUQ}) = 7$ र $n(P \cap Q) = 8$ भए,

(अ) $n(\overline{PUQ})$ मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) $n(U)$ मान कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) $n_o(P)$ र $n_o(Q)$ को मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ड) तोकिएको समयपछि प्रत्येक समूहलाई छलफलबाट प्राप्त भएको समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 3

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना एक/एकओटा चार्टपेपरहरू वितरण गर्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको समाधान आआफ्नो कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

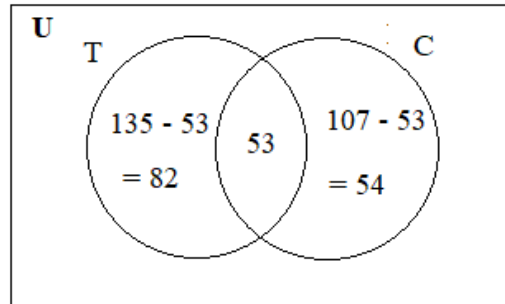
1. केही मानिसहरूको समूहमा गरिएको सर्वेक्षणअनुसार 135 जना चिया पिउन, 107 जना कफी र 53 जना दुवै पिउन मन पराउँछन् भने,
(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(आ) कति मानिसहरू कम्तीमा एकथोक पिउन मन पराउँछन् ?
(इ) कति प्रतिशत मानिसहरू एक प्रकारको मात्र पेयपदार्थ पिउन मन पराउँछन् ?

समाधान

मानौं T र C ले क्रमशः चिया र कफी पिउन मन पराउने मानिस जनाउँछ ।

$$\therefore n(T) = 135 \text{ जना} \quad n(C) = 107 \text{ जना} \quad n(T \cap C) = 53 \text{ जना}$$

दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned} n(T \cup C) &= n(T) + n(C) - n(T \cap C) \\ &= 135 + 107 - 53 \\ &= 189 \text{ जना मानिसहरू कम्तीमा एक पेयपदार्थ पिउन मन पराउँछन् ।} \end{aligned}$$

फेरि,

$$\begin{aligned} n_o(T) + n_o(C) &= n(T) - n(T \cap C) + n(C) - n(T \cap C) \\ &= 135 - 53 + 107 - 53 \end{aligned}$$

= 136 जना

$$\therefore \frac{n_o(T) + n_o(C)}{n(TUC)} \times 100 \% = \frac{136}{189} \times 100 \% = 71.96 \%$$

\therefore 71.96 % मानिसहरू एउटामात्र पेयपदार्थ पिउन मन पराउँछन् ।

2. 300 जना विद्यार्थीमा गरिएको सर्वेक्षणअनुसार 147 जना पोखरा मात्र घुम्न मन पराउँछन् , 123

जना लुम्बिनी मात्र र 21 जना यी दुवैमध्ये कुनै पनि ठाउँ घुम्न मन पराउँदैनन् भने

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) कति जना विद्यार्थी कम्तीमा कुनै एक ठाउँ घुम्न मन पराउँछन् ?

(इ) कति विद्यार्थी दुवै ठाउँ घुम्न मन पराउँछन् ?

(ई) कति प्रतिशत विद्यार्थी पोखरा घुम्न मन पराउँछन् ?

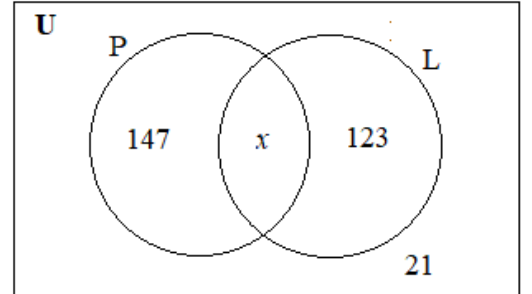
समाधान

मानौं P र L ले क्रमशः पोखरा र लुम्बिनी घुम्न मन पराउने विद्यार्थी जनाउँछ ।

$$\therefore n_o(P) = 147 \text{ जना} \quad n_o(L) = 123 \text{ जना} \quad n(\overline{P \cup L}) = 21 \text{ जना}$$

$$n(U) = 300 \text{ जना} \quad n(P \cap L) = x \text{ जना (मानौं)}$$

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



(आ) सूत्रअनुसार,

$$n(U) = n(P \cup L) + n(\overline{P \cup L})$$

$$\Rightarrow 300 = n(P \cup L) + 21$$

$$\therefore n(P \cup L) = 279 \text{ जना विद्यार्थी कम्तीमा कुनै एक ठाउँ}$$

घुम्न मन पराउँछन् ।

(इ) फेरि,

$$n(P \cup L) = n_o(P) + n_o(L) + n(P \cap L)$$

$$\Rightarrow 279 = 147 + 123 + x$$

$$\Rightarrow 279 = 270 + x$$

$$\therefore x = n(P \cap L) = 9 \text{ जना विद्यार्थी दुवै ठाउँ घुम्न मन पराउँछन् ।}$$

(ई) फेरि,

$$n(P) = n_o(P) + n(T \cap C)$$

$$= 147 + 9$$

$$= 156 \quad \text{जना}$$

$$\therefore \frac{n(P)}{n(U)} \times 100 \% = \frac{156}{300} \times 100 \% = 52 \%$$

\therefore 52 % विद्यार्थी पोखरा घुम्न मन पराउँछन् ।

यदि माथिको प्रश्नलाई माथि प्रयोग भएकै भेन चित्रको मदतबाट समाधान गर्ने हो भने,

$$n(U) = 147 + 123 + x + 21$$

$$\Rightarrow 300 = 291 + x$$

$$\therefore x = 9 = n(P \cap L)$$

पुनः भेन चित्रबाट,

$$n(P) = 147 + x$$

$$= 147 + 9$$

$$= 156 \quad \text{जना}$$

अब,

$$\begin{aligned} \text{पोखरा घुम्न मन पराउने विद्यार्थीको प्रतिशत} &= \frac{156}{300} \times 100 \% \\ &= 52 \% \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

यदि कक्षामा दुवै स्थानहरू घुम्न मन नपराउने कोही पनि छैनन् भने कति प्रतिशत विद्यार्थी दुवै स्थान घुम्न मन पराउँछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 8 को अभ्यास 1.1 को प्रश्न न. 1 देखि 5 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) दुई समूहसँग सम्बन्धित प्रतिशत र सङ्ख्या मिश्रित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न
- (ख) दुई समूहहरूको अनुपातसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखनका लागि ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना एक/एकओटा चार्टपेपरहरू वितरण गर्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको समाधान आआफ्नो कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) क्रियाकलापको क्रममा समूहहरूमा अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. एउटा सर्वेक्षणमा दुध हालेको चिया 63 % मानिसले, 58 % ले फिक्का चिया पिउन मन पराउँछन् । यदि 7 % मानिसले चिया नै पिउन नपराउने पाइयो भने,
- (अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (आ) कति प्रतिशत मानिस दुवै प्रकारका चिया पिउन मन पराउँछन् ?
- (इ) कति प्रतिशत मानिस कुनै एकमात्र प्रकारका चिया पिउन मन पराउँछन् ?

यहाँ,

मानौं M र B ले क्रमशः दुध हालेको र फिक्का चिया मन पराउने मानिसहरू जनाउँछ ।

$$\therefore n(M) = 63 \% \quad n(B) = 58 \% \quad n(\overline{M \cup B}) = 7 \%$$

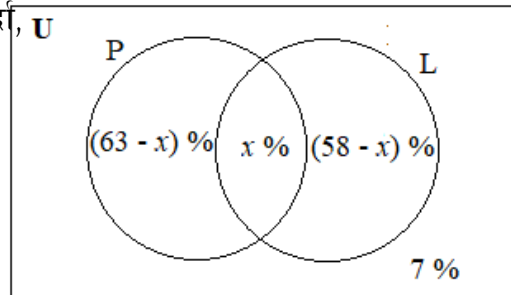
$$n(U) = 100 \% \quad n(M \cap B) = x \% \text{ (मानौं)}$$

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,

(आ) सूत्रअनुसार,

$$n(U) = n(M \cup B) + n(\overline{M \cup B})$$

$$\Rightarrow 100 = n(M \cup B) + 7$$



$$\therefore n(M \cup B) = 93 \%$$

अब,

$$n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(M \cap B)$$

$$\Rightarrow 93 = 63 + 58 - x$$

$$\Rightarrow 93 = 121 - x$$

$\therefore x = n(M \cap B) = 28 \%$ मानिसहरू दुवै प्रकारका चिया पिउन मन पराउँछन् ।

(इ) फेरि,

$$n_o(M) + n_o(B) = n(M) - n(M \cap B) + n(B) - n(M \cap B)$$

$$= 63 - 28 + 58 - 28$$

$$= 65 \%$$
 मानिसहरू कुनै एक प्रकारको मात्र चिया पिउन मन पराउँछन् ।

माथिको प्रश्नलाई भेनचित्रको मदतबाट समाधान गर्दा,

$$n(U) = (63 - x) + (58 - x) + x + 7$$

$$\Rightarrow 100 = 63 - x + 58 - x + x + 7$$

$$\Rightarrow 100 = 128 - x$$

$$\therefore x = 28$$

$$\therefore n(M \cap B) = 28 \%$$

फेरि,

$$n_o(M) + n_o(B) = (63 - x) + (58 - x)$$

$$= 63 - 28 + 58 - 28$$

$$= 65 \%$$
 मानिसहरू कुनै एक प्रकारको मात्र चिया पिउन मन पराउँछन् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना एक/एकओटा चार्टपेपरहरू वितरण गर्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीबिच आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको समाधान आआफ्नो कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् । क्रियाकलापका क्रममा समूहहरूमा अवलोकन गरी आएका प्रतिक्रियाहरूमा आवश्यकतानुसार सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. 155 जना मानिसहरूको समूहमा गरिएको एउटा सर्वेक्षणअनुसार सङ्गीत मात्र र नाच मात्र मन

पराउनेहरूको अनुपात 7 : 10 र 23 जना मानिस दुवै मन पराउँछन् । यदि 13 जना मानिस यी दुवै मनोरञ्जनका तरिका मन पराउँदैनन् भने,

(अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) नाच मन पराउने कति मानिस उक्त समूहमा रहेछन् ?

(इ) स्वतन्त्र रूपमा (Randomly) कुनै एक व्यक्तिलाई छान्दा उक्त व्यक्ति सङ्गीत मन पराउने व्यक्ति छानिने सम्भावना कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

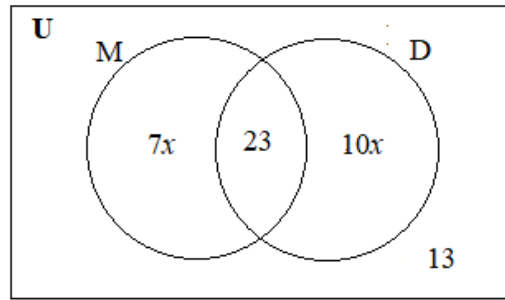
समाधान

मानौं M र D ले क्रमशः सङ्गीत र नाच मन पराउने मानिसलाई जनाउँछ ।

$$\therefore n_o(M) = 7x \text{ जना} \quad n_o(D) = 10x \text{ जना} \quad n(\overline{M \cup D}) = 13 \text{ जना}$$

$$n(M \cap D) = 23 \text{ जना} \quad n(U) = 155 \text{ जना}$$

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



(आ) सूत्रअनुसार,

$$n(U) = n(M \cup D) + n(\overline{M \cup D})$$

$$\Rightarrow 155 = n(M \cup D) + 13$$

$$\therefore n(M \cup D) = 142 \text{ जना}$$

फेरि,

$$n(M \cup D) = n_o(M) + n_o(D) + n(M \cap D)$$

$$\Rightarrow 142 = 7x + 10x + 23$$

$$\Rightarrow 142 = 17x + 23$$

$$\Rightarrow 142 = 17x$$

$$\therefore x = 7$$

अब,

$$n(D) = n_o(D) + n(M \cap D)$$

$$= 10x + 23$$

$$= 10 \times 7 + 23$$

$$= 93 \text{ जना मानिस नाच मन पराउँछन् ।}$$

(इ) यहाँ,

$$n(M) = n_o(M) + n(M \cap D)$$

$$= 7x + 23$$

$$= 7 \times 7 + 23$$

$$= 72 \text{ जना मानिस नाच मन पराउँछन् ।}$$

अब,

स्वतन्त्र रूपमा (Randomly) कुनै एक व्यक्ति छान्दा उक्त व्यक्ति सङ्गीत मन पराउने व्यक्ति छानिने सम्भावना,

$$P(M) = \frac{n(M)}{n(U)} = \frac{72}{155}$$

2. एउटा परीक्षामा सम्मिलित केही विद्यार्थीमध्ये 80 % गणितमा उत्तीर्ण भए, 75 % विज्ञानमा र 5 % दुवै विषयहरूमा अनुत्तीर्ण भए । यदि 300 जना विद्यार्थी दुवै विषयमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् भने

(अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) कति जना विद्यार्थी कम्तीमा एउटा विषयमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् ?

(इ) कति जना विद्यार्थी एउटा विषयमा मात्र उत्तीर्ण भएका रहेछन् ?

(ई) स्वतन्त्र रूपले (Randomly) कुनै एक विद्यार्थीलाई छान्दा विज्ञान विषयमा उत्तीर्ण नभएको विद्यार्थी पर्ने सम्भावना कति हुन्छ ?

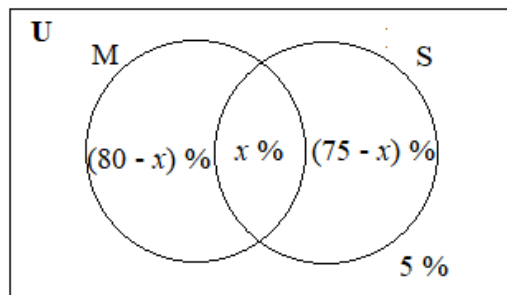
समाधान

मानौं M र S ले क्रमशः गणित र विज्ञान विषयमा उत्तीर्ण भएका विद्यार्थी जनाउँछ ।

$$\therefore n(M) = 80 \% \quad n(S) = 75 \% \quad \overline{n(M \cap S)} = 5 \%$$

$$n(U) = 100 \% \quad n(M \cap B) = 300 \text{ जना} = x \% \text{ (मानौं)}$$

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



(आ) सूत्रानुसार,

$$n(U) = n(M \cup S) + n(\overline{M \cup S})$$

$$\Rightarrow 100 = n(M \cup S) + 5$$

$$\therefore n(M \cup S) = 95 \%$$

अब,

$$n(M \cup S) = n(M) + n(S) - n(M \cap S)$$

$$\Rightarrow 95 = 80 + 75 - x$$

$$\Rightarrow 95 = 155 - x$$

$$\therefore x = n(M \cap S) = 60 \%$$

प्रश्नानुसार,

$$60 \% = 300 \text{ जना}$$

$$\Rightarrow 1 \% = \frac{300}{60} \text{ जना}$$

$$\Rightarrow 95 \% = \left(\frac{300}{60} \times 95 \right) \text{ जना}$$

= 475 जना विद्यार्थी कम्तीमा एउटा विषयमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् ।

(इ) सूत्रानुसार,

$$n_o(M) + n_o(S) = n(M) - n(M \cap S) + n(S) - n(M \cap S)$$

$$= 85 - 60 + 75 - 60$$

$$= 40 \%$$

प्रश्नानुसार,

$$60 \% = 300 \text{ जना}$$

$$\Rightarrow 1 \% = \frac{300}{60} \text{ जना}$$

$$\Rightarrow 40 \% = \left(\frac{300}{60} \times 40 \right) \text{ जना}$$

= 200 जना विद्यार्थी एउटा मात्र विषयमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् ।

(ई) यहाँ,

$$n(\overline{S}) = n(U) - n(S)$$

$$= 100 - 75$$

$$= 25 \% \text{ उत्तर ।}$$

बैकल्पिक उत्तर: 25% लाई सम्भाव्यताका स्वरूपमा व्यक्त गर्ने हो भने यस प्रकार देखाउन सकिन्छ :

स्वतन्त्र रूपमा (Randomly) कुनै एक विद्यार्थी छान्दा उक्त विद्यार्थी विज्ञान विषयमा अनुत्तीर्ण विद्यार्थी छानिने सम्भावना,

$$P(\overline{S}) = \frac{n(\overline{S})}{n(U)} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \text{ उत्तर ।}$$

मूल्याङ्कन

तल उल्लेख गरिएका समस्या कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

3. एउटा समूदायमा गरिएको सर्वेक्षणअनुसार, 55 % ले गर्मी मौसम, 20 % ले जाडो मौसम मन पराउँछन् । यदि 40 % ले दुवै मन पराउँदैनन् र 750 जनाले दुवै मौसम मन पराउँछन् भने
 - (अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 - (आ) कति जना मानिसलाई गर्मी मौसम मात्र मन पर्दो रहेछ ?
 - (इ) कति जना मानिसलाई कुनै एउटा मात्र मौसम मन पर्दो रहेछ ?
 - (ई) जाडो मौसम मात्र र दुवै मौसम मन नपराउने मानिसहरूको अनुपात कति रहेछ ?
4. 100 जना विद्यार्थीको एउटा समूहमा गरिएको सर्वेक्षणअनुसार, नेपाली र अङ्ग्रेजी विषय मन पराउने विद्यार्थीको अनुपात 3 : 5 छ । यदि 30 जना विद्यार्थी दुवै विषय मन पराउँछन् र 10 जना विद्यार्थी अन्य विषयहरू मन पराउँछन् भने
 - (अ) कति जना विद्यार्थी नेपाली विषय मन पराउँछन् ?
 - (आ) कति जना विद्यार्थी नेपाली र अङ्ग्रेजी विषयमध्ये कम्तीमा एउटा मन पराउँछन् ?
 - (इ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
5. 175 जना मानिसको समूहमा गरिएको एक सर्वेक्षणअनुसार, 40 जनाले सुन्तला मात्र खान मन पराउँछन् र 50 जनाले स्याउ मात्र खान मन पराउँछन् । यदि दुवैमध्ये कुनै पनि फलफूल खान मन नपराउने मानिसहरूको सङ्ख्या दुवै फलफूल खान मन पराउने मानिसको सङ्ख्याको तीन गुणा छ भने
 - (अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 - (आ) कति मानिस बढीमा एउटा फलफूल मन खान मन पराउने रहेछन् ?
 - (इ) कति प्रतिशत मानिस दुवै फलफूल खान मन पराउँदा रहेछन् ?

(ई) यादृच्छिक रूपमा उक्त मानिसको समूहबाट कुनै एक जना मानिस छान्दा दुवै फलफूल खान मन नपराउने मानिस पर्ने सम्भावना कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. 10 को अभ्यास 1.1 को प्रश्न नं. 6 देखि 11 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

छैठौँ र सातौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) तीनओटा समूहहरूको गणनात्मकतालाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्न सक्ने छन् ।

(ख) भेन चित्रको सहायताबाट तीनओटा समूहहरूको गणनात्मक सम्बन्धहरू प्रतिपादन गर्न सक्ने छन् ।

शैक्षणिक सामग्री

घेरा बनाउनका लागि विभिन्न रङका चक वा चुना, बाक्लो लेख्ने मार्करहरू, विभिन्न सङ्ख्याहरूका समूहहरू उल्लेख गरिएका ससाना पेपरहरू र एउटा बट्टा, A4 पेपरहरू, टेप

क्रियाकलाप - 1

(क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई एक एकओटा A4 बाँड्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई एकआपसमा केही समय छलफल गरी तीनओटा समूहहरूको गणनात्मकतालाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्न र समूहहरूको गणनात्मक सम्बन्धहरू पनि लेख्न लगाउनुहोस् ।

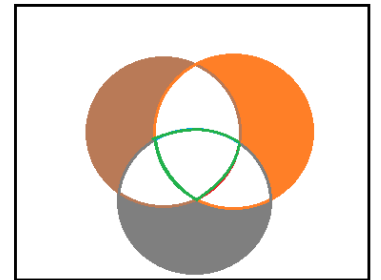
(ग) उक्त A4 हरेक विद्यार्थीलाई सुरक्षित राख्न लगाउनुहोस् ताकि पछि उनीहरूले आफ्नो कार्य पुनरावृत्ति गर्न सकुन् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) विद्यालयको कुनै खुला ठाउँ वा चउरमा चक वा चुनाको मदतले चउरमा एउटा ठुलो आयताकार घेरा बनाउनुहोस् जहाँ विद्यार्थी राम्ररी अटाउन सकुन् ।

(ख) उक्त ठुलो आयताकार घेराको भित्रपट्टि चित्रमा देखाए जस्तै गरी तीनओटा गोलाकार खप्टिएका घेराहरू फरक फरक रङले बनाउनुहोस् ।

(ग) तीनओटै गोलाकार घेराहरू खप्टिएको भागलाई हरियो वा अरु कुनै



रडले घेरा लगाउनुहोस् ।

(घ) हरेकले विद्यार्थीलाई एक एकओटा A4 पेपरमा ठुलो अक्षरमा

आआफ्नो रोल नम्बर लेख्न लगाई आआफ्नो पिठ्युँमा टाँस्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) सबै विद्यार्थीलाई आआफ्नो कापी र कलम साथमा लिई उक्त ठुलो आयताकार घेराभित्र उभिन लगाउनुहोस् । (मानौं कक्षामा 30 जना विद्यार्थी छन् ।)

(च) क्रियाकलापको सुरुआतमा सबै विद्यार्थीलाई उक्त गोलाकार घेराहरूको बाहिर उभिन लगाउनुहोस् ।

यस क्रममा हरेक विद्यार्थीलाई सर्वव्यापक समूह 'U' भित्र भएका सङ्ख्याहरू आआफ्नो कापीमा टिप्न लगाउनुहोस् ।)

(छ) अब बट्टाभित्रबाट यादृच्छिक रूपमा पालैपालो तीनओटा कागज निकाली आएका समूहहरू भन्नुहोस् :

जस्तै : पहिलो कागजमा - बिजोर सङ्ख्याको समूह (A)

दोस्रो कागजमा - 30 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्याहरूको समूह (B)

तेस्रो कागजमा - 3 का अपवर्त्यहरूको समूह (C)

(ज) माथि उल्लिखित सङ्ख्याहरूमध्ये आआफ्नो रोल नम्बर भएका विद्यार्थी ती विभिन्न रडहरूका

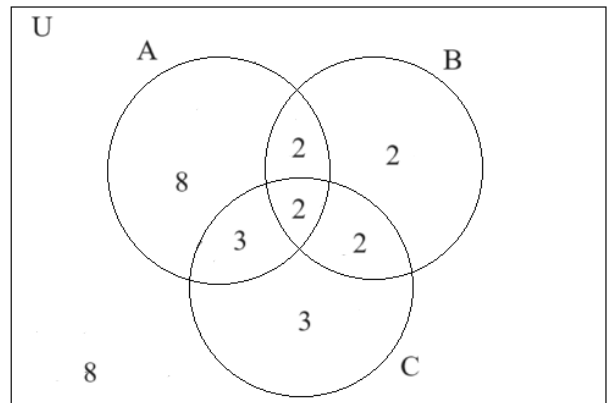
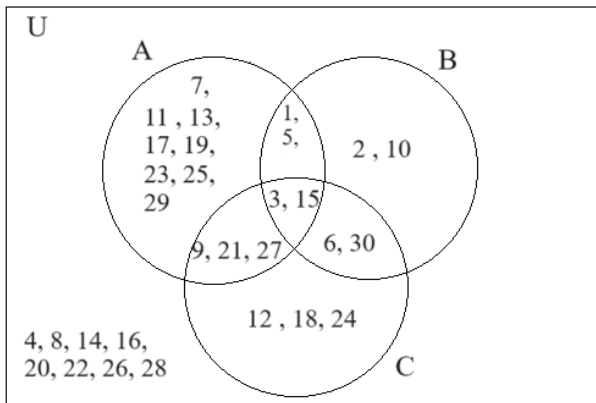
घेराहरूभित्र उभिन लगाउनुहोस् र बाँकी विद्यार्थी चाहिँ त्यहीँ आयताकार घेराभित्र नै उभिरहन्छन् ।

(झ) यसरी विद्यार्थीलाई गोलामा भएका सङ्ख्याहरूको सम्पूर्ण जानकारी टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

(ञ) यस्तै प्रकारका क्रियाकलापहरू 4 वा 5 पटक फरकपटक समूहमा बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ट) कक्षामा आई विद्यार्थीलाई समूहमा राखी उक्त क्रियाकलापबाट आएका तथ्याङ्कहरूलाई सुरुमा सूचीकरण विधिबाट र पछि गणनात्मक विधिबाट लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ठ) गणनात्मकताको आधारमा भेनचित्र पनि तयार गर्न लगाउनुहोस् र यसमा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस्, जस्तै:



(अ) सदस्यहरू सूचीकृत गरिएको भेनचित्र

(आ) समूहहरूको गणनात्मकता देखाइएको भेनचित्र

मूल्याङ्कन

(अ) चित्र (आ) मा भएका सम्पूर्ण खण्डहरूको सङ्केत लेखी तिनीहरूको गणनात्मक मान पनि लेख्नुहोस् ।

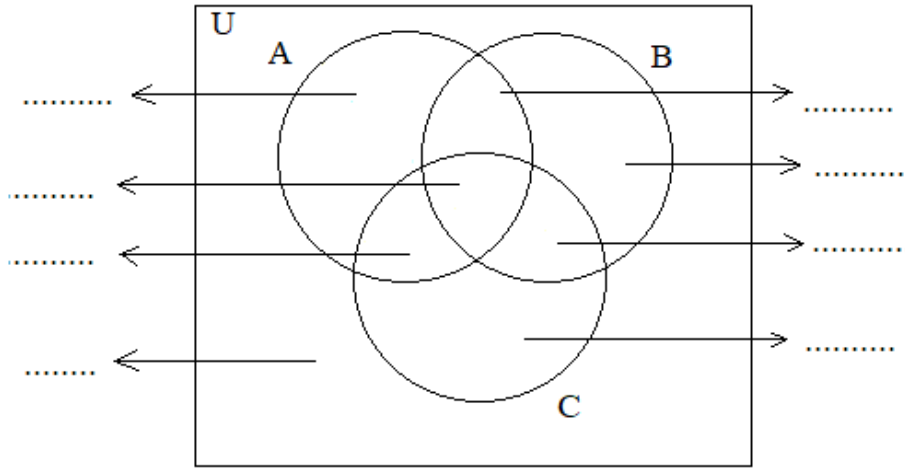
(आ) चित्र (आ) मा $n(A \cup B \cup C)$ र $n(\overline{A \cup B \cup C})$ को मानमा केही फरक आएको छ वा छैन ?
आएको छ भने कतिले फरक आएको छ ?

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा A4 पेपरमा तीनओटा खिचिएका समूहहरू सर्वव्यापी समूह 'U' भित्र

बनाउन लगाई प्रत्येक खण्डका सङ्केतहरू लेख्न लगाउनुहोस् । आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।



(ग) भेन चित्रबाट हेरेक मात्रको रूपमा लेखिएका सङ्केतहरूलाई साधारण रूपमा व्यक्त गर्न लगाउनुहोस् ।

$$\therefore n_0(A \cap B) = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore n_0(B \cap C) = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore n_0(C \cap A) = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C) \text{ साथै}$$

$$\therefore n_0(A) = n(A) - n_0(A \cap B) - n_0(C \cap A) - n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore n_0(B) = n(B) - n_0(B \cap C) - n_0(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore n_0(C) = n(C) - n_0(C \cap A) - n_0(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

(घ) भेन चित्रको सहायताले $n(A \cup B \cup C)$ निकाली (ग) मा भएका सम्बन्धहरू प्रयोग गरी $n(A \cup B \cup C)$ को सूत्र निकाल्न लगाउनुहोस् ।

$$\begin{aligned}
 n(A \cup B \cup C) &= n_o(A) + n_o(B) + n_o(C) + n_o(A \cap B) + n_o(B \cap C) + n_o(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\
 &= \{n(A) - n_o(A \cap B) - n_o(C \cap A) - n(A \cap B \cap C)\} + \{n(B) - n_o(B \cap C) - n_o(A \cap B) - \\
 &\quad n(A \cap B \cap C)\} + \{n(C) - n_o(C \cap A) - n_o(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)\} + n_o(A \cap B) + \\
 &\quad n_o(B \cap C) + n_o(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\
 &= n(A) + n(B) + n(C) - n_o(A \cap B) - n_o(B \cap C) - n_o(C \cap A) - 2.n(A \cap B \cap C) \\
 &= n(A) + n(B) + n(C) - \{n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)\} - \{n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)\} \\
 &\quad - \{n(C \cap A) - \\
 &\quad n(A \cap B \cap C)\} - 2.n(A \cap B \cap C) \\
 \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)
 \end{aligned}$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

त्यस्तैगरि,

$$\therefore n(U) = n(A \cup B \cup C) + n(\overline{A \cup B \cup C}) \text{ हुन्छ ।}$$

$$\therefore n(U) = n(A \cup B \cup C) + n(\overline{A \cup B \cup C})$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

(अ) यदि समूहहरू A , B र C एकआपसमा नखटिएका भए $n(A \cup B \cup C)$ को मान कति हुन्छ होला ?

(आ) यदि $n(U) = 135, n(A) = 45, n(B) = 57, n(C) = 38, n(A \cap B) = 13, n(B \cap C) = 12,$

$n(C \cap A) = 7$ र $n(A \cap B \cap C) = 5$ भए $n(A \cup B \cup C)$ र $\overline{n(A \cup B \cup C)}$ को मान पत्ता लगाई उक्त जानकारीलाई भेन चित्रमा पनि प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 20 को अभ्यास 1.2 को प्रश्न न. 1 देखि 3 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

आठौँ र नवौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) तीनओटा समूहहरूसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) विद्यार्थीबिच केही समय तीनओटा नखप्टिएका समूहहरूलाई भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्न र त्यससँग सम्बन्धित गणनात्मकता सम्बन्धहरू लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ख) छलफल र विद्यार्थीका कार्यमा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) विद्यार्थीलाई भेन चित्रको अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नहरूका समाधान लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न

दिइएको भेनचित्र अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नहरूको समाधान छलफल गरी लेख्नुहोस् ।

(अ) $n(P \cup Q \cup R)$ को मान कति हुन्छ ?

(आ) $n_o(P \cap Q) + n_o(Q \cap R) + n_o(R \cap P)$

को मान कति हुन्छ ?

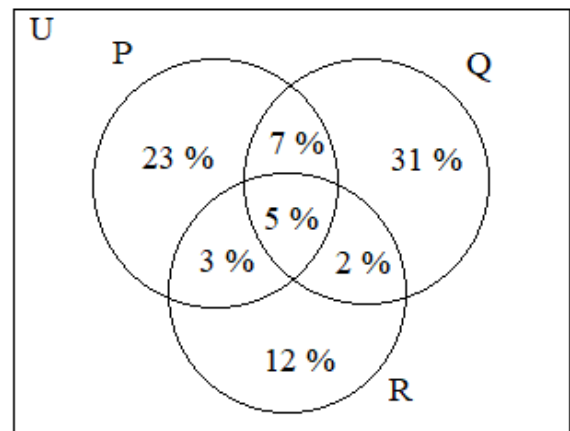
(इ) $n(\overline{P \cup Q \cup R})$ ले के जनाउँछ र यसको

मान कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) केही समयपछि विद्यार्थीमध्ये केहीलाई समाधान प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा

आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि

गर्नुहोस् ।



क्रियाकलाप - 3

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई तीन वा चारओटा समूहहरूमा वितरण गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका एक/एकओटा ससाना चार्टपेपर वितरण गर्नुहोस् ।
- (ग) आआफ्नो समूहले पाएका प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी पूरा गर्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. कुनै एउटा परीक्षामा सम्मिलित 135 जना विद्यार्थीमध्ये 67 जना गणितमा, 53 जना विज्ञानमा, 54 जना नेपालीमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् । 5 जनाचाहिँ यी तीनै विषयहरूमा अनुत्तीर्ण भएछन् । यदि 22 गणित र विज्ञानमा, 17 जना नेपाली र विज्ञानमा र 15 जना गणित र नेपालीमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् भने,
- (अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (आ) कति जना विद्यार्थी कुनै दुई मात्रै विषयमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् ?
- (इ) कति प्रतिशत विद्यार्थी कुनै एउटा मात्र विषयमा उत्तीर्ण भएका रहेछन् ?
- (ई) यादृच्छिक रूपमा उक्त समूहबाट कुनै एउटा विद्यार्थी छान्दा तीनै विषयमा उत्तीर्ण हुने विद्यार्थी छानिने सम्भाव्यता कति रहेछ ?

समाधान

मानौं, M, S र N ले क्रमशः गणित, विज्ञान र नेपालीमा उत्तीर्ण हुने विद्यार्थी जनाउँछ ।

$$n(M) = 67 \text{ जना}$$

$$n(S) = 53 \text{ जना}$$

$$n(N) = 54 \text{ जना}$$

$$n(M \cap S) = 22 \text{ जना}$$

$$n(S \cap N) = 17 \text{ जना}$$

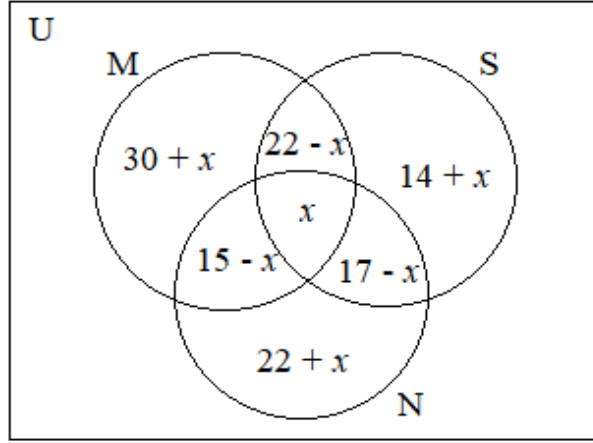
$$n(N \cap M) = 15 \text{ जना}$$

$$n(\overline{M \cup S \cup N}) = 5 \text{ जना}$$

$$n(U) = 135 \text{ जना}$$

$$n(M \cap S \cap N) = x \text{ जना (मानौं)}$$

(अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



(आ) सूत्रअनुसार,

$$\therefore n(U) = n(M \cup S \cup N) + n(\overline{M \cup S \cup N})$$

$$\Rightarrow 135 = n(M \cup S \cup N) + 5$$

$$\therefore n(M \cup S \cup N) = 130 \text{ जना}$$

फेरि,

$$\therefore n(M \cup S \cup N) = n(M) + n(S) + n(N) - n(M \cap S) - n(S \cap N) - n(N \cap M) + n(M \cap S \cap N)$$

$$\Rightarrow 130 = 67 + 53 + 54 - 22 - 17 - 15 + x$$

$$\Rightarrow 130 = 67 + 53 + 54 - 22 - 17 - 15 + x$$

$$\Rightarrow 130 = 120 + x$$

$$\therefore x = n(M \cap S \cap N) = 10 \text{ जना}$$

अब,

भेन चित्रबाट,

$$\begin{aligned} n_o(M \cap S) + n_o(S \cap N) + n_o(N \cap M) &= 22 - x + 17 - x + 15 - x \\ &= 22 - x + 17 - x + 15 - x \\ &= 54 - 3x \\ &= 54 - 3 \times 10 \\ &= 24 \text{ जना} \end{aligned}$$

\therefore 24 जना विद्यार्थी कुनै दुईओटा मात्र विषयमा उत्तीर्ण भएछन् ।

(इ) भेन चित्रबाट,

$$\begin{aligned} n_o(M) + n_o(S) + n_o(N) &= (30 + x) + (14 + x) + (22 + x) \\ &= 66 + 3x \end{aligned}$$

$$= 66 + 3 \times 10$$

= 96 जना विद्यार्थी कुनै एक विषयमा उत्तीर्ण भएछन् ।

(ई) यहाँ,

$$n(M \cap S \cap N) = 20 \text{ जना र } n(U) = 145 \text{ जना छ ।}$$

यादृच्छिक रूपमा उक्त समूहबाट कुनै एउटा विद्यार्थी छान्दा तीनै विषयमा उत्तीर्ण हुने विद्यार्थी छानिने सम्भाव्यता,

$$P(M \cap S \cap N) = \frac{n(M \cap S \cap N)}{n(U)} = \frac{20}{145} = \frac{4}{29}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

2. एउटा स्थानीय तहको चुनावमा 300 जना व्यक्तिहरूले उम्मेदवारहरू A, B र C लाई भोट दिए जसमा कुनै एक उम्मेदवारलाई दिइएको भोटमात्र सदर हुने गर्दछ । 120 जनाले A लाई, 90 जनाले B लाई, 60 जनाले C लाई, 45 जनाले A र B लाई, 30 जनाले B र C

लाई, 20 जनाले A र C लाई र 10 जनाले तीनै उम्मेदवारहरूलाई भोट दिएका रहेछन् ।

(अ) माथिको तथ्याङ्कलाई समूह सङ्केतहरूमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

(आ) कति जना व्यक्तिहरूले कसैलाई पनि भोट दिएका रहेनछन् ?

(इ) कतिओटा भोटहरू सदर भए ?

(ई) कति प्रतिशत भोट बदर भए ?

(उ) 300 जनाको समूहबाट कुनै एक व्यक्ति यादृच्छिक रूपमा छान्दा B उम्मेदवारलाई मात्र भोट दिने व्यक्ति पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. 260 जना विद्यार्थीमाथि गरिएको सर्वेक्षणअनुसार, 105 जनालाई चित्रकला, 73 जनालाई सङ्गीत र 49 जनालाई नाटकमा सहभागी हुन मन पर्दछ । यदि 37 जनालाई चित्रकला र सङ्गीत, 24 जनालाई सङ्गीत र नाटक, 18 जनालाई चित्रकला र नाटक तथा 13 जनालाई तीनओटै क्रियाकलापहरूमा सहभागी हुन मन पर्दछ भने,

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) कति प्रतिशत विद्यार्थी कुनै पनि क्रियाकलापमा सहभागी नहुने इच्छा व्यक्त गर्दछन् ?

(इ) कति प्रतिशत विद्यार्थी कुनै दुईओटा मात्र क्रियाकलापमा सहभागी हुन रुचाउँछन् ।

(ई) उक्त विद्यार्थीको समूहबाट कुनै एक व्यक्ति छान्दा कुनै एक क्रियाकलापमा मात्र सहभागी

हुन इच्छा व्यक्त गर्ने विद्यार्थी पर्ने सम्भावना कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 20 र 21 को अभ्यास 1.2 को प्रश्न न. 4 देखि 5 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

दसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) तीन ओटा समूहहरूसम्बन्धी थप शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न सक्नेछन् ।

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा वितरण गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका एक/एकओटा ससाना चार्टपेपर दिनुहोस् ।
(ग) आआफ्नो समूहले पाएका प्रश्नहरू समूहमा छलफल गरी पूरा गर्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. खेल मन पराउने 205 जना विद्यार्थीमा गरिएको एक सर्वेक्षणअनुसार 75 जनाले फुटबल, 82 जनाले क्रिकेट र 95 जनाले बास्केटबल खेल मन पराएको पाइयो । 20 जनाले फुटबल र क्रिकेट मात्र, 30 जनाले फुटबल र बास्केटबल मात्र, 38 जनाले बास्केटबल मात्र खेल मन पराउँदा रहेछन् । यदि 21 जनाले क्रिकेट र बास्केटबल मात्र खेल मन पराउने रहेछन् भने,
(अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(आ) कति जना विद्यार्थी सबै खेल खेल मन पराउँदा रहेछन् ?
(इ) कति प्रतिशत विद्यार्थी कुनै अरु नै खेल खेल मन पराउने रहेछन् ?

समाधान

मानौं, F, C र B ले क्रमशः फुटबल, क्रिकेट र बास्केटबल खेल मन पराउने विद्यार्थीलाई जनाउँछ ।

$$\therefore n(F) = 75 \text{ जना}$$

$$n(C) = 82 \text{ जना}$$

$$n(B) = 95 \text{ जना}$$

$$n_o(F \cap C) = 20 \text{ जना}$$

$$n_o(C \cap B) = 21 \text{ जना}$$

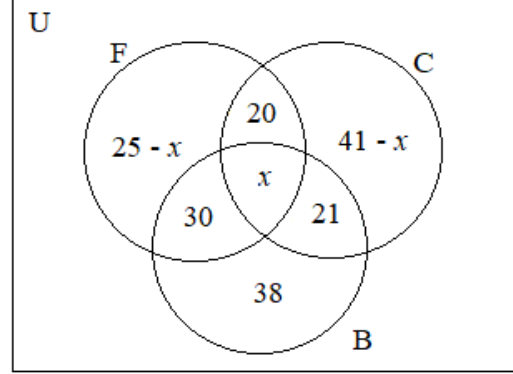
$$n_o(B \cap F) = 30 \text{ जना}$$

$$n_o(B) = 38 \text{ जना}$$

$$n(U) = 205 \text{ जना}$$

$$n(F \cap C \cap B) = x \text{ जना (मानौं)}$$

(अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



(आ) भेन चित्रअनुसार,

$$\therefore n(B) = n_o(C \cap B) + n_o(B \cap F) + n(F \cap C \cap B) + n_o(B)$$

$$\Rightarrow 95 = 21 + 30 + x + 38$$

$$\therefore x = n(M \cup S \cup N) = 6 \text{ जना विद्यार्थी सबै खेल खेल मन पराउँदा रहेछन् ।}$$

(इ) भेन चित्रअनुसार,

$$\therefore n(F \cup C \cup B) = n(F) + n_o(C \cap B) + n_o(C) + n_o(B)$$

$$= 75 + 21 + 41 - x + 38$$

$$= 75 + 21 + 41 - 6 + 38$$

$$= 169 \text{ जना}$$

फेरि,

$$\therefore n(U) = n(F \cup C \cup B) + n(\overline{F \cup C \cup B})$$

$$\Rightarrow 205 = 169 + n(\overline{F \cup C \cup B})$$

$$\therefore n(\overline{F \cup C \cup B}) = 36 \text{ जना}$$

अब,

$$\frac{n(\overline{F \cup C \cup B})}{n(U)} \times 100\% = \frac{36}{205} \times 100\% = 17.56\%$$

$\therefore 17.56\%$ विद्यार्थी अरू नै खेल खेल मन पराउँदा रहेछन् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

2. एउटा सर्वेक्षणमा, 23 जना विद्यार्थीले नेपाली, 34 जनाले सामाजिक शिक्षा, 22 जनाले गणित, 9 जनाले नेपाली मात्र, 18 जनाले सामाजिक शिक्षा मात्र, 6 जनाले सामाजिक शिक्षा र नेपाली मात्र र 2 जनाले नेपाली र गणित मात्र अध्ययन गर्न मन पराउने कुरा बताए ।
 - (अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 - (आ) कति प्रतिशत विद्यार्थीले तीनओटै विषयहरू मन पराउँदा रहेछन् ?
 - (इ) स्वतन्त्र रूपमा उक्त विद्यार्थीको समूहबाट कुनै एक विद्यार्थी छान्दा सामाजिक शिक्षा र नेपाली विषय अध्ययन गर्न मन पराउने विद्यार्थी पर्ने सम्भावना कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. एउटा विद्यालयको वार्षिकोत्सव समारोहमा अगिल्लो महिनाको खेल सप्ताहमा भएका विभिन्न प्रतिस्पर्धाहरूका विजयी विद्यार्थीलाई पदक वितरण गर्ने कार्य सम्पन्न भयो । उक्त कार्यक्रममा 36 जनाले दौड प्रतियोगितामा, 12 जनाले भलिबल प्रतियोगितामा र 18 जनाले फुटबल प्रतियोगितामा विभिन्न श्रेणीका पदकहरू प्राप्त गरेका रहेछन् । यदि ती पदकहरू जम्मा 45 जनाले मात्र पाएका थिए र 5 जनाले तीनओटै खेलहरूमा पदकहरू पाएका थिए भने
 - (अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 - (आ) कति विद्यार्थीले दुईओटा खेलहरूमा मात्र पदक पाएका रहेछन् ?
 - (इ) कति प्रतिशत विद्यार्थीले कुनै एउटा मात्र खेलमा पदक पाएका रहेछन् ?
 - (ई) यादृच्छिक रूपमा उक्त विद्यार्थीको समूहबाट कुनै एक विद्यार्थी छान्दा कम्तीमा दुईओटा खेलहरूमा पदक प्राप्त गर्ने विद्यार्थी पर्ने सम्भावना कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. 20 जना विद्यार्थीको एउटा समूहले पोखरा, लुम्बिनी र गोरखामध्ये कम्तीमा एउटा ठाउँ घुमेका रहेछन् । लुम्बिनी घुमेका हरेक विद्यार्थी पोखरा पनि घुमिसकेका रहेछन् , 3 जना विद्यार्थी यी तीनओटै स्थानहरू घुमिसकेका रहेछन् , 4 जना विद्यार्थी पोखरा मात्र घुमेका रहेछन् , 8 जना विद्यार्थी लुम्बिनी घुमिसकेका र 14 जना विद्यार्थी पोखरा घुमिसकेका रहेछन् भने
 - (अ) माथिको तथ्याङ्कलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 - (आ) कति विद्यार्थी पोखरा र गोरखा मात्र घुमिसकेका रहेछन् ?
 - (इ) कति प्रतिशत विद्यार्थी गोरखा मात्र घुमेका रहेछन् ?

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 21 को अभ्यास 1.2 को प्रश्न न. 6 र 7 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

एघारौँ र बाह्रौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) तीनओटा समूहहरूसम्बन्धी तथ्याङ्क सङ्कलन गर्ने व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य सञ्चालन गरी त्यससँग सम्बन्धित जानकारीहरू कक्षामा प्रस्तुत गर्न सक्ने छन् ।

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा वितरण गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई व्यावहारिक गणितीय समस्या समाधानको विवरण लेखिएका एक/एकओटा चार्टपेपर दिनुहोस् ।

विद्यार्थीको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् । र यसपछि उक्त एकमात्र ठाउँ भ्रमण गर्ने ठाउँमध्ये सबैभन्दा बढी भ्रमण गर्न रुचाएको ठाउँ पनि पत्ता लगाउनुहोस् ।

आआफ्नो समूहहरूमा छलफल गरी समुदायको तोकिएका क्षेत्रमा गई त्यहाँका 50 जना मानिसहरूको निम्नानुसार तथ्याङ्क सङ्कलन गर्नुहोस् । उक्त प्रक्रियामा तलका प्रश्नहरू सोध्न सकिने छन् ।

1. नाम :

2. उमेर :

3. लिङ्ग :

4. रक्त समूह :

संकलित तथ्याङ्कका आधारमा प्रत्येक समूहलाई निम्नानुसार क्रियाकलाप गर्न लगाउनुहोस् ।

यदि ए पोजिटिभ लाई A , बी पोजिटिभ लाई B र ओ पोजिटिभलाई O ले जनाउने भए

1. प्रत्येक रक्त समूहको गणनात्मकता उल्लेख गर्नुहोस् ।
 2. उक्त सदस्यहरूलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 3. माथि उल्लेख गरिएका तीनओटा रगत समूहबाहेकका रगत समूह भएका मानिसहरू कति जना रहेछन् ?
- यसरी आएको तथ्याङ्कलाई कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

- (ग) समूहमा छलफल गरी आएको तथ्याङ्कलाई एउटा सानो विवरण तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (घ) रुब्रिक्स तयार गरी प्रत्येक समूहको प्रस्तुति र उक्त समूहमा रहेका विद्यार्थीको सक्रियताका आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

नमुना रुब्रिक्स अनुसूचीमा लाने

व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

समूहगत व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

क्षेत्र	आधार	सूचक	अङ्क	प्राप्ताङ्क
1	गणितीय ज्ञानको शुद्धता	समूहको उपयुक्त सङ्केतीकरण, सही गणनासहित स्पष्ट रूपमा भेनचित्रमा प्रस्तुत गरेमा	2	
		समूहको उपयुक्त सङ्केतीकरण र स्पष्ट रूपमा भेनचित्रमा प्रस्तुत गरेको तर गणनामा सामान्य त्रुटि देखिएमा अथवा समूहको सङ्केतीकरणमा त्रुटि देखिएको तर गणना सही रूपमा गरेको र भेनचित्रमा स्पष्ट रूपमा प्रस्तुत गरेमा	1.5	
		सही रूपमा भेनचित्रमा प्रस्तुत गरेको तर समूहको सङ्केतीकरणमा र गणनामा सामान्य त्रुटि देखिएमा अथवा गणना र सङ्केतीकरण सही रूपमा गरेको तर भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्दा सामान्य त्रुटि भएमा	1	
		भेनचित्रमा प्रस्तुत गर्दा सामान्य त्रुटि देखिएको, समूहको सङ्केतीकरणमा र गणनामा पनि त्रुटि देखिएमा	0.5	

विद्यार्थी व्यक्तिगत व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स दिइएको छ ।

विद्यार्थीको नाम :

कक्षा :

विषय :

क्र.स.	प्रयोगात्मक /व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य	आधारगत प्राप्ताङ्क							
		गणितीय ज्ञानको शुद्धता	सामग्रीको स्तरीयता	छलफलमा सहभागीता	कार्य सम्पन्नता	समय सीमा	प्रस्तुतीकरण	प्रश्नोत्तरमा सहभागीता	अभिलेखीकरण
1.									
2.									
3.									
4.									
5.									

शिक्षकका लागि कार्य

तीनओटा सेटको हिसाबमा: ए पोजेटिभ, बी पोजेटिभ, कुन कुन रगत अरूलाई दिन सकिन्छ ? भन्ने प्रकारका व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य तयार गरी विद्यार्थीमा गराउन सकिन्छ ।

सुझावहरू : एकै प्रकारको प्रस्तुति भएकाले, एक दिनमा कम्तीमा दुईओटा क्रियाकलाप गराउनु पर्ने । प्रस्तुतिमा विविधता राख्ने ।

राम्रो पक्ष : सबै खालका विद्यालयका लागि उपयोगी देखिएको । नयाँ प्रश्नहरू थपिएको छ ।

थप: तीनओटा सेटको हिसाबमा: ए पोजेटिभ, बी पोजेटिभ, कुन कुन रगत अरूलाई दिन सकिन्छ ? भन्ने खालका व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य दिने ।

पाठ 2 चक्रीय ब्याज (Compound Interest)

परिचय

कुनै वित्तीय संस्थाबाट ऋण लिँदा वा उक्त संस्थामा कुनै रकम जम्मा गर्दा वा कुनै व्यक्तिलाई ऋण दिँदा कसरी ब्याजसँग सम्बन्धित कुराहरू हुन्छन् सो बारे बुझ्नु अत्यावश्यक छ । यसरी हेर्दा सामान्यतया ब्याजहरूमा साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज, अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज, त्रैमासिक चक्रीय ब्याज आदिका कार्यहरू धेरै हुने गर्दछ ।

साधारण ब्याजमा हरेक वर्षको सुरुको साँवालाई नै लिएर ब्याजको गणना गरिन्छ भने वार्षिक चक्रीय ब्याजमा हरेक वर्षमा हुने ब्याज रकम साँवामा जोडिएर नयाँ साँवा बन्छ र नयाँ साँवा त्यसअनुसार नै ब्याज गणना गरिन्छ । अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज एक विशेष प्रकारको ब्याज प्रक्रिया हो, जसमा ब्याजको गणना हरेक 6/6 महिनामा गरिन्छ भने त्रैमासिक चक्रीय ब्याज को गणना हरेक तीन/तीन महिनामा हुन्छ । यस पाठमा साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याजहरूसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू हल गरिने छ ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) देशको विद्यमान कर प्रणाली र बैङ्क तथा अन्य वित्तीय संस्थाहरूमा प्रयोग हुने चक्रीय

ब्याजसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न,

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 13 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ । तसर्थ

यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.सं.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	चक्रीय ब्याज तथा मिश्रधनको सूत्र प्रतिपादन	2	26 – 29, 42
2.	अर्धवार्षिक र त्रैमासिक चक्रीय ब्याजको अवधारणा र समस्या समाधान	2	31, 42
3.	विभिन्न ब्याजहरूसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान	2	33 – 36, 43
4.	विभिन्न ब्याजहरूसँग सम्बन्धित थप शाब्दिक समस्याहरू समाधान	1	33 – 36, 43
5.	विभिन्न समयहरूमा हुने मिश्रधनहरू र चक्रीय ब्याजहरूसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान	3	37 – 38, 40 – 45
6.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	
	जम्मा	12	

विद्यार्थीमा हुन सक्ने सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरू

- साधारण ब्याज र विभिन्न चक्रीय ब्याजहरू पहिचानमा समस्या
- विभिन्न ब्याजहरू अनुसार हुने ब्याज र मिश्रधन पहिचानमा समस्या भई गणनामा गल्ती
- ब्याज र मिश्रधनको सूत्र पहिचान र प्रयोगमा समस्या,
यी कुराहरूका बारेमा शिक्षणका क्रममा विशेष ध्यान दिनु पर्दछ ।

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) साधारण र चक्रीय ब्याजको अवधारणाहरू बुझ्न र तुलनात्मक अध्ययन गर्न
- (ख) चक्रीय ब्याज तथा मिश्रधनको सूत्र प्रतिपादन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याजको तुलनात्मक भिन्नता देखाउन तयार गरिएको एउटा उदाहरण चार्ट, प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू ।

पूर्वज्ञान पुनरावृत्ति क्रियाकलाप

- रु. 5000 कुनै एउटा बैङ्कमा 5 वर्षको लागि वार्षिक 10 % ब्याजदरमा राख्ने वा जम्मा गर्ने हो भने
- (अ) साँवा रकम वा मूलधन कति रहेछ ?
 - (आ) 10 % वार्षिक ब्याजदर भन्नाले के बुझिन्छ ?
 - (इ) 5 वर्षको समयावधिमा हरेक वर्ष प्राप्त हुने ब्याज रकम कसरी वृद्धि हुँदै जाँदछ ?

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई दुईओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई तालिका भएको प्रश्नको एक/एकओटा चार्टपेपरहरू वितरण गर्नुहोस् ।
- (ग) प्रश्नहरू आपसमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रियाकलापको क्रममा समूहहरूमा अवलोकन आएका प्रतिक्रियाहरूमा आवश्यकतानुसार सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

प्रश्न

रमिता र किशोरले 3 वर्षको लागि आफूसँग भएको रकम रु. 10,000 प्रति वर्ष 10 % ब्याजदर का दरले जम्मा गरेछन् । उनीहरूले प्रत्येक वर्ष प्राप्त गरेका ब्याज रकम निम्न तालिकामा प्रस्तुत गरिएको छ ।

वर्ष	रमिताले प्राप्त गरेकी ब्याज प्रक्रिया		किशोरले प्राप्त गरेको ब्याज प्रक्रिया	
	साँवा	ब्याज	साँवा	ब्याज
पहिलो वर्ष	रु. 10,000	रु. 1,000	रु. 10,000	रु. 1,000
दोस्रो वर्ष	रु. 10,000	रु. 1,000	रु. 11,000	रु. 1,100
तेस्रो वर्ष	रु. 10,000	रु. 1,000	रु. 12,100	रु. 1,210
जम्मा		रु. 3,000		रु. 3,310

(अ) रमिताले तीन वर्षमा कति ब्याज प्राप्त गरिन् ?

(आ) किशोरले तीन वर्षमा कति ब्याज प्राप्त गरे ?

(इ) रमिता र किशोरले प्रत्येक वर्षमा प्राप्त गरेको ब्याज रकममा कस्तो ढाँचा (Pattern) देख्न सकिन्छ ?

(ई) रमिता र किशोरले प्राप्त गरेको ब्याज रकममा कति फरक आयो ? किन ?

क्रियाकलाप - 2

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. 28 मा भएको क्रियाकलाप 3 आपसमा छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) उक्त छलफलका क्रममा विद्यार्थीलाई निम्नानुसार प्रश्नहरूमा क्रमिक रूपमा छलफल गराई चक्रीय ब्याज निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) साँवा (P), समय (T) र ब्याजदर (R) दिइएको अवस्थामा ब्याज कति हुन्छ ?

(आ) यदि समय 1 वर्ष भएको खण्डमा ब्याज र मिश्रधन कति कति हुन्छ ?

(इ) सोहीअनुरूप दोस्रो वर्षको ब्याज र मिश्रधन कति कति हुन्छ ?

(ई) यसरी ब्याज क्रमिक रूपमा बढ्दै जाने हो भने T वर्षको अन्त्यमा कति ब्याज रकम र मिश्रधन प्राप्त गर्न सकिन्छ ?

$$\therefore T \text{ वर्षको अन्त्यमा हुने चक्रीय ब्याज } CI = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right] \text{ हुन्छ ।}$$

मूल्याङ्कन

तल उल्लेख गरिएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

मूलधन रु. 15,000 , समय 3 वर्ष र ब्याजदर 8.5 % प्रतिवर्ष दिइएको अवस्थामा साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज पत्ता लगाई सोको अन्तर रकम पनि पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. 42 को अभ्यास 2.1 को प्रश्न न. 3 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) अर्धवार्षिक र त्रैमासिक चक्रीय ब्याजको अवधारणा र सूत्र प्रतिपादन गर्न

(ख) वार्षिक, अर्धवार्षिक र त्रैमासिक चक्रीय ब्याजसँग सम्बन्धित प्रश्नहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्ट

पूर्वज्ञान पुनरावृत्ति क्रियाकलाप

(क) साँवा (P) र समय (T) र ब्याजदर (R) दिइएको अवस्थामा साधारण ब्याज र वार्षिक चक्रीय ब्याज निकाल्ने सूत्र लेख्नुहोस् ।

(ख) कुनै रकमको समान ब्याजदरमा 1 वर्षमा हुने साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याजमा कति फरक आउँछ ?

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नको एक/एकओटा चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) तोकिएको समयपछि प्रत्येक समूहलाई छलफलबाट आएको नतिजा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा नतिजाहरू आवश्यकतानुसार सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. तलका अवस्थामा वार्षिक चक्रीय ब्याज र मिश्रधन कसरी गणना गर्न सकिन्छ ?

- (अ) प्रत्येक वर्ष ब्याजदर फरक फरक भएमा
- (आ) समय T वर्ष र M महिना भएमा
- (इ) अर्धवार्षिक रूपमा ब्याज गणना गर्नुपर्ने भएमा
- (ई) त्रैमासिक रूपमा ब्याज गणना गर्नुपर्ने भएमा

समाधानहरू

मानौं,

(अ) 3 वर्षमा ब्याजको दर पहिलो वर्षको R_1 %, दोस्रो वर्षको R_2 % र तेस्रो वर्षको R_3 % भएमा

$$\therefore \text{चक्रीय मिश्रधन (CA)} = P \left(1 + \frac{R_1}{100}\right) \left(1 + \frac{R_2}{100}\right) \left(1 + \frac{R_3}{100}\right) \text{ र}$$

$$\therefore \text{चक्रीय ब्याज (CI)} = P \left[\left(1 + \frac{R_1}{100}\right) \left(1 + \frac{R_2}{100}\right) \left(1 + \frac{R_3}{100}\right) - 1 \right] \text{ हुन्छ ।}$$

(आ) समय T वर्ष र M महिना भएमा

$$\therefore \text{चक्रीय मिश्रधन (CA)} = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T \left(1 + \frac{MR}{1200}\right) \text{ र}$$

$$\therefore \text{चक्रीय ब्याज (CI)} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T \left(1 + \frac{MR}{1200}\right) - 1 \right] \text{ हुन्छ ।}$$

(इ) अर्धवार्षिक रूपमा ब्याज गणना गर्नुपर्ने भएमा

ब्याजलाई अर्धवार्षिक रूपमा गणना गर्दा,

ब्याजदर R % प्रतिवर्षलाई $\frac{R}{2}$ % प्रति अर्धवार्षिक र समय (T) लाई $2 \times T = 2T$ गरिन्छ ।

$$\therefore \text{अर्धवार्षिक चक्रीय मिश्रधन (HCA)} = P \left(1 + \frac{R}{200}\right)^{2T} \text{ र}$$

$$\therefore \text{अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज (HCI)} = P \left[\left(1 + \frac{R}{200}\right)^{2T} - 1 \right] \text{ हुन्छ ।}$$

(ई) त्रैमासिक रूपमा ब्याज गणना गर्नुपर्ने भएमा

ब्याजदरलाई त्रैमासिक रूपमा गणना गर्दा,

ब्याजदर R % प्रतिवर्षलाई $\frac{R}{4}$ % प्रति एक चौथाइ वर्ष र समय (T) लाई $4 \times T = 4T$ गरिन्छ ।

$$\therefore \text{त्रैमासिक चक्रीय मिश्रधन (CA)} = P \left(1 + \frac{R}{400}\right)^{4T} \text{ र}$$

$$\therefore \text{त्रैमासिक चक्रीय ब्याज (CI)} = P \left[\left(1 + \frac{R}{400}\right)^{4T} - 1 \right] \text{ हुन्छ ।}$$

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एक ओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भएनभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) यस कार्यमा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका गरिएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

1. रु. 25,000 कुनै बैङ्कमा 2 वर्षका लागि जम्मा गर्दा 10 % प्रतिवर्ष ब्याज दरले कति साधारण ब्याज, वार्षिक चक्रीय ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज कति प्राप्त हुन्छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. रु. 2,000 रकमको 12 % प्रतिवर्ष ब्याजका दरले कति समयपछि चक्रीय ब्याज रु. 508.8 हुन्छ ?
3. रु. 5,000 रकम 2 वर्षका लागि कुनै बैङ्कमा जम्मा गर्दा चक्रीय ब्याज रु. 832 प्राप्त हुन्छ भने ब्याजको दर कति थियो ?
4. रु. 1,50,000 रकम 3 वर्षका लागि एउटा बैङ्कमा जम्मा गरियो । यदि क्रमशः पहिलो, दोस्रो र तेस्रो वर्षको ब्याजदर क्रमशः 5 % , 8 % र 10 % प्रतिवर्ष थियो भने वर्षको अन्त्यमा कति चक्रीय मिश्रधन र चक्रीय ब्याज प्राप्त भयो होला ?
5. रु. 40,000 कुनै बैङ्कमा 2 वर्षका लागि जम्मा गर्दा 8 % प्रतिवर्ष ब्याज दरले त्रैमासिक चक्रीय मिश्रधन कति हुन्छ ?

6. रु. 30,000 कुनै बैङ्कमा 2 वर्ष 7 महिनाका लागि जम्मा गर्दा 10 % प्रतिवर्ष ब्याज दरले अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज कति हुन्छ ?

विचारणी प्रश्न : मूलधन, समय र ब्याजको दर समान भएको अवस्थामा साधारण ब्याज, वार्षिक चक्रीय ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजका बिचमा कस्तो सम्बन्ध पाउन सकिन्छ ?

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. 42 को अभ्यास 2.1 को प्रश्न नं. 1, 2, 4, 5 र 6 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) विभिन्न ब्याजहरूसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न सक्ने

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू संकलित भलक पत्ती (सम्भव भए प्रश्नहरू देखाउन प्रोजेक्टर), घन्टी आदि ।

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाकोठा, हल वा विद्यालय परिसर वा अन्य कुनै उपयुक्त स्थानको व्यवस्था गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीबिच तलका प्रश्नहरू लिएर (आवश्यकतानुसार अन्य प्रश्नहरू पनि थपघट गर्न सकिन्छ ।) हाजिरीजवाफ खेलाउनुहोस् ।

(घ) सम्भव भए विजेतादेखि अन्तिम भएका सबैलाई उचित पुरस्कारको व्यवस्था गरि वितरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. साँवा र समय तटस्थ भएको अवस्थामा समयावधि बढ्दा ब्याज रकममा कस्तो परिवर्तन आउँछ ?

(अ) ब्याज रकम घट्छ ।

(आ) ब्याज रकम बढ्छ ।

(इ) ब्याज रकम जस्ताको त्यस्तै हुन्छ ।

(ई) यो साँवामा निर्भर हुन्छ ।

2. तलको कुन वाक्यले साधारण ब्याजलाई राम्ररी व्याख्या गर्दछ ?

(अ) ब्याज रकम हिसाव गर्दा सुरुआती साँवा र कुनै त्यो समयभन्दा अगाडिको कमाइएको ब्याजको आधारमा गरिन्छ ।

- (आ) ब्याज रकम साँवामा नियमित समय अन्तरालमा जोडिँदै गईन्छ ।
- (इ) ब्याज रकम कुनै समयको सुरुआती साँवाका माध्यमबाट मात्र हिसाब गरिन्छ ।
- (ई) ब्याज रकम निरन्तर हिसाब गरिन्छ ।
3. साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याजमध्ये कुन ब्याज रकम कुनै निश्चित समयपश्चात् धेरै हुन्छ ?
- (अ) साधारण ब्याज सधैं धेरै हुन्छ ।
- (आ) चक्रीय ब्याज सधैं धेरै हुन्छ ।
- (इ) यो साँवा र ब्याजदरमा भर पर्दछ ।
- (ई) साधारण ब्याज र चक्रीय ब्याज दुवै समान हुन्छन् ।
4. साँवा, समय र ब्याजदर समान भएको अवस्थामा चक्रीय ब्याज, अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याजको बढ्दो क्रम कस्तो हुन्छ ?
- (अ) चक्रीय ब्याज, अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याज
- (आ) अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज, चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याज
- (इ) साधारण ब्याज, चक्रीय ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज
- (ई) चक्रीय ब्याज, साधारण ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज
5. अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजमा ब्याज कसरी जोडिन्छ ?
- (अ) ब्याज वर्षमा 2 पटक जोडिन्छ ।
- (आ) ब्याज वर्षमा 1 पटक मात्र जोडिन्छ ।
- (इ) ब्याज वर्षमा 3 पटक जोडिन्छ ।
- (ई) ब्याज जोडिँदैन ।
6. साँवा (P), समय (T) र ब्याजदर (R) दिइएको अवस्थामा अर्धवार्षिक चक्रीय मिश्रधन निकाल्ने सूत्र के हुन्छ ?
7. साँवा (P), समय (T) र ब्याजदर (R) दिइएको अवस्थामा त्रैमासिक एक चौथाइ चक्रीय मिश्रधन निकाल्ने सूत्र के हुन्छ ?
8. साँवा (P), समय (T) र ब्याजदर (R) दिइएको अवस्थामा वार्षिक चक्रीय मिश्रधन निकाल्ने सूत्र के हुन्छ ?
9. साँवा (P), समय T वर्ष र M महिना र ब्याजदर (R) दिइएको अवस्थामा वार्षिक चक्रीय ब्याज निकाल्ने सूत्र के हुन्छ ?
10. साँवा (P), समय (T) र ब्याजदरहरू क्रमशः $R_1\%$, $R_2\%$ र $R_3\%$ दिइएका अवस्थामा चक्रीय ब्याज

निकालने सूत्र के हुन्छ ?

11. मूलधन रु. 10,000 कुनै बैङ्कमा 2 वर्षका लागि जम्मा गर्दा 5 % प्रतिवर्ष चक्रीय ब्याजका दरले कति मिश्रधन प्राप्त हुन्छ ?
12. 1 वर्षको लागि रकम रु. 25,000 कुनै बैङ्कमा जम्मा गर्दा 10 % प्रतिवर्ष चक्रीय ब्याजका दरले कति अर्धवार्षिक ब्याज प्राप्त हुन्छ ?
13. 2 वर्षको लागि रु. 20,000 कुनै सहकारी संस्थामा साधारण ब्याजदरमा जम्मा गर्दा रु. 24,200 मिश्रधन प्राप्त हुन्छ भने ब्याजदर कति हुन्छ ?
14. वार्षिक 5 % प्रतिवर्ष चक्रीय ब्याजदरले कति वर्षमा मूलधन रु. 1,200 को मिश्रधन रु. 1,323 हुन्छ ?
15. कुनै मूलधनको वार्षिक चक्रीय ब्याजअनुसार 10 % प्रतिवर्षका दरले 3 वर्षमा मिश्रधन रु. 16,637.50 हुन्छ भने मूलधन कति हुन्छ ?
16. यदि लगातार दुई वर्षहरूमा ब्याजदर क्रमशः 4 % र 5 % भए, साँवा रकम रु. 8,500 को वार्षिक चक्रीय ब्याज कति हुन्छ ?
17. रु. 15,000 कुनै बैङ्कमा 2 वर्ष 3 महिनाका लागि वार्षिक 5 % प्रतिवर्षका दरले जम्मा गर्दा कति साधारण ब्याज पाउन सकिन्छ ?
18. रु. 20,000 कुनै सहकारी संस्थामा 1 वर्ष 7 महिनाका लागि वार्षिक प्रतिवर्षका दरले जम्मा गर्दा अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज कति हुन्छ ?
19. अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजअनुसार प्रतिवर्ष 20 % का दरले कति वर्षमा रु. 50,000 को मिश्रधन रु. 66,550 हुन्छ ?
20. रु. 10,000 कुनै बैङ्कमा 2 वर्षको लागि वार्षिक 5 % प्रतिवर्षका दरले जम्मा गर्दा त्रैमासिक एक चौथाइ चक्रीय ब्याज रकम कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप – 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू वितरण गर्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू:

1. वार्षिक चक्रीय ब्याजअनुसार प्रति वर्ष 6.5 % ब्याजका दरले कति समयमा रु. 4,00,000 को चक्रीय ब्याज रु. 1,32,400 हुन्छ ?

समाधान

साँवा (P) = रु. 4,00,000

ब्याजदर (R) = 6.5 % प्रतिवर्ष

चक्रीय ब्याज (CI) = रु. 132,400

सूत्रानुसार,

$$\text{चक्रीय ब्याज (CI)} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - 1 \right]$$

$$\Rightarrow 132,400 = 400000 \left[\left(1 + \frac{10}{100}\right)^T - 1 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{132400}{400000} = \left[\left(1 + \frac{10}{100}\right)^T - 1 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1324}{4000} = \left(1 + \frac{10}{100}\right)^T - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1324}{4000} + 1 = \left(\frac{110}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow \frac{5324}{4000} = \left(\frac{11}{10}\right)^T$$

$$\Rightarrow 1.331 = (1.1)^T$$

$$\Rightarrow (1.1)^3 = (1.1)^T$$

$$\therefore 3 = T$$

$$\therefore T = 3 \text{ वर्ष}$$

2. वार्षिक 10 % चक्रीय ब्याजका दरले $1\frac{1}{2}$ वर्षमा कति रकमको अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज रु. 6,305

हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. कति प्रतिशत वार्षिक चक्रीय ब्याजका दरले रु. 3,43,000 को 3 वर्षमा चक्रीय ब्याज रकम रु. 1,69,000 हुन्छ ?

4. प्रतिवर्ष 12 % अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजदरअनुसार, कति समयमा रु. 20,000 को चक्रीय ब्याज रु. 3,820.32 प्राप्त हुन्छ ?

5. अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजअनुसार कुनै मूलधनको 8 % प्रतिवर्षको ब्याजका दरले 2 वर्षमा चक्रीय ब्याज रु. 3397.1712 भए, मूलधन पत्ता लगाउनुहोस् । सो रकम सोही समयमावधि र ब्याजदरअनुसार कुनै बैङ्कमा जम्मा गर्दा अन्त्यमा कति साधारण ब्याज प्राप्त हुन्छ ?

(घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भए नभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप – 3

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
(घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भएनभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू:

1. रु. 25,000 कुनै बैङ्कमा 2 वर्षका लागि जम्मा गर्दा वार्षिक 10 % ब्याजदरअनुसार साधारण ब्याज र अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजको अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

साधारण ब्याजका लागि,

$$\text{साँवा (P)} = \text{रु. } 25,000$$

$$\text{समय (T)} = 2 \text{ वर्ष}$$

$$\text{ब्याजदर (R)} = 10 \% \text{ प्रतिवर्ष}$$

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned} \text{साधारण ब्याज (SI)} &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ &= \frac{25000 \times 2 \times 10}{100} \\ &= \text{रु. } 5,000 \end{aligned}$$

अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजका लागि,

$$\text{साँवा (P)} = \text{रु. } 25,000$$

$$\text{समय (T)} = 2 \text{ वर्ष}$$

$$\text{ब्याजदर (R)} = 10 \% \text{ प्रतिवर्ष}$$

सूत्रअनुसार,

$$\text{अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज (HCI)} = P \left[\left(1 + \frac{R}{200} \right)^{2T} - 1 \right]$$

$$\begin{aligned}
&= 25000 \left[\left(1 + \frac{10}{200}\right)^{2 \times 2} - 1 \right] \\
&= 25000 \left[\left(\frac{210}{200}\right)^4 - 1 \right] \\
&= 25000 [0.21550625] \\
&= \text{रु. } 5,387.66
\end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned}
\text{अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याजको अन्तर} &= \text{HCI} - \text{SI} \\
&= 5,387.66 - 5,000 \\
&= \text{रु. } 387.66
\end{aligned}$$

2. 2 वर्षका लागि कुनै बैङ्कमा रु. 15,00,000 वार्षिक 5 % प्रतिवर्ष ब्याजका दरले जम्मा गर्दा

(अ) 2 वर्षको अन्त्यमा वार्षिक चक्रीय मिश्रधन कति हुन्छ ?

(आ) एक चौथाइ वार्षिक चक्रीय ब्याज कति हुन्छ ?

(इ) 2 वर्षको अन्त्यमा प्राप्त हुने चक्रीय ब्याज साधारण ब्याजभन्दा कति प्रतिशतले बढि हुन्छ ?

3. कुनै सहकारी संस्थामा रु. 50,000 जम्मा गरियो । यदि ब्याजदर 2 पैसा प्रति एक रुपियाँ प्रति महिनाका दरले जम्मा गरिएको थियो भने 2 वर्षको अन्त्यमा हुने अर्धवार्षिक चक्रीय मिश्रधन र साधारण मिश्रधनमा फरक निकाल्नुहोस् ।

4. एउटा बैङ्कको खाता 'A' मा 10 % प्रतिवर्ष अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजदर र खाता 'N' मा 15 % प्रतिवर्ष वार्षिक चक्रीय ब्याजदर कायम गरेको छ । यदि तपाईं 2 वर्षका लागि रु. 40,000 सो बैङ्कमा जम्मा गर्दै हुनुहुन्छ भने

(अ) कुन खातामा जम्मा गर्नुहुन्छ, र किन ? गणना गरी कारणसहित उल्लेख गर्नुहोस् ।

(आ) अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज र चक्रीय ब्याजबिच प्रतिशतमा तुलना गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

एउटा व्यक्तिले रु. 1,50,000 साधारण 5 % वार्षिक ब्याजदरमा कुनै बैङ्कबाट 2 वर्षका लागि ऋण लिएछ । रकम पाउने बित्तिकै उसले सो रकम उत्तिनै चक्रीय ब्याजदर सोही समयको लागि लगानी गरेछ । वर्षको अन्त्यमा उक्त व्यक्तिलाई कति नाफा वा नोक्सान हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न.43 को अभ्यास 2.1 को प्रश्न न.7, 8 र 10 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

सातौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) विभिन्न ब्याजहरूसँग सम्बन्धित थप शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ख) केही समयसम्म उक्त प्रश्नहरूको समाधान आआफ्नो कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. कुनै रकम केही समयका लागि 1 पैसा प्रति रुपियाँ प्रति 2 महिनाको ब्याजमा जम्मा गरियो भने ब्याजदर कति थियो होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. वार्षिक 8 % ब्याजका दरले रु. 2,00,000 को 2 वर्षमा हुने अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज सोही अवधिमा उही दरले हुन आउने वार्षिक चक्रीय ब्याजभन्दा कति प्रतिशत धेरै हुन्छ ?
3. कति समयमा वार्षिक 10 % चक्रीय ब्याजदरमा मूलधन रु. 1,00,000 को मिश्रधन रु. 1,21,000 हुन्छ ?

(ग) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भएनभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

(घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई

समाधानहरू सही भए नभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. एक निश्चित धनराशि को 3 वर्ष सम्मको 10 % प्रतिवर्ष ब्याजले हुने चक्रीय र साधारण ब्याजको

अन्तर रु. 790.50 भए

(अ) उक्त धनराशि पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) चक्रीय ब्याज रकम कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) उक्त रकम सोही समयावधि र सोही ब्याजदरअनुसार अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजदरमा जम्मा गर्दा साधारण ब्याजभन्दा कति प्रतिशत बढी वा कम ब्याज रकम प्राप्त हुन सक्छ होला ?

समाधान

(अ) साधारण ब्याजका लागि,

समय (T) = 3 वर्ष

ब्याजदर (R) = 10 % प्रतिवर्ष

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned}\text{साधारण ब्याज (SI)} &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ &= \frac{P \times 3 \times 10}{100} \\ &= \text{रु. } 0.3 P\end{aligned}$$

वार्षिक चक्रीय ब्याजका लागि,

समय (T) = 3 वर्ष

ब्याजदर (R) = 10 % प्रतिवर्ष

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned}\text{वार्षिक चक्रीय ब्याज (CI)} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right] \\ &= P \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^3 - 1 \right] \\ &= P \left[\left(\frac{110}{100} \right)^3 - 1 \right] \\ &= P [0.331]\end{aligned}$$

$$= \text{रु. } 0.331 P$$

प्रश्नअनुसार,

$$\text{वार्षिक चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याजको अन्तर} = CI - SI$$

$$\Rightarrow 790.50 = 0.331 P - 0.3 P$$

$$\Rightarrow 790.50 = 0.031 P$$

$$\therefore P = \text{रु. } 25,500$$

(आ) चक्रीय ब्याज (CI) = रु. 0.331 P

$$= 0.331 \times 25500 = \text{रु. } 8,440.50$$

(इ) अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजका लागि,

$$\text{साँवा वा मूलधन (P)} = \text{रु. } 25,500$$

$$\text{समय (T)} = 3 \text{ वर्ष}$$

$$\text{ब्याजदर (R)} = 10 \% \text{ प्रतिवर्ष}$$

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned} \text{अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज (HCI)} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{200} \right)^{2T} - 1 \right] \\ &= 25500 \left[\left(1 + \frac{10}{200} \right)^{2 \times 3} - 1 \right] \\ &= 25500 \left[\left(\frac{210}{200} \right)^6 - 1 \right] \\ &= \text{रु. } 8672.44 \end{aligned}$$

$$\text{साधारण ब्याज (SI)} = \text{रु. } 0.3 P$$

$$= 0.3 \times 25500 = \text{रु. } 7,650$$

अब,

$$\begin{aligned} &\frac{HCI - SI}{SI} \times 100 \% \\ &= \frac{8672.44 - 7650}{7650} \times 100 \% \\ &= 13.37 \% \end{aligned}$$

\therefore अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज साधारण ब्याजभन्दा 13.37 % ले बढि हुने रहेछ ।

2. प्रतिवर्ष 10 % ब्याजका दरले वर्षमा कुनै रकमको चक्रीय ब्याज साधारण ब्याजभन्दा रु. 420 ले

बढी हुन आउँछ भने

(अ) उक्त धनराशि पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) साधारण ब्याज रकम कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) उक्त रकम सोही समयावधि र सोही ब्याजदरअनुसार अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजदरमा जम्मा गर्दा वार्षिक चक्रीय ब्याजभन्दा कति प्रतिशत बढी वा कम ब्याज रकम प्राप्त हुन सक्छ होला ?

3. कुनै धनको वार्षिक 10 % ब्याजका दरमा 2 वर्षको अर्धवार्षिक र वार्षिक चक्रीय ब्याजको अन्तर रु. 88.10 हुन्छ भने

(अ) उक्त धनराशि पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) सो धनराशि वार्षिक 15 % ब्याजका दरमा 1 वर्षको लागि कुनै सहकारी संस्थामा जम्मा गर्ने हो भने कति मिश्रधन प्राप्त हुन्छ ?

4. 2 वर्षमा, 12 % वार्षिक ब्याजदरमा कुनै रकमको साधारण र वार्षिक चक्रीय ब्याजको योगफल रु. 1236 हुन्छ भने

(अ) साँवा रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) सोही साँवा, सोही समय र सोही ब्याजदरमा कुनै बैङ्कमा जम्मा गर्दा कति अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज प्राप्त हुन्छ ?

5. एक साहुले 3 % वार्षिक ब्याजदरमा केही रकम सापट लिएछ, र सो रकम वार्षिक 5 % चक्रीय ब्याजको दरले लगानी गरेछ । यदि 3 वर्षपछि उसले यस कार्यबाट रु. 1082 लाभ गरेछ भने कति रकम सापट लिएको रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

एक व्यक्तिले 5 % वार्षिक चक्रीय ब्याजदरमा केही रकम कुनै बैङ्कबाट ऋण लिएछ । उसले सो रकम वार्षिक 4 % अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याजको दरले कुनै व्यापारमा लगानी गरेछ । यदि 2 वर्षपछि उसले यस कार्यबाट रु. 4,646.25 लाभ गरेछ भने कति रकम ऋण लिइएको रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 43 को अभ्यास 2.1 को प्रश्न न. 9 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

आठौं र नवौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) विभिन्न समयहरूमा हुने मिश्रधनहरूबाट सम्बन्धित साँवा, ब्याजदर आदि पत्ता लगाउन
(ख) विभिन्न समयहरूमा हुने ब्याजहरूबाट सम्बन्धित साँवा, ब्याजदर आदि पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई एक एकओटा A4 कागज बाँड्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येकलाई चक्रीय ब्याज तथा चक्रीय मिश्रधनसँग सम्बन्धित सम्पूर्ण सूत्रहरू लेख्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा विद्यार्थीलाई एकआपसमा सल्लाह गर्ने कार्य गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
(घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भएनभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. वार्षिक चक्रीय ब्याजमा कुनै रकम 2 वर्षमा मिश्रधन रु. 15,840 र 3 वर्षमा रु. 19,008 पुग्छ भने मूलधन र चक्रीय ब्याजदर पत्ता लगाउनुहोस् । सोही रकम सोही ब्याजदरमा कति समय वैङ्कमा जम्मा गर्दा साधारण ब्याज रु. 6,600 हुन्छ ?

समाधान

पहिलो सर्तअनुसार,

$$\text{मिश्रधन (CA)} = \text{रु. } 15,840$$

$$\text{समय (R)} = 2 \text{ वर्ष}$$

सूत्रअनुसार,

$$(CA) = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow 15840 = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 \dots\dots\dots (i)$$

दोस्रो सर्तअनुसार,

मिश्रधन (CA) = रु. 19,008

समय (R) = 3 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$(CA) = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow 19008 = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3 \dots\dots\dots (ii)$$

स (ii) लाई स (i) ले भाग गर्दा,

$$\frac{19008}{15840} = \frac{P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3}{P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} - 1 = \frac{R}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{R}{100}$$

$\therefore R = 20\%$ प्रतिवर्ष

$R = 20\%$ को मान स (i) मा राख्दा,

$$15840 = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 15840 = P \left(1 + \frac{20}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 15840 = P \left(\frac{120}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 15840 = P (1.2)^2$$

$\therefore R = \text{रु. } 11,000$

अब,

ब्याजदर (R) = 20% प्रतिवर्ष

साँवा (P) = रु. 11,000

ब्याज (I) = रु. 6,600

हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned} P &= \frac{I \times 100}{P \times R} \\ &= \frac{6600 \times 100}{11000 \times 20} \\ &= 3 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

- निश्चित वार्षिक चक्रीय ब्याजदरले कुनै रकम 3 वर्षमा रु. 66,550 र वर्षमा रु. 73,205 हुन्छ भने ब्याजदर र उक्त मूलधन पत्ता लगाउनुहोस् ।
- वार्षिक चक्रीय ब्याजदरले कुनै धनराशि 2 वर्ष र 4 वर्षको अन्त्यमा रु. 19360 र रु. 23425.60 हुन्छ भने मूलधन र चक्रीय ब्याजदर पत्ता लगाउनुहोस् ।
- वार्षिक चक्रीय ब्याजदरले कुनै रकम 3 वर्षमा रु. 1331 र 4 वर्षमा रु. 1464.10 पुग्छ भने साँवा र ब्याजदर पत्ता लगाउनुहोस् । सोही रकम र सोही ब्याजदरमा वर्षको अन्त्यमा एक चौथाइ चक्रीय ब्याज कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 3

- कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भएनभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

- कुनै रकमको पहिलो एक वर्षको र पहिलो दुई वर्षको चक्रीय ब्याजहरू क्रमशः रु. 2500 र रु. 5250 छन् भने ब्याजदर तथा लगानी गरिएको रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

पहिलो वर्षमा,

ब्याज (CI) = रु. 2,500

समय (R) = 1 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$(CI) = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right]$$

$$\Rightarrow 2500 = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^1 - 1 \right] \dots\dots\dots (i)$$

दोस्रो वर्षमा,

ब्याज (CI) = रु. 5,250

समय (R) = 2 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$(CI) = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right]$$

$$\Rightarrow 5250 = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^2 - 1 \right] \dots\dots\dots (ii)$$

स (i) लाई स (ii) ले भाग गर्दा,

$$\frac{5250}{2500} = \frac{P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^2 - 1 \right]}{P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^1 - 1 \right]}$$

$$\Rightarrow \frac{21}{10} = \frac{\left(1 + \frac{R}{100} \right)^2 - (1)^2}{\left(1 + \frac{R}{100} \right)^1 - 1}$$

$$\Rightarrow 2.1 = \frac{\left[\left(1 + \frac{R}{100} \right) - 1 \right] \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right) + 1 \right]}{\left(1 + \frac{R}{100} \right) - 1}$$

$$\Rightarrow 2.1 = 2 + \frac{R}{100}$$

$$\Rightarrow 0.1 = \frac{R}{100}$$

$\therefore R = 10 \% \text{ प्रतिवर्ष}$

R = 10 % को मान स (i) मा राख्दा,

$$2500 = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^1 - 1 \right]$$

$$\Rightarrow 2500 = P \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^1 - 1 \right]$$

$$\Rightarrow 2500 = P \left[\left(\frac{110}{100} \right)^1 - 1 \right]$$

$$\Rightarrow 2500 = P \times 0.1$$

$$\therefore R = \text{रु. } 25,000$$

2. वार्षिक चक्रीय ब्याजअनुसार 1 वर्ष र 2 वर्षमा कुनै रकमको चक्रीय ब्याज क्रमशः रु. 450 र रु. 945 पुग्छ भने ब्याजदर र साँवा कति हुन्छ ?
3. कुनै रकमको पहिलो 1 वर्षको र पहिलो 2 वर्षको ब्याजहरू रु. 400 र रु. 832 छन् भने ब्याजदर तथा मूलधन पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. कुनै रकमको 2 वर्ष र 4 वर्षको चक्रीय ब्याज क्रमशः रु. 5,460 र रु. 12,066.60 छन् । वार्षिक चक्रीय ब्याजदर र सो रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. वार्षिक चक्रीय ब्याजअनुसार कुनै रकम लगानी गर्दा लगातार पहिलो दुई वर्षका ब्याजहरू क्रमशः रु. 104 र रु. 109.408 भए, ब्याजदर तथा लगानी रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

कुनै मूलधनको 2 वर्षमा वार्षिक चक्रीय ब्याज र साधारण ब्याज क्रमशः रु. 1134.24 र रु. 1,088 भए, सो मूलधन र ब्याजदर निकाल्नुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 44 को अभ्यास 2.1 को प्रश्न न.11 र 14 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

दसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) चक्रीय ब्याजहरूसँग सम्बन्धित थप शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भएनभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. एउटा व्यक्तिले रु. 46,875 को कर्जा लिएछ । यदि प्रति वर्ष प्रति रुपियाँ ब्याजदर 4 पैसा भए कति वर्षमा रु. 5853 चक्रीय ब्याज तिर्नुपर्छ होला ?
2. एक व्यक्तिले 3 % प्रतिवर्ष साधारण ब्याजका दरले केही रकम सापट लिएछ र सो रकम वार्षिक 5 % चक्रीय ब्याजदरले लगानी गरेछ । यदि वर्षपछि उसले यस कार्यबाट रु. 1082 नाफा गरेछ भने जम्मा कति रकम सापटी लिएको रहेछ ?
3. कुनै धनराशिको वार्षिक 8 % चक्रीय ब्याजको हिसाबले 1 वर्षको अन्त्यमा चक्रीय ब्याज रु. 2080 हुन्छ भने सोही राशिको उतिनै समयमा उही ब्याजदरले साधारण ब्याज कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भए नभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. ममिलाले 2 वर्षका लागि कुनै बैङ्कमा रु. 4,00,000 प्रति वर्ष 10 % का दरले पाएको ब्याजमा 5 % कर

कट्टी गर्ने गरी वार्षिक चक्रीय ब्याज पाउने गरी जम्मा गरिन्छन् । तर ठिक एक वर्षपछि बैङ्कले नीति परिवर्तन गरी सोही ब्याज दरमा त्रैमासिक वार्षिक चक्रीय ब्याज दिने निर्णय गरेछ ।

(अ) कर कट्टीपछि पहिलो वर्षको ब्याज रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) कर कट्टीपछि दोस्रो वर्षको ब्याज रकम कति होला ?

(इ) कर कट्टीपछि पहिलो वर्षको र दोस्रो वर्षका ब्याज रकममा कति प्रतिशतले फरक परेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

(अ) पहिलो वर्षका लागि,

साँवा वा मूलधन (P) = रु. 4,00,000

समय (T) = 1 वर्ष

ब्याजदर (R) = 10 % प्रतिवर्ष

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned}\text{वार्षिक चक्रीय ब्याज (CI)} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^T - 1 \right] \\ &= 400000 \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^1 - 1 \right] \\ &= 400000 \left[\left(\frac{110}{100} \right)^1 - 1 \right] \\ &= \text{रु. } 40,000\end{aligned}$$

5 % कर कट्टी गरी सकेपछिको ब्याज रकम (CI₁) = रु. 40,000 - 5 % को रु. 40,000

$$= 40,000 - \frac{5}{100} \times 40000$$

$$= \text{रु. } 38,000$$

(आ) दोस्रो वर्षका लागि,

साँवा वा मूलधन (P) = रु. (4,00,000 + 38000) = रु. 4,38,000

समय (T) = 1 वर्ष

ब्याजदर (R) = 10 % प्रतिवर्ष

सूत्रअनुसार,

$$\text{त्रैबालबालिकामासिक चक्रीय ब्याज (CI)} = P \left[\left(1 + \frac{R}{400} \right)^{4T} - 1 \right]$$

$$= 438000 \left[\left(1 + \frac{10}{400} \right)^{4 \times 1} - 1 \right]$$

$$= 438000 \left[\left(\frac{410}{400} \right)^4 - 1 \right]$$

$$= \text{रु. } 45,470.05$$

5 % कर कट्टी गरी सकेपछिको ब्याज रकम (CI_2) = रु. 45,470.05 - 5 % को रु. 45,470.05

$$= 45,470.05 - \frac{5}{100} \times 45,470.05$$

$$= \text{रु. } 43,197$$

(इ) अब,

$$\frac{CI_2 - CI_1}{CI_1} \times 100 \% = \frac{43197 - 38000}{38000} \times 100 \% = 13.67 \%$$

∴ कर कट्टीपछि दोस्रो वर्षको ब्याज, पहिलो वर्षको रकमभन्दा 13.67 % ले बढी हुन्छ ।

2. रमेशले रु. 8,000 महेश र सरितालाई बाँडेर दिए । महेशले 12 % को दरले वार्षिक चक्रीय ब्याज तिर्न सहमत भयो भने, सरिताले 15 % को दरले साधारण ब्याज तिर्ने भइन् । यदि 3 वर्षको अन्त्यमा, उनीहरूले जम्मा रु. 3374.64 ब्याजबापत तिरेको भए, प्रत्येकलाई कति कति रकम ऋण दिइएको रहेछ ?
3. मनोहरले रु. 48,000 सेविका र प्रशंसालाई बाँडेर दिए । सेविका 12 % को दरले अर्धवार्षिक चक्रीय ब्याज तिर्न सहमत भइन् भने प्रशंसाले 10 % को दरले वार्षिक चक्रीय ब्याज तिर्ने भइन् । यदि 2 % वर्षको अन्त्यमा, प्रशंसाले सेविकाले भन्दा रु. 630.4608 बढी ब्याज तिरेकी भए, प्रत्येकले कति-कति रकम प्राप्त गरेका रहेछन् ?
4. प्रकाशले राधा र हरिलाई 1 वर्षका लागि जम्मा रु. 20,000 ऋण लिएको रहेछ । राधालाई 15 % अर्धवार्षिक ब्याजका दरले ब्याज र हरिलाई 18 % वार्षिक चक्रीय ब्याजका दरले ब्याज तिर्ने मञ्जुर गरेछ । यदि राधालाई हरिभन्दा $29 \frac{11}{16} \%$ बढी ब्याज तिरिएको रहेछ भने प्रत्येकबाट प्रकाशले जम्मा कतिकति रकम ऋण लिएको रहेछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 44 र 45 को अभ्यास 2.1 को प्रश्न न.12 र 13 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

एघारौं र बाह्रौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) चक्रीय व्याजहरूसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्यमा अघि बढ्न लगाउनुहोस् ।

आफ्नो टोलछिमेकमा रहेका बैङ्क तथा वित्तीय संस्था वा सहकारीमा जानुहोस् । तपाईं गएको संस्थाका प्रमुख वा सूचना अधिकारी वा जानकारी गराउने व्यक्तिलाई भेटी विभिन्न किसिमका मौज्जात निक्षेप योजनाका बारेमा जानकारी लिनुहोस् । यदि सो संस्थाको ब्रोसर पाउनुभयो भने त्यसमा भएका विभिन्न किसिमका योजनाको बारेमा अध्ययन गर्नुहोस् । आफ्नो आमा, बुबा वा घरको अरू कोही सदस्यले निश्चित रकम बचत गर्न खोज्नु भएको छ भने कुन चाहिँ उपयुक्त हुन्छ भनी सल्लाह दिनुहुन्छ र किन ? आफ्ना तर्क समेटेटी एउटा रिपोर्ट तयार गर्नुहोस् । प्रतिवेदन तयार गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहको प्रस्तुति र उक्त समूहमा रहेका विद्यार्थीको सक्रियताका आधारमा रुब्रिक्स बनाई मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई परियोजना कार्यका क्रममा विभाजन गरिएको समूहमा पुनः राख्नुहोस् ।

(ख) केही समय परियोजना कार्य गर्दा के कस्ता अनुभवहरू प्राप्त भए सोबारे छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) यस्तै किसिमको परियोजना कार्यलाई भविष्यमा अझ थप प्रभावकारी ढङ्गबाट गर्न केकस्ता सुधारका कार्यहरूमा ध्यान राख्न आवश्यक छ ? सोबारे एउटा प्रस्तुति तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) कक्षामा प्रत्येक समूहलाई आफ्नो प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।

पाठ 3 वृद्धि र ह्रास (Growth and Depreciation)

परिचय

जनसङ्ख्या वृद्धिले कुनै पनि स्थानको जनसङ्ख्यामा परिवर्तनका कारक तत्त्वहरू जस्तै: जन्म, मृत्यु, आन्तरिक एवम् बाह्य बसाइँसराइ आदिले के कस्तो र कति प्रभाव परेको छ भन्ने जनाउँछ। उच्च जन्मदर र न्यून मृत्युदरले कुनै पनि स्थानको जनसङ्ख्या वृद्धि हुन्छ भने यसमा बसाइँसराइ गरी कुनै स्थानमा आएमा पनि उक्त स्थानको जनसङ्ख्या बढ्छ। जनसङ्ख्या वृद्धिका तथ्याङ्कहरू सरकार तथा नीति नियम निर्माताहरूका लागि महत्त्वपूर्ण जानकारी हुने गर्दछ। यस्ता तथ्याङ्कहरूले सरकारलाई देशमा विद्यमान विभिन्न स्रोत एवम् साधनहरूको वितरण एवम् व्यवस्थापन, सार्वजनिक सेवाहरूको व्यवस्थापन तथा विभिन्न आर्थिक विकासका कार्यक्रमहरू तयार गर्न तथा कार्यान्वयन गर्न मद्दत पुग्छ।

मूल्यह्रास एक वित्तीय अवधारणा हो जसले कुनै पनि वस्तुको समय बित्दै जाँदा कसरी मूल्य घट्दै जान्छ भन्ने गणितीय जानकारी प्रदान गर्दछ। यो विशेषतः दुई प्रकारमा हुने गर्दछ। पहिलो सामानको अवस्थामा विग्रने, भाँचिने, फुट्ने आदिले हुने ह्रास हुन्छ भने अर्को वित्तीय ह्रास जुन प्रविधि प्रगतिले हुने गर्दछ। विभिन्न वित्तीय संस्थाहरूले आफ्नो संस्थामा विद्यमान सामग्रीहरूको अवस्था हेरिकन मूल्य ह्रासका हिसाबहरू राख्ने काम गर्दछन्। यस पाठमा विभिन्न स्थानहरूमा भएको वा हुन सक्ने जनसङ्ख्यासम्बन्धी गणितीय शाब्दिक समस्याहरू विभिन्न भौतिक वस्तुहरूमा समयानुसार हुने मूल्यह्रास वा वृद्धिसम्बन्धी समाधान गर्ने कार्य गरिने छ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) चक्रीय वृद्धि र ह्राससम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्न

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले जम्मा 10 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरेको छ। तसर्थ यस

पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	जनगणना सम्बन्धित तथ्याङ्कहरू अध्ययन र जनसङ्ख्या वृद्धिसँग सम्बन्धित सूत्रहरू प्रतिपादन	1	47 – 48
2.	जनसङ्ख्या वृद्धिसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान	1	49 – 50 , 55
3.	जनसङ्ख्या वृद्धिसम्बन्धी थप शाब्दिक समस्याहरू समाधान	1	50 – 54, 56
4.	जनसङ्ख्या वृद्धिसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	
5.	मूल्य ह्रासको अवधारणा र सूत्रहरू प्रतिपादन	1	58 – 59, 63
6.	मूल्य ह्राससम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान	2	60 – 62, 63 , 65
8.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	
	जम्मा	10	

विद्यार्थीमा हुन सक्ने सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरू

- जनसङ्ख्या वृद्धि तथा मूल्यह्राससँग सम्बन्धित सूत्र पहिचान र प्रयोगमा समस्या
- कुनै समयपछि हुने जनसङ्ख्या तथा घटेको जनसङ्ख्या पहिचान गर्न समस्या
- मूल्यह्रासपछि कुनै समयको अन्तरालमा हुने सामानको मूल्य तथा घटेको वास्तविक मूल्य पहिचान गर्न समस्या

पहिलो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) नेपालमा जनगणनाको सुरुवात र त्यससँग सम्बन्धित तथ्याङ्कहरू अध्ययन गर्न
- (ख) जनसङ्ख्या वृद्धिसँग सम्बन्धित सूत्रहरू प्रतिपादन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

जनगणनासम्बन्धी तथ्याङ्कहरू भएका चार्टहरू, प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्ट

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई दुईओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 47 को पुनरवलोकनमा दिइएको जनसङ्ख्यासम्बन्धी स्तम्भ चित्र अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) यस क्रममा विद्यार्थीलाई सामाजिक शिक्षा विषय अध्ययनबाट पनि जानकारीहरू लिन लगाउनुहोस् ।
- (घ) सो स्तम्भचित्र अध्ययनपश्चात् उक्त चित्रसँग सम्बन्धित प्रश्नहरूबारे छलफल गराउनुहोस् ।
- (ङ) यस छलफलका क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

थप प्रश्नहरू:

- (अ) नेपालको जनसङ्ख्या वि.सं. 1998 मा कति थियो ?
- (आ) वि.सं. को तुलनामा वि.सं. 2028 मा जनसङ्ख्या कति प्रतिशतले वृद्धि भएको देखिन्छ ?
- (इ) कुन वर्ष अन्तरालमा सबैभन्दा कम र सबैभन्दा धेरै जनसङ्ख्या वृद्धि भएको देखिन्छ ?
- (ई) पछिल्लो 50 वर्षको जनसङ्ख्या वृद्धिको स्तम्भ चित्रलाई अध्ययन गर्दा वि.सं. 2088 को प्रारम्भिक जनसङ्ख्या कति हुन्छ होला ?

क्रियाकलाप - 2

(क) विद्यार्थीलाई सोही समूहहरूमा राख्नुहोस् ।

(ख) चार्टपेपरमा लेखिएको प्रश्न बाँड्नुहोस् र समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको समाधान लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न

वि.सं. 2079 को जनगणनाअनुसार कुनै नगरपालिकाको जनसङ्ख्या थियो । यदि सो सङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 2 % ले वृद्धि हुन्छ भने

(अ) वि.सं. 2080 सालमा सो नगरपालिकाको जनसङ्ख्या कति थियो ?

(आ) वि.सं. 2081 सालमा सो नगरपालिकाको जनसङ्ख्या कति हुनेछ ?

(इ) के जनसङ्ख्या वृद्धि पनि चक्रीय ब्याज र मिश्रधनको गणना प्रक्रियासँग समान हुन्छ ?

यहाँ,

वि.सं. 2079 को सो नगरपालिकाको जनसङ्ख्या = 30,000

$$\begin{aligned}\text{वि.सं. 2080 सालमा सो नगरपालिकाको जनसङ्ख्या} &= 30000 + 30000 \text{ को } 2 \% \\ &= 30000 + 30000 \times \frac{2}{100} \\ &= 30,600\end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned}\text{वि.सं. 2081 सालमा सो नगरपालिकाको जनसङ्ख्या} &= 30600 + 30600 \text{ को } 2 \% \\ &= 30600 + 30600 \times \frac{2}{100} \\ &= 31,212\end{aligned}$$

यदि माथिको समस्यालाई चक्रीय ब्याज र मिश्रधनको गणना प्रक्रियाबाट गर्ने हो भने,

यहाँ,

वि.सं. 2079 को जनसङ्ख्या (P) = 30,000

जनसङ्ख्या वृद्धिदर (R) = 2 % प्रति वर्ष

समय (T) = 2 वर्ष

2 वर्ष पछिको जनसङ्ख्या (P₂) = ?

हामीलाई थाह छ,

$$P_T = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow P_2 &= 30,000 \left(1 + \frac{2}{100}\right)^2 \\ &= 30,000 (1.02)^2 \\ &= 31,212\end{aligned}$$

यसरी बाहिरी कुनै अवस्थाले असर नगरेमा कुनै ठाउँको जनसङ्ख्या एउटा निश्चित दरमा बढिरहेको हुन्छ । र यस अवस्थामा जनसङ्ख्या वृद्धिसम्बन्धी समस्यालाई चक्रीय ब्याज प्रणालीसँग तुलना गरेर समाधान गर्न सकिन्छ ।

तसर्थ,

$$T \text{ वर्षपछि जनसङ्ख्या } P_T = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\begin{aligned}T \text{ वर्षपछिको बढेको जनसङ्ख्या} &= P_T - P \\ &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - P \\ &= \left[P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - 1 \right]\end{aligned}$$

यहाँ,

P = सुरुको वर्षको जनसङ्ख्या

R = जनसङ्ख्या वृद्धिदर

T = समयावधि

(ग) विद्यार्थीको छलफलबाट आएको नतिजालाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) कुनै नगरपालिकाको सुरुआती जनसङ्ख्या र लगातार तीन वर्षको जनसङ्ख्या वृद्धिदरहरू क्रमशः R_1 %, R_2 % र R_3 % भए तेस्रो वर्षको अन्त्यमा उक्त नगरपालिकाको जनसङ्ख्या कति हुन्छ ? सूत्र लेख्नुहोस् ।

(ख) वि.सं. 2068 सालको जनगणनाअनुसार कुनै गाउँपालिकाको जनसङ्ख्या 45,000 थियो । यदि सो जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 2.5 % ले वृद्धि हुन्छ भने,

(अ) वि.सं. 2069 सालमा उक्त गाउँपालिकाको जनसङ्ख्या कति थियो ?

(आ) वि.सं. 2070 सालमा उक्त गाउँपालिकाको जनसङ्ख्या कति थियो ?

(इ) यदि वि.सं. 2069 को सुरुवातमा 520 जना जनसङ्ख्या बसाइ सरेर गएका थिए भने उक्त स्थानको जनसङ्ख्या वि.सं. 2070 सालको सुरुआतमा कति थियो होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) जनसङ्ख्या वृद्धिसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विद्यार्थीको रोल न. लेखिएका ससाना कागजहरू र सो कागजहरू राख्नका लागि एउटा बट्टा, प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्ट

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीको रोल नं. लेखिएका ससाना कागजहरू राखिएको बट्टाबाट नहेरीकन एउटा कागज निकाल्नुहोस् ।
- (ख) उक्त कागजमा लेखिएको रोल नम्बर भएको विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्नुहोस् ।
- (ग) समाधान मिलेमा थप प्रश्नहरू सोध्दै जानुहोस् तर नमिलेको खण्डमा अर्को कागज निकाली सो कागजमा उल्लेख भएको विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

- (अ) सुरुआती जनसङ्ख्या (P), वृद्धिदर (R) र समय (T) भएको अवस्थामा T वर्षपछिको जनसङ्ख्या कति हुन्छ ?
- (आ) सुरुआती जनसङ्ख्या (P), वृद्धिदर (R) र समय (T) भएको अवस्थामा T वर्षपछिको बढेको जनसङ्ख्या कति हुन्छ ?
- (इ) यदि सुरुआती जनसङ्ख्या (P) र लगातार दुई वर्षको जनसङ्ख्या वृद्धिदरहरू $R_1\%$ र $R_2\%$ भए 2 वर्षपछिको जनसङ्ख्या कति हुन्छ ?
- (ई) वि.सं. 2078 को जनगणनाअनुसार नेपालको जनसङ्ख्या वृद्धिदर कति छ ?
- (उ) कुनै पनि ठाउँको जनसङ्ख्या परिवर्तनमा मुख्यतया कुन कुन तत्त्वले प्रभाव पार्दछन् ?

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपर बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गर्न लगाई प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. कुनै एउटा सहरको अहिलेको जनसङ्ख्या 1,70,000 छ । यदि यो वार्षिक 2 % का दरले बढ्छ भने 2 वर्षपछि हुन आउने जनसङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. वि.सं. 2075 र वि.सं. 2077 मा एउटा सहरको जनसङ्ख्या क्रमशः 40,000 र 44,100 थियो भने वार्षिक जनसङ्ख्या वृद्धिदर निकाल्नुहोस् ।

यहाँ,

सुरुआती जनसङ्ख्या (P) = 40,000

2 वर्षपछिको जनसङ्ख्या (P₂) = 44,100

समय (T) = 2 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$P_T = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow P_2 = 40000 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 44100 = 40000 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{44100}{40000} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{441}{400} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1.1025 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow (1.05)^2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\therefore 1.05 = 1 + \frac{R}{100}$$

$$\Rightarrow 0.05 = \frac{R}{100}$$

$$\therefore R = 5 \% \text{ प्रतिवर्ष}$$

3. कति वर्षमा वार्षिक 5 % वृद्धिदरले एउटा सहरको जनसङ्ख्या 24400 बाट बढेर 26901 पुग्छ

होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. एउटा सहरको जनसङ्ख्या 80,000 छ । यदि जन्मको कारणले 2 % र अन्यत्रबाट बसाइँसराइ गरी यहाँ आएको कारणले 3 % को दरले जनसङ्ख्या वृद्धि हुँदा 2 वर्षपछि उक्त सहरको जनसङ्ख्या कति हुनेछ ?
5. 2 वर्ष पहिले कुनै एउटा गाउँको जनसङ्ख्या 40,000 थियो । यदि जन्मको कारणले 4.5 % प्रतिवर्ष र मृत्युको कारणले 2 % प्रति वर्षका दरले जनसङ्ख्यामा परिवर्तन आएको रहेछ भने त्यस गाउँको अहिलेको जनसङ्ख्या कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. कुनै ठाउँको जनसङ्ख्या प्रतिवर्ष 5 % का दरले वृद्धि हुँदछ । यदि 2 वर्षको अन्त्यमा उक्त स्थानको जनसङ्ख्या 10000 भयो र 1025 जना मानिसहरू अन्यत्र बसाइँ सरी गए भने उक्त स्थानको सुरुआती जनसङ्ख्या कति थियो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. 3 वर्ष अघि कुनै सहरको जनसङ्ख्या 150000 थियो । यदि वार्षिक जनसङ्ख्या वृद्धिदर पछिल्लो 3 वर्षमा क्रमशः 2 % , 4 % र 5 % थियो भने उक्त सहरको हालको जनसङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 55 को प्र.न. 1 देखि 8 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) जनसङ्ख्या वृद्धिसम्बन्धी थप शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्ट

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूका समाधानहरू कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) तोकिएको समयपश्चात् कुनै एउटा समूहलाई समाधानहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र बाँकी समूहलाई समाधानहरू सही भएनभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. वि.सं. 2065 को सुरुमा एउटा सहरको जनसङ्ख्या 250000 थियो र जनसङ्ख्या वृद्धिदर बर्सेनि 2.5 % छ। वि.सं. 2066 को सुरुमा 3750 जना अन्यत्र ठाउँबाट त्यहाँ बसाइँ सरेर आए भने वि.सं. 2068 को सुरुमा सो सहरको जनसङ्ख्या कति थियो ?

यहाँ,

वि.सं. 2065 बाट वि.सं. 2066 सम्म आइपुग्दा,

सुरुको जनसङ्ख्या (P) = 250000

जनसङ्ख्या वृद्धिदर (R) = 2.5 % प्रतिवर्ष

समय (T) = 1 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned}P_T &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T \\ \Rightarrow P_1 &= 250000 \left(1 + \frac{2.5}{100}\right)^1 \\ &= 250000 \left(\frac{102.5}{100}\right)^1 \\ &= 256250\end{aligned}$$

अब,

वि.सं. 2066 को सुरुमा 3750 जना अन्यत्रबाट उक्त ठाउँमा बसाइँ सरी आएकाले,

वि.सं. 2066 बाट वि.सं. 2068 सम्म आइपुग्दा,

सुरुको जनसङ्ख्या (P) = 256250 + 3750 = 260000

जनसङ्ख्या वृद्धिदर (R) = 2.5 % प्रतिवर्ष

समय (T) = 2 वर्ष

सूत्रअनुसार,

$$\begin{aligned}P_T &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T \\ \Rightarrow P_2 &= 260000 \left(1 + \frac{2.5}{100}\right)^2 \\ &= 260000 \left(\frac{102.5}{100}\right)^2 \\ &= 273162.5\end{aligned}$$

∴ जनसङ्ख्या दशमलवमा व्यक्त गर्न नमिल्ने भएकाले उक्त सहरको जनसङ्ख्या लगभग 273163

थियो ।

2. वि.सं. 2070 को सुरुमा एउटा सहरको जनसङ्ख्या 80,000 थियो र जनसङ्ख्या वृद्धिदर वार्षिक 4 % थियो । वि.सं. 2071 को सुरुमा 3200 मानिसहरू अन्यत्र बसाइँ सरेर गए भने वि.सं. 2073 को सुरुमा सो सहरको जनसङ्ख्या कति थियो होला ?
3. एउटा जग्गाको हालको मूल्य रु. 24,94,545.661 प्रति आना रहेको छ । यदि उक्त जग्गाको वार्षिक मूल्य वृद्धिदर 8.5 % भए 4 वर्ष अगि उक्त जग्गाको मूल्य प्रति रोपनी कति थियो होला, पत्ता लगाउनुहोस् । (1 रोपनी = 16 आना)
4. खुर्पे गाउँको जनसङ्ख्या प्रत्येक वर्ष 10 % ले वृद्धि हुन्छ । 2 वर्षको अन्त्यमा सो गाउँको जनसङ्ख्या 30000 थियो । यदि 5800 मानिसहरू अन्तिममा बसाइँसराइको थपिएका थिए भने सुरुको जनसङ्ख्या कति थियो ?
5. वि.सं. 2078 सालमा एउटा नगर पालिकाको जनसङ्ख्या 10,00,000 थियो । वि.सं.2079 मा 18000 जना अन्यत्रबाट बसाइ सरी आए र 500 विभिन्न कारणबाट मरे भने 4 % जनसङ्ख्या वृद्धि दरले उक्त नगरपालिकाको जनसङ्ख्या वि.सं. 2081 सालमा कति हुनेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 56 को प्र.न. 9 देखि 14 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो र पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) जनसङ्ख्या वृद्धिसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्यमा अगि बढ्न लगाउनुहोस् ।

|

उपयुक्त समूह निर्माण गरी प्रत्येक समूहले आफ्नो वडा कार्यालय गएर अहिलेको जनसङ्ख्या कति छ तथ्याङ्क सङ्कलन गर्नुहोस् । गाउँपालिका वा वडा कार्यालयबाट वा अन्य किताब तथा स्मारिकाहरू प्रयोग गरी वि.सं. 2078 सालको जनगणनाबाट प्राप्त तथ्याङ्कलाई आधार मानी आफ्नो वडाको जनसङ्ख्या वृद्धि कति भएको छ, पत्ता लगाउनुहोस् । कति जना अन्यत्रबाट बसाइँ सरेर आए, कति जना अन्यत्र बसाइँ सरेर गए र कति जनाको मृत्यु भयो सम्पूर्ण तथ्याङ्क सङ्कलन गरी प्रतिवेदन तयार पार्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई वि.सं.2068 सालको जनगणनाको तथ्याङ्क प्रदान गर्नुहोस् र सोको अध्ययन गरी वि.सं. 2078 सालको तथ्याङ्कसँग तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई कक्षामा प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।

पहिलो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) मूल्य ह्रासको अवधारणा बुझ्न
- (ख) मूल्य ह्राससँग सम्बन्धित सूत्रहरू प्रतिपादन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू ।

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

प्रश्नहरू:

- (अ) एउटा व्यक्तिले 3 वर्ष अगाडि रु. 4,50,000 मा किनेको मोटरसाइकल अहिले रु. 2,85,000 मा बिक्री गर्‍यो भने मूल्यमा कति र किन कमी भयो होला ?
- (आ) एउटा फ्रिज पुरानो सामान बिक्री गर्ने पसलबाट खरिद गर्दा नयाँभन्दा रु. 24,000 सस्तोमा किन्न पाइयो । किन यस्तो भएको होला ?
- (इ) कुनै एउटा वस्तुको हालको मूल्य रु. 100 छ । यदि प्रत्येक वर्ष उक्त मोबाइलको मूल्यमा 10 % ले ह्रास आउँछ भने कहिले उक्त वस्तुको मूल्य रु. 0 हुन्छ ?
- (ग) विद्यार्थीबिच प्रश्नहरू केही समय छलफल गराउनुहोस् र आएका समाधानहरू पालैपालो प्रस्तुत गराउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 58 मा भएको क्रियाकलाप 2 आपसमा छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) उक्त छलफलका क्रममा विद्यार्थीलाई निम्नानुसार प्रश्नहरूमा क्रमिक रूपमा छलफल गराई चक्रीय ब्याज निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन गर्न लगाउनुहोस् ।
 - (अ) वास्तविक मूल्य (V), समय (T) र मिश्रह्रास दर (R) दिइएको अवस्थामा कुनै वस्तुको ह्रासपछिको मूल्य कति हुन्छ ?
 - (आ) यदि समय 1 वर्ष भएको खण्डमा ह्रासपछिको मूल्य र ह्रास मूल्य कतिकति हुन्छ ?

(इ) सोहीअनुरूप दोस्रो वर्षको ह्रासपछिको मूल्य र ह्रास मूल्य कतिकति हुन्छ ?

(ई) यसरी वस्तुको मूल्य क्रमिक रूपमा घट्दै जाने हो भने T वर्षको अन्त्यमा ह्रासपछिको मूल्य र ह्रास मूल्य कति हुन्छ होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

कुनै सामानको मूल्य रु. 12000 छ । प्रत्येक वर्ष उक्त सामानको मूल्य 5 % का दरले घट्छ भने सूत्र प्रयोग नगरीकन 4 वर्षपछि उक्त सामानको मूल्य कति हुनेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 63 को अभ्यास 3.2 को प्रश्न न.1 देखि 4 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) मूल्य ह्राससम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्ट

क्रियाकलाप - 1

(क) विद्यार्थीको रोल न. लेखिएका ससाना कागजहरू राखिएको बट्टाबाट नहेरीकन एउटा कागज निकाल्नुहोस् ।

(ख) उक्त कागजमा लेखिएका रोल न. भएको विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्नुहोस् ।

(ग) समाधान मिलेमा थप प्रश्नहरू सोध्दै जानुहोस् तर नमिलेको खण्डमा अर्को रोल नं. को कागज निकालि सो कागजमा उल्लेख भएको विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. सुरुको मूल्य (V_0) , मूल्यह्रास दर (R) र समय (T) दिइएको अवस्थामा T वर्षपछिको मूल्य कति हुन्छ ?
2. सुरुको मूल्य (V_0) , मूल्यह्रास दर (R) र समय (T) दिइएको अवस्थामा T वर्ष घटेको मूल्य कति हुन्छ ?

3. यदि कुनै वस्तुको सुरुको मूल्य (V_0) र लगातार 3 वर्षको मूल्य ह्रासदर $R_1\%$, $R_2\%$ र $R_3\%$ भए 3 वर्षपछिको उक्त सामानको मूल्य कति हुन्छ ?
4. कुनै एउटा सामानको मूल्य रु. 15,000 छ। यदि उक्त सामानको मूल्यह्रास प्रतिवर्ष 5% का दरले हुने हो भने 4 वर्षपछि उक्त सामानको मूल्य कति हुन्छ ?
5. 2 वर्षमा वार्षिक 8.5% का दरले कुनै एउटा सामानको मूल्यमा रु. 3011.3375 ले ह्रास आएछ भने उक्त सामानको वास्तविक मूल्य कति थियो होला, पत्ता लगाउनुहोस्।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस्।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस्।
- (ग) विद्यार्थीविच प्रश्नहरू केही समय छलफल गराउनुहोस् र आएका समाधानहरू पालैपालो प्रस्तुत गराउनुहोस्। यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस्।

प्रश्नहरू:

1. कुनै एउटा कम्प्युटरको मूल्यमा वार्षिक 10% का दरले मूल्यह्रास हुन्छ। हाल रु. 40,000 मा किनिएको कम्प्युटरको मूल्य अबको 2 वर्षपछि कति हुन्छ होला, पत्ता लगाउनुहोस्।
2. रामले 2 वर्ष अगाडि एउटा मोबाइल सेट रु. 15,800 मा किनेको रहेछ। अहिले उक्त मोबाइलको मूल्य घटेर रु. 11,415.50 छ भने
 - (अ) कति प्रतिशतले मूल्य ह्रास भएको रहेछ ?
 - (आ) कति वर्षपछि उक्त मोबाइल सेटको रकम घटेर रु. 9,703.175 हुनेछ ?
3. रमेशले कुनै एउटा बस रु. 24,00,000 मा किनेको रहेछ। उसले उक्त बस सार्वजनिक गाडिको रूपमा चलाएर 3 वर्षमा रु. 4,50,000 कमाएछ। यदि 3 वर्ष प्रयोग गरिसकेपछि उसले उक्त बस 8% प्रतिवर्ष मूल्यह्रास दरमा बेच्दछ भने उसलाई नाफा वा नोक्सान कति प्रतिशत हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस्।

यहाँ,

बसको वास्तविक मूल्य (V_0) = रु. 24,00,000

समयावधि (T) = 3 वर्ष

मूल्यह्रास दर (R) = 8% प्रतिवर्ष

हामीलाई थाह छ,

$$(V_T) = V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\begin{aligned}
(V_3) &= 24,00,000 \left(1 - \frac{8}{100}\right)^3 \\
&= 24,00,000 \left(\frac{92}{100}\right)^3 \\
&= \text{रु. } 18,68,851.2
\end{aligned}$$

फेरि,

$$3 \text{ वर्षमा भएको नाफा} = \text{रु. } 5,40,000.$$

$$\text{बसको कूल मूल्य} = 18,68,851.2 + 5,40,000$$

$$= \text{रु. } 23,18,851.2$$

अब,

$$\text{बसको सुरुको मूल्य} = \text{रु. } 24,00,000.$$

$$\text{बसको 3 वर्षपछिको मूल्य} = \text{रु. } 23,18,851.2$$

$$\therefore \text{नोक्सान \%} = \frac{2400000 - 2318851.2}{2400000} \times 100\%$$

$$= \frac{81148.8}{2400000} \times 100\%$$

$$= 3.38 \%$$

4. कुनै एउटा कम्पनीको सेयरको मूल्यह्रास दर 2 वर्षमा 4 % प्रतिवर्ष रहेछ । यदि अहिले केही सेयरको कुल रकम रु. 46,080 रहेछ, भने 2 वर्ष पहिले कति सेयर रु. 100 प्रति सेयरका दरले बेचिएको रहेछ ?

यहाँ,

$$\text{समय (T)} = 2 \text{ वर्ष}$$

$$\text{मूल्यह्रास दर (R)} = 4 \% \text{ प्रतिवर्ष}$$

$$2 \text{ वर्षपछिको केही सेयरहरूको मूल्य (V}_2) = \text{रु. } 46,080$$

हामीलाई थाह छ,

$$V_T = V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow V_2 = V_0 \left(1 - \frac{4}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 46,080 = V_0 \left(1 - \frac{4}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 46,080 = V_0 \left(\frac{96}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow 46,080 = V_0 (0.96)^2$$

$$\therefore V_0 = \text{रु. } 50,000$$

5. उमाले कुनै सामान 3 वर्ष अगाडि किनेकी रहिछन् । यदि प्रतिवर्ष 10 % मूल्यह्रासका दरले उक्त सामानको मूल्यमा रु. 2710 ले ह्रास भएको छ भने उक्त सामानको सुरुको मूल्य कति थियो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. राधाले 3 वर्ष पहिले एउटा प्रिन्टर रु. 18,000 मा किनेकी रहिछन् । यदि उक्त प्रिन्टरको मूल्यह्रास 3 वर्षमा क्रमशः 4 % , 5 % र 8 % ले हुने हो भने हालको मूल्य कति रहेछ ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 63 को अभ्यास 3.2 को प्रश्न न. 5 देखि 11 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) मूल्य ह्राससम्बन्धी थप शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक/एकओटा प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीबिच प्रश्नहरू केही समय छलफल गराउनुहोस् र आएका समाधानहरू पालैपालो प्रस्तुत गराउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. कुनै सामानको मूल्य वार्षिक मिश्रह्रासको दरले 1 वर्षपछि र 3 वर्षपछि क्रमशः रु. 184000 र रु. 155737.6 हुन्छ भने
- (अ) मिश्रह्रास दर कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (आ) उक्त सामानको सुरुको मूल्य कति रहेछ ?
- (इ) यदि मिश्रह्रास दर 10 % प्रति वर्ष हुने हो भने कहिले उक्त सामानको मूल्य रु. 106288.2 हुनेछ ?
- (अ) यहाँ,

पहिलो सर्तमा,

समय (T) = 1 वर्ष

1 वर्षपछिको मूल्य (V₁) = रु. 184000

सूत्रअनुसार,

$$V_T = V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow V_1 = V_0 \left(1 - \frac{4}{100}\right)^1$$

$$\therefore 184000 = V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^1 \dots \dots \dots (i)$$

फेरि,

दोस्रो सर्तमा,

समय (T) = 3 वर्ष

3 वर्षपछिको मूल्य (V₁) = रु. 155737.6

सूत्रअनुसार,

$$V_T = V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow V_3 = V_0 \left(1 - \frac{4}{100}\right)^3$$

$$\therefore 155737.6 = V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^3 \dots \dots \dots (ii)$$

स (ii) लाई स (i) ले भाग गर्दा,

$$\frac{155737.6}{184000} = \frac{V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^3}{V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^1}$$

$$\Rightarrow \frac{529}{625} = \left(1 - \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{23}{25}\right)^2 = \left(1 - \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\therefore \frac{23}{25} = \left(1 - \frac{R}{100}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{R}{100} = 1 - \frac{23}{25}$$

$$\therefore R = 8 \% \text{ प्रतिवर्ष}$$

(आ) $R = 8$ को मान स (i) मा राख्दा,

$$\therefore 184000 = V_0 \left(1 - \frac{8}{100}\right)^1$$

$$\Rightarrow 184000 = V_0 \left(\frac{92}{100}\right)$$

$$\therefore V_0 = \text{रु. } 2,00,000$$

(इ) यहाँ,

$$V_0 = \text{रु. } 2,00,000$$

$$R = 8 \% \text{ प्रतिवर्ष}$$

$$V_T = \text{रु. } 1,06,288.2$$

सूत्रअनुसार,

$$V_T = V_0 \left(1 - \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow \frac{106288.2}{200000} = \left(1 - \frac{10}{100}\right)^T$$

$$\Rightarrow 0.531441 = (0.9)^T$$

$$\Rightarrow (0.9)^6 = (0.9)^T$$

$$\therefore T = 6 \text{ वर्ष}$$

2. निश्चित वार्षिक मिश्रद्वाराको दरले एउटा मोटरसाइकलको मूल्यमा 1 वर्षपछि र 2 वर्षपछि क्रमशः

रु. 28,000 र रु. 53,760 ले मूल्यद्वारा हुन्छ भने,

(अ) मूल्यद्वारा दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) उक्त मोटरसाइकलको सुरुको मूल्य कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) मोटरसाइकल 3 वर्ष चलाएर कुनै व्यक्तिलाई रु. 2,50,000 मा बेचियो भने नाफा वा नोक्सान कति भयो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(अ) यहाँ,

पहिलो सर्त,

$$\text{समय (T)} = 1 \text{ वर्ष}$$

$$1 \text{ वर्षपछिको मूल्यद्वारा रकम (V)} = \text{रु. } 28,000$$

हामीलाई थाह छ,

$$1 \text{ वर्षपछिको मूल्यहास रकम (V)} = V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^1 \right]$$

$$\Rightarrow 28000 = V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^1 \right] \dots \dots \dots (i)$$

दोस्रो सर्त,

समय (T) = 2 वर्ष

2 वर्षपछिको मूल्यहास रकम (V) = रु. 53,760

हामीलाई थाह छ,

$$1 \text{ वर्षपछिको मूल्यहास रकम (V)} = V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow 53760 = V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (ii)$$

स (ii) लाई स (i) ले भाग गर्दा,

$$\frac{53760}{28000} = \frac{V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2 \right]}{V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^1 \right]}$$

$$\Rightarrow \frac{48}{25} = \frac{(1)^2 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^2}{1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^1}$$

$$\Rightarrow \frac{48}{25} = \frac{\left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right) \right] \left[1 + \left(1 - \frac{R}{100} \right) \right]}{\left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right) \right]}$$

$$\Rightarrow \frac{48}{25} = \left[1 + \left(1 - \frac{R}{100} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \frac{48}{25} = 2 - \frac{R}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{100} = 2 - \frac{48}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{100} = \frac{2}{25}$$

$\therefore R = 8 \% \text{ प्रतिवर्ष}$

(आ) R = 8 को मान स (i) मा राख्दा,

$$28000 = V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{R}{100} \right)^1 \right]$$

$$\Rightarrow 28000 = V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{8}{100} \right)^1 \right]$$

$$\Rightarrow 28000 = V_0 \left[1 - \left(\frac{92}{100} \right)^1 \right]$$

$$\Rightarrow 28000 = V_0 \left[\frac{8}{100} \right]$$

$$\therefore V_0 = \text{रु. } 3,50,000$$

(इ) यहाँ,

सुरुको मूल्य (V_0) = रु. 3,50,000

समय (T) = 3 वर्ष

मिश्रह्रास दर (R) = 8 % प्रतिवर्ष

हामीलाई थाह छ,

$$V_T = V_0 \left(1 - \frac{R}{100} \right)^T$$

$$\Rightarrow V_3 = 350000 \left(1 - \frac{8}{100} \right)^3$$

$$= 350000 (0.92)^3$$

$$= \text{रु. } 2,72,540.8$$

3. निश्चित वार्षिक मिश्रह्रासको दरले एउटा सामानको मूल्य 2 वर्षपछि र 3 वर्षपछि क्रमशः

रु. 1,45,800 र रु. 1,31,220 हुन्छ भने,

(अ) मूल्यह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) उक्त सामानको सुरुको मूल्य कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) सामान 4 वर्ष चलाएर कुनै व्यक्तिलाई रु. 1,22,550 मा बेचियो भने नाफा वा नोक्सान के भयो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. निश्चित वार्षिक मिश्रह्रासको दरले एउटा प्रिन्टर मेसिनको मूल्यमा 1 वर्षपछि र 2 वर्षपछि क्रमशः

रु. 3,75,000 र रु. 6,93,750 ले मूल्यह्रास हुन्छ भने,

(अ) मूल्यह्रास दर पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) उक्त प्रिन्टर मेसिनको सुरुको मूल्य कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) प्रिन्टर मेसिन 3 वर्ष चलाएर कुनै व्यक्तिलाई रु. 17,25,500 मा बेचियो भने नाफा वा नोक्सान के भयो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 65 को अभ्यास 3.2 को प्रश्न न. 12 देखि 14 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो र पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) मूल्यहाससँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) विद्यार्थीबिच केही समय चक्रीय ब्याज, जनसङ्ख्या वृद्धि र मूल्यहासका विषयमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् । यस छलफलमा तलका प्रश्नहरू सोध्न सकिने छ ।

(अ) दैनिक जीवनमा कुनै यस्ता उदाहरणहरू पाउन सकिन्छ जहाँ चक्रीय ब्याज, जनसङ्ख्या वृद्धि र मूल्यहास एकअर्कामा प्रभावित हुने वा परस्पर प्रभावित हुने गर्दछ ?

(आ) आर्थिक कारक तत्त्वहरू, प्रविधि विकास तथा सरकारी नीतिहरूले चक्रीय ब्याज, जनसङ्ख्या वृद्धि तथा मूल्यहासमा कस्तो प्रभाव पार्दछ ?

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्यमा अगि बढ्न लगाउनुहोस् ।

पुराना सामान विक्री गर्ने कम्पनी वा पसल वा अन्य संस्थाहरूमा जानुहोस् । उक्त संस्थामा प्रयोग गरेका अथवा भएका विद्युतीय सामान जस्तै: सवारी साधन, फोटोकपी मेसिन, फर्निचर आदि सामानको क्रय मूल्य सोध्नुहोस् । उक्त सामानको प्रयोगपछि अहिलेको समयमा बेच्नुपर्दा उक्त सामानको मूल्य कति जति होला ? त्यो सामान खरिद गरेपछि के फाइदा वा कति आम्दानी भयो ? यी प्रश्नको समाधानसहित उक्त सामग्रीको मूल्य कति प्रतिशतले ह्रास आएको रहेछ पत्ता लगाउनुहोस् । उक्त सामान बिबिक्री गर्दा कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान हुन्छ ? यसबारेमा एउटा प्रतिवेदन तयार पारी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

नोट : विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्या समाधान कार्यको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ 4

मुद्रा र विनिमय दर (Currency and Exchange Rate)

परिचय

अन्तर्राष्ट्रिय आर्थिक बजारमा मुद्रा तथा विनिमय दरहरू आधारभूत अवधारणाहरू हुन् । मुद्राले कुनै देश वा क्षेत्रमा आर्थिक विनिमयको माध्यमको प्रतिनिधित्व गर्दछ । कुनै पनि देशमा मुद्राले व्यापार तथा आर्थिक लेनदेनको सुविधा प्रदान गर्दछ । मुद्राको विनिमय दरमा स्थिरताले कुनै पनि राष्ट्रको आर्थिक विकासमा ठुलो भूमिका खेल्छ । सरकार र केन्द्रीय बैङ्कहरूले मुद्रास्फीति, ब्याज दर र समग्र आर्थिक स्थिरता व्यवस्थापन गर्न आफ्ना मुद्राहरू नजिकबाट निगरानी र नियमन गर्ने गर्छन् ।

विनिमय दरले कुनै एक देश वा क्षेत्रको मुद्राको तुलनामा अर्को मुद्राको सापेक्षिक मूल्य निर्धारण गर्दछ । ब्याज दर परिवर्तन, मुद्रास्फीति, भूराजनीतिक घटनाहरू तथा आर्थिक कार्यसम्पादन जस्ता विभिन्न कारकहरूका कारण विदेशी विनिमय बजारमा निरन्तर उतारचढाव हुने गर्दछ । विनिमय दरले अन्तर्राष्ट्रिय व्यापार र लगानीमा निर्णायक भूमिका खेल्छ । यसले विश्वव्यापी बजारहरूमा उत्पादन र उपलब्ध सेवाहरूको प्रतिस्पर्धात्मकतालाई प्रत्यक्ष एवम् अप्रत्यक्ष असर गर्ने गर्दछ । यस पाठमा विभिन्न देशहरूमा हुने मुद्रा र विनिमय दरको परिवर्तित जानकारी अनुसार रकमहरू विनिमयसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल गरिने छ ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकिएका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) देशको विद्यमान कर प्रणाली र बैङ्क तथा अन्य वित्तीय संस्थाहरूमा प्रयोग हुने चक्रीय ब्याजसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 6 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ । तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	विभिन्न देशहरूमा प्रयोग हुने मुद्रा र तिनीहरूको विनिमय दर तथा अवमूल्यन र अधिमूल्यनसम्बन्धी जानकारी	2	66 – 68 , 73
2.	मुद्रा विनिमयमा कमिसन, करआदि जोडिएका शाब्दिक समस्याहरू हल	2	68 – 72 , 73
6.	व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य	2	
	जम्मा	6	

विद्यार्थीमा हुन सक्ने सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- अवमूल्यन तथा अधिमूल्यनका अवधारणाहरू बुझ्न र सोअनुरूप परिवर्तित विनिमय दर पत्ता लगाउन समस्या
- यदि चैन नियमबाट विभिन्न मुद्राहरूको सटही गर्ने हो भने उक्त चैन नियममा मुद्रा विनिमय दरहरू मिलाएर राख्न समस्या
- विभिन्न मूद्राहरूको विनिमय दरअनुसार खरिददर वा बिक्रीदर छनोट गरी प्रयोग गर्नमा समस्या

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) विभिन्न देशहरूमा प्रयोग हुने मुद्रा र तिनीहरूको विनिमय दर बताउन
- (ख) खरिद दर र बिक्री दरको जानकारीबाट मुद्राहरू विनिमय गर्न
- (ग) मुद्रा अवमूल्यन र अधिमूल्यनबारे अवधारणा व्यक्त गर्न सोसम्बन्धी जानकारी सङ्कलन गर्न ।

शैक्षणिक सामग्री

मुद्रा विनिमय दरको तालिका र ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो दिन नै जानकारी दिई १ ओटा फरक फरक समयमा प्रकाशित भएका मुद्रा विनिमय दर तालिका सङ्कलन गरी ल्याउन लगाउनुहोस् ।
- (ख) केही समय विद्यार्थीलाई उक्त तालिकाहरू एकअर्कासँग देखाई आपसमा के कस्ता बुझाइहरू छन् सोबारे छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) इच्छुक विद्यार्थीलाई कक्षामा आफूले बुझेका कुराहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई दुईओटा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) कुनै दुई फरक दिनको मुद्रा विनिमय दरको तालिका बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. नेपालमा मुद्रा विनिमय दर कसले निर्धारण गर्दछ ?
2. खरिद दर र बिक्री दर भनेका के के हुन् ?

3. मुद्रा विनिमय दर भनेको के हो र यो कसरी निर्धारण हुन्छ ?
4. कुनै दुई देशका मुद्राहरूबिच विनिमय दर के के कारणले परिवर्तन हुन्छ ?
5. दिइएको मुद्रा विनिमय दर तालिकामा खरिद दरभन्दा बिक्रीदर किन बढी छ होला ?
6. खरिद दर र बिक्रीदर कुन कुन अवस्थामा प्रयोग गरिन्छ ?
7. कुनै पाँच देशहरूका नाम र ती देशहरूमा प्रयोग हुने मुद्राहरूको नाम लेख्नुहोस् ।
8. मुद्राको अवमूल्यन (Devaluation) र अधिमूल्यन (Revaluation) भन्नाले के बुझिन्छ ?
9. दिइएको दुईओटा मुद्रा विनिमयदर तालिकाअनुसार अमेरिकी डलर 1 खरिद गर्ने अवस्थामा कस्तो परिवर्तन पाउन सकिन्छ ?
10. उक्त दुई तालिकाहरूमा दिइएका देशहरूबाहेकका कुनै अन्य 3 देशहरूका नाम र त्यहाँ प्रयोग हुने मुद्राहरूको नाम लेख्नुहोस् ।
11. दिइएको तालिका अध्ययनबाट थप कुनै 3 जानकारीहरू पाउन सकिन्छ ? जानकारी सङ्कलन गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 3

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहहरूलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीबिच छलफल गर्न लगाई प्रश्नहरू समाधान गर्न गराउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. अजय आफ्नो व्यापारका क्रममा अर्को हप्ता चीन भ्रमण गर्दैछन् । यसका लागि उनलाई केही चिनिया युआन चाहिएको छ । त्यसकारण उनी रु. 2,50,00,000 लिएर साटूनका लागि नजिकैको मुद्रा सटही केन्द्रमा जान्छन् । यदि ₹ 1 को खरिद तथा बिक्री दर क्रमशः रु. 18.70 र रु. 18.79 भए,
 - (अ) यस्तो अवस्थामा कुन दर प्रयोग गरिन्छ ?
 - (आ) उसले कति चिनियाँ युआन पाउँछन् ?
 - (इ) यदि उनले आफ्नो चीन भ्रमण रोकेर आफूसँग भएको चिनियाँ युआन फेरि सटही केन्द्रबाट साटे भने उनलाई नाफा वा नोक्सान के कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (ई) यदि नेपाली मुद्रा 10 % ले अवमूल्यन हुने हो भने नयाँ खरिद दर कति हुन्छ होला ?

उत्तर

(अ) अजयलाई चिनयाँ युआन चाहिएकाले उनलाई मुद्रा सटही केन्द्र वा बैङ्कले युआन बिक्री गर्दछ ।
तसर्थ यहाँ $¥ 1 = \text{NRs. } 18.79$ दरको प्रयोग गरिन्छ ।

(आ) यहाँ,

$$¥ 1 = \text{NRs. } 18.79$$

$$\text{NRs. } 2,50,00,000 = ¥ x \text{ (मानौं)}$$

चेन नियमअनुसार,

$$\therefore 1 \times 25000000 = 18.79 \times x$$

$$\Rightarrow 25000000 = 18.79 x$$

$$\therefore x = 1330494.94$$

$$\text{NRs. } 25000000 = ¥ 1330494.94$$

\therefore अजयले मुद्रा विनिमयमार्फत् $¥ 1330494.94$ पाउँछ ।

(इ) यहाँ,

अजय चीन नगई आफूसँग भएको चिनियाँ युआन नेपाली मुद्रामा सटही गर्ने हो भने उनीसँग भएको युआन बैङ्कले खरिद गर्दछ । तसर्थ यस अवस्थामा खरिद दर प्रयोग हुन्छ ।

$$\text{NRs. } 18.70 = ¥ 1$$

$$¥ 1330494.94 = \text{NRs. } x \text{ (मानौं)}$$

चेन नियमअनुसार,

$$\therefore 18.70 \times 1330494.94 = x$$

$$\therefore x = 24880255.38$$

$$¥ 1330494.94 = \text{NRs. } 2,48,80,255.38$$

\therefore अजयले मुद्रा विनिमयमार्फत् $\text{NRs. } 2,48,80,255.38$ पाउँछ ।

यसरी सुरुमा अमोनले जम्मा रकम $\text{NRs. } 2,50,00,000$ सटही गरेका थिए तर अहिले जम्मा $\text{NRs. } 2,48,80,255.38$ मात्र फिर्ता पाए । त्यसकारण यस विनिमयमा अजयलाई नोक्सान भयो ।

$$\therefore \text{नोक्सान} = 25000000 - 24880255.38$$

$$= \text{NRs. } 119744.62$$

(ई) यदि नेपाली मुद्रा 10 % ले अवमुल्यन हुने हो भने नयाँ खरिद दर,

यहाँ,

$$¥ 1 = \text{NRs. } 18.70 \text{ छ ।}$$

$$¥ 1 = \text{NRs. } 18.70 + \text{NRs. } 18.70 \text{ को } 10 \%$$

$$= 18.70 + 18.70 \times \frac{10}{100}$$

$$= 18.70 + 1.87$$

$$\therefore \text{₹} 1 = \text{NRs. } 20.57$$

2. यदि अमेरिकी डलर (\$) 500 = पाउन्ड स्टेर्लिङ (£) = 390 र NRs. 7547 = £ 50 छ भने NRs. 10,500 को कति अमेरिकी डलर साट्न सकिन्छ होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{\$ } 500 = \text{£ } 390$$

$$\text{£ } 50 = \text{NRs. } 7547$$

$$\text{NRs. } 10,500 = \text{\$ } x \text{ (मानौं)}$$

चेन नियमअनुसार,

$$\therefore 500 \times 50 \times 10500 = 390 \times 7547 \times x$$

$$\Rightarrow 262500000 = 2943330 x$$

$$\therefore x = 89.18$$

$$\text{NRs. } 10500 = \text{\$ } 89.18 \text{ हुन्छ ।}$$

3. इन्दिरासँग केही डेनिस क्रोनर थियो । उनले सो रकम नेपालको कुनै बैङ्कमा गएर नेपाली रुपियाँसँग साट्दा रु. 3,94,910 प्राप्त गरिन् । यदि डेनिस क्रोनर (Kr) बराबर खरिद दर रु. 17.23 र बिक्री दर रु. 17.31 भए

(अ) यस्तो अवस्थामा कुन दर प्रयोग भएको रहेछ ?

(आ) इन्दिराले कति डेनिस क्रोनर साटेकी रहिछन् ?

(इ) यदि इन्दिराले मुद्रा साट्नुभन्दा ठिक अगाडि नेपाली मुद्रा 8 % ले अधिमूल्यन भएको भए

उनले कति नेपाली रकम प्राप्त गर्ने थिइन् होला ?

4. नेपाली मुद्रामा भएको अवमूल्यनको कारणले मलेसियन रिङ्गिट 1 MYR = NRs. 25 बाट 1 MYR = NRs. 28.75 पुग्यो भने कति प्रतिशतले नेपाली मुद्रा अवमूल्यन वा अधिमूल्यन भएको रहेछ ? नयाँ विनिमय दरअनुसार रु. 50,000 मलेसियन रिङ्गिटमा सट्दा कति प्राप्त हुन्छ ?

5. यदि नेपाली रुपियाँमा 5 % ले अवमूल्यन हुँदा अमेरिकी डलरसँगको विनिमय दर US \$ 1 = NRs. 135.5 छ भने अवमूल्यन हुनुभन्दा पहिलेको विनिमय दर कति थियो होला ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न.73 को प्रश्न न.1 देखि 5 सम्मका प्रश्नहरू पहिलो दिन र प्रश्न न.6 देखि 11 सम्मका प्रश्नहरू दोस्रो दिन समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) मुद्रा अवमूल्यन र अधिमूल्यनको कारणले हुने नाफा वा नोक्सान पत्ता लगाउन
- (ख) मुद्रा विनिमयमा कमिसन, कर आदि जोडिएका शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) पूर्व जानकारीअनुसार कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई फरक फरक समयको एक एकओटा मुद्रा विनिमय सूचीसहित तयार हुन लगाउनुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई दुई दुई जनाको जोडीमा बस्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) दुवै विद्यार्थीलाई मुद्राहरूमा भएको परिवर्तनलाई एउटा तालिकामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । जसमा मुद्राहरूको विनिमय दर र रकमान्तर पनि उल्लेख गर्नुहोस् ।
- (घ) कक्षामा इच्छुक केही समूहहरूलाई प्राप्त नतिजा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र यसरी मुद्राको विनिमयमा भएको घटीबढीलाई के भनिन्छ, सोबारे पनि उनीहरूको बुझाइ भन्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) यस क्रियाकलापमा विद्यार्थीबिच अवमूल्यन र अधिमूल्यनको अवधारणा पनि उदाहरणसहित व्याख्या गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीबिच उक्त प्रश्नहरू छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. प्रशंसालाई केही अमेरिकी डलर चाहिएकाले साटूनका लागि उनी बैङ्कमा जान्छन् । यदि अमेरिकी

मुद्राको विनिमय दर निम्नानुसार भए,

मुद्रा	एकाइ	खरिद दर (रु.)	बिक्री दर (रु.)
अमेरिकी डलर	1	133.25	133.70

(अ) यो अवस्थामा कुन दर प्रयोग हुन्छ ?

(आ) प्रशंसाले रु. 2,00,000 को कति अमेरिकी डलर प्राप्त गर्छिन् ?

(इ) यदि प्रशंसालाई \$ 15000 चाहिएको छ र उनले बैङ्कलाई 2.5 % कमिसन पनि तिर्नुपर्दछ भने उनलाई जम्मा कति नेपाली रकम चाहिन्छ ?

उत्तर

(अ) प्रशंसालाई अमेरिकी डलर चाहिएकाले उनलाई मुद्रा सटही केन्द्र वा बैङ्कले अमेरिकी डलर बिक्री गर्दछ । तसर्थ यहाँ \$ 1 = NRs. 133.70 दरको प्रयोग गरिन्छ ।

(आ) यहाँ,

$$\text{\$ } 1 = \text{NRs. } 133.70$$

$$\text{NRs. } 2,00,000 = \text{\$ } x \text{ (मानौं)}$$

चेन नियमअनुसार,

$$\therefore 1 \times 200000 = 133.70 \times x$$

$$\Rightarrow 200000 = 133.70 x$$

$$\therefore x = 14495.89$$

$$\text{NRs. } 200000 = \text{\$ } 14495.89$$

\therefore प्रशंसाले मुद्रा विनिमयमार्फत् \$ 14495.89 पाउँछिन् ।

(इ) यहाँ,

$$\text{NRs. } 133.70 = \text{\$ } 1$$

$$\text{\$ } 15000 = \text{NRs. } x \text{ (मानौं)}$$

चेन नियमअनुसार,

$$\therefore 133.70 \times 15000 = 1 \times x$$

$$\Rightarrow 2005500 = x$$

$$\therefore x = 2005500$$

$$\text{\$ } 15000 = \text{NRs. } 2005500$$

अब,

2.5 % कमिसन अनुसार,

$$\begin{aligned}
\text{कमिसनसहित जम्मा तिर्नुपर्ने रकम} &= \text{NRs. } 2005500 + \text{NRs. } 2005500 \text{ को } 2.5 \% \\
&= 2005500 + 2005500 \times \frac{2.5}{100} \\
&= 2005500 + 50137.5 \\
&= \text{NRs. } 2055637.5
\end{aligned}$$

2. गौरव रु. 2,00,000 को हङ्कङ डलर किन्न चाहन्छन् । यसका लागि उसले 2.5 % कमिसन तिर्नुपर्दछ । यदि \$ 1 HKD बराबरको खरिद दर र बिक्री दरहरू क्रमशः NRs. 14 र NRs. 14.25 भए
- (अ) कमिसन बराबर कति रकम तिर्नुपर्ने हुन्छ ?
- (आ) यो अवस्थामा कुन दरको प्रयोग हुन्छ ?
- (इ) गौरवले कति हङ्कङ डलर प्राप्त गर्नेछन् ?
3. मुद्रा विनिमय AUD \$ 1 = NRs. 88.23 हुँदा मोहनले रु. 2,00,000 मा केही अस्ट्रेलियन डलर किने । तर पाँच दिनपछि अस्ट्रेलियन डलरको तुलनामा नेपाली मुद्रा 5 % अवमुल्यन भएको दिन मोहनले फेरि नेपाली रुपियाँ साट्दा उसलाई कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. इटलीमा व्यापार गर्ने नेपाली मुलुकका व्यापारीले नेपालमा आएको बेला 1200 ओटा नेपाली पस्मिना सल रु. 4,500 का दरले काठमाडौँमा किने छन् । उसले निर्यात करबापत 10 % तिरेर इटली लगेर 25 % नाफा गरी बेच्दा सबै नेपाली पस्मिना सल कति युरोमा बेच्नु पर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (€ 1 = NRs. 132.5)

यहाँ,

$$1 \text{ ओटा नेपाली पस्मिना सलको मूल्य} = \text{NRs. } 4,500$$

$$1200 \text{ ओटा नेपाली पस्मिना सलको जम्मा मूल्य} = \text{NRs. } 4500 \times 1200 = \text{NRs. } 54,00,000$$

10 % निर्यात करसहितको 1200 ओटा नेपाली पस्मिना सलको क्रयमूल्य

$$= \text{NRs. } 54,00,000 + \text{NRs. } 54,00,000 \text{ को } 10 \%$$

$$= 54,00,000 + 54,00,000 \times \frac{10}{100}$$

$$= 5400000 + 5400000$$

$$= \text{NRs. } 59,40,000$$

हामीलाई थाह छ,

$$€ 1 = \text{NRs. } 132.5$$

$$\text{NRs. } 5940000 = € x \text{ (मानौं)}$$

चेन नियमअनुसार,

$$\therefore 1 \times 5940000 = 132.5 \times x$$

$$\Rightarrow 5940000 = 132.5 x$$

$$\therefore x = 44830.19$$

$$\text{NRs. } 5940000 = \text{€ } 44830.19$$

$$\text{जम्मा क्रममूल्य (युरोमा) = € 44830.19}$$

25 % नाफा गरी बेच्नु पर्दा,

$$\text{फेरि 1200 ओटा सलको विक्रय मूल्य} = \text{€ } 44830.19 + \text{€ } 44830.19 \text{ को } 25 \%$$

$$= 44830.19 + 44830.19 \times \frac{25}{100}$$

$$= 44830.19 + 11207.55$$

$$= \text{€ } 56037.74$$

$$\therefore \text{सबै पस्मिना सलको विक्रय मूल्य} = \text{€ } 56037.74$$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ स. 75 को प्रश्न न. 9 र 10 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) मुद्रा र विनिमयसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् र

(ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्यमा लगाउनुहोस् ।

पत्रिका वा इन्टरनेटबाट खोज गरी कुनै एक दिनको विदेशी मुद्रा विनिमय दर पत्ता लगाउनुहोस् । दुई दिन अगाडि र उक्त दिनमा कुनै मुद्रा विनिमय दरमा कतिको फरक पाउन सकिन्छ, वा एउटै पाउन सकिन्छ ? साथै उक्त दिनमा अन्तर्राष्ट्रिय बजारमा सुन प्रति के.जी. वा प्रति तोला वा प्रति ग्राम कति छ ? अमेरिकामा कति छ ? बेलायतमा कति छ ? अस्ट्रेलियामा कति छ ? संयुक्त अरब इमिरेटमा कति छ ? उक्त दिनमा कुन देशको कुन सहरमा किन्दा कतिले सस्तो पर्दछ ? यसबारेमा एउटा प्रतिवेदन तयार पारी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी परियोजना कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई परियोजना कार्यका क्रममा विभाजन गरिएको समूहहरूमा पुनः राख्नुहोस् ।
- (ख) केही समय परियोजना कार्य गर्दा केकस्ता अनुभवहरू प्राप्त भए सोबारे छलफल गराउनुहोस् ।
- (ग) यस्तै किसिमको परियोजना कार्यलाई भविष्यमा अझ थप प्रभावकारी ढङ्गबाट गर्न के कस्ता सुधारका कार्यहरूमा ध्यान राख्न आवश्यक छ ? सोबारे एउटा प्रस्तुति तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) कक्षामा प्रत्येक समूहलाई आफ्नो कुराहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

पाठ 5

क्षेत्रफल र आयतन (Area and Volume)

परिचय

क्षेत्रफल र आयतन ज्यामितिका आधारभूत अवधारणाहरू हुन् । यसले कुनै पनि दुई वा तीन आयामिक ज्यामितीय वस्तुहरूले कति र कसरी कुनै पनि सतह वा ठाउँ ओगटेको छ भन्ने विषयमा जानकारी दिने कार्य गर्दछ । क्षेत्रफलले आयत, वृत्त वा कुनै प्रकारका अनियमित बहुभुजहरूले ओगटेको सतहको मात्रालाई जनाउँछ । क्षेत्रफलको अवधारणाले कुनै पनि सतहमा कुनै वस्तुको फैलावट के कसरी भएको छ भन्ने कुराको जानकारी दिन्छ । यसप्रकारको जानकारीले आर्किटेक्चरदेखि कृषिसम्मका विभिन्न क्रियाकलापमा ठुलो टेवा पुग्ने गर्दछ ।

ज्यामितिमा आयतन तीन आयामिक अवधारणा हो । आयतन भन्नाले कुनै पनि ठोस वस्तु जस्तै घन, आयाताकार वस्तु, गोला, सोली आदि ज्यामितीय वस्तुहरूले हावामा ओगटेको भागलाई जनाउँछ । आयतनको अवधारणा इन्जिनियरिङ, भौतिक विज्ञान, विभिन्न निर्माण कार्यहरूमा अत्यधिक मात्रामा प्रयोग हुने गर्दछ । विशेषतः भण्डारण निर्माण, भण्डारण क्षमता मूल्याङ्कन, विभिन्न वस्तुहरूको भौतिक अवस्था आदि बारे अध्ययन गर्न आयतनसम्बन्धी हिसाबहरू गरिन्छ । यस पाठमा वर्गाकार एवम् वृत्ताकार आधारका पिरामिड तथा बेलनालगायत ती वस्तुहरूको संयोजन (बढीमा दुईओटा वस्तुहरू) बाट बनेका ठोस वस्तुहरूको सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउने कार्यहरू गर्ने छन् ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकिएका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

- (क) पिरामिडको सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउन
- (ख) संयुक्त ठोसवस्तुका क्षेत्रफल र आयतनसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न
- (ग) निर्माण कार्य जस्ता अवस्थामा विभिन्न ठोस वस्तु वा ज्यामितीय आकारहरूका गुणको प्रयोगबाट लागत अनुमानसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 28 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ ।

तसर्थ यस पाठान्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	विभिन्न ज्यामितीय आधार भएका पिरामिडहरू पहिचान, पिरामिडहरूका सतहहरू, शीर्षबिन्दुहरू पहिचान र कागजको पानाको मदतले विभिन्न आधारका पिरामिडहरू तयार	1	80
2.	पिरामिडका विभिन्न आयामहरू विचको सम्बन्ध प्रतिपादन, आयामहरूसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल	1	82, 84

3.	वर्गाकार आधार भएका पिरामिडका सतहहरूको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन, पिरामिडको छड्के र पूरा सतहसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान	2	84 – 86 , 90
4.	वर्गाकार आधार भएका पिरामिडका आयतनको सूत्र प्रतिपादन र आयतनसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान	2	87 , 91
5.	वर्गाकार आधार भएको पिरामिडसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य गर्न	2	
6.	सोलीका विभिन्न आयामहरू पहिचान गरि तिनीहरूबिचको सम्बन्ध	1	95, 96
7.	सोलीको सतहको क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू	2	97, 98, 101
8.	सोलीको आयतनसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू	2	99, 101
9.	सोलीसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	
10.	ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरूको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतन पत्ता लगाउने सूत्र प्रतिपादन	2	104 – 107
11.	ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरूको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतन सम्बन्धित समस्याहरू (सोली, बेलना र अर्धगोला)	3	107 – 110, 111
12.	ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरूको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतन सम्बन्धित समस्याहरू (पिरामिड र प्रिज्म)	2	110, 114
13.	लागत अनुमान र यससँग सम्बन्धित समस्याहरू समाधान	3	115 – 119
14.	ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरूको निर्माण तथा अन्य कार्यसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	3	
	जम्मा	28	

विद्यार्थीमा हुन सक्ने सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरू

- विभिन्न वस्तुहरूको (पिरामिड, सोली, बेलना, अर्धगोला) सतहहरूको पहिचानमा समस्या
- विभिन्न वस्तुहरूको आयतन, वक्र वा छड्के सतह तथा पूरा सतहको सूत्रहरू प्रयोगमा समस्या,
- आयतन तथा क्षेत्रफलको एकाइ लेखनमा गल्ती
- रङरोगन तथा ढलौट निर्माणमा क्षेत्रफल वा आयतनको पहिचान र गणितीय क्रियामा त्रुटि

पहिलो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

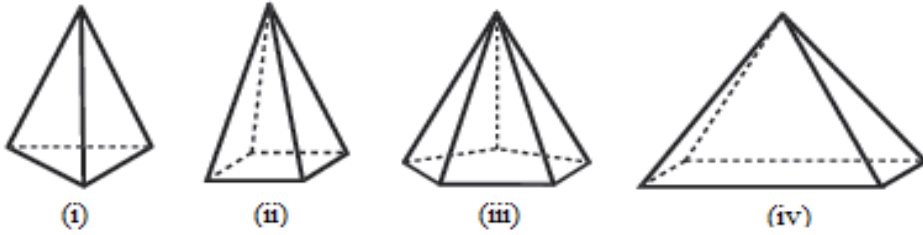
- (क) विभिन्न ज्यामितीय आधार भएका पिरामिडहरू पहिचान गर्न सक्ने छन् ।
- (ख) विभिन्न पिरामिडहरूका सतहहरू, शीर्षबिन्दुहरू पहिचान गर्न सक्ने छन् ।
- (ग) कागजको मदतले विभिन्न आधारका पिरामिडहरू तयार गर्न सक्ने छन् ।

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न ज्यामितीय आधारका पिरामिडहरू, कागज, कैंची ।

क्रियाकलाप - 1

- (क) विभिन्न ज्यामितीय आधार भएका पिरामिडहरू वा तिनीहरू भएको चित्र विद्यार्थीमा बाँड्नुहोस् ।
- (ख) समूहमा विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका प्रश्नहरूको उत्तर छलफल गरी टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।



- (अ) कुन कुन आधार भएका पिरामिडहरू छन् ?
- (आ) प्रत्येक पिरामिडमा कतिओटा सतह छन् ?
- (इ) कुन कुन आकारका सतहहरू कति कतिओटा रहेछन् ?
- (ई) शीर्षबिन्दुहरू कतिओटा रहेछन् ?
- (उ) सतहहरू कतिओटा रहेका छन् ?
- (ग) केही समयपछि विद्यार्थीलाई समूहगत रूपमा आआफ्नो उत्तरहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई पर्याप्त कागज, कैंची र गम बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई वर्ग आधार भएको पिरामिड तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) यसरी तयार भएका वर्गका विभिन्न आयामहरू मापन गरी टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) पछि अन्य पिरामिडसम्बन्धी थप क्रियाकलाप गर्न ती पिरामिडहरू सुरक्षित राख्नुहोस् ।

दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) पिरामिडका विभिन्न आयामहरू तथा सतहहरू पहिचान गर्न
- (ख) पिरामिडका विभिन्न आयामहरूबिचको सम्बन्ध प्रतिपादन गर्न
- (ग) पिरामिडका विभिन्न आयामहरूसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न नापका वर्गाकार आधारका पिरामिडहरू, प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपर

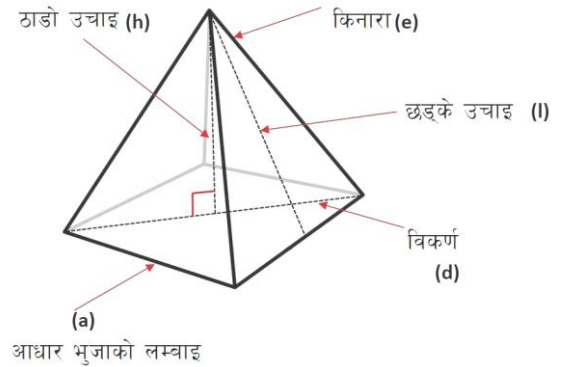
क्रियाकलाप - 1

कक्षामा विद्यार्थीलाई एक एकओटा A4 कागज, केही कैंची तथा अन्य ज्यामितीय सामानहरू उपलब्ध गराउनुहोस् र वर्गाकार आधार भएको पिरामिड तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

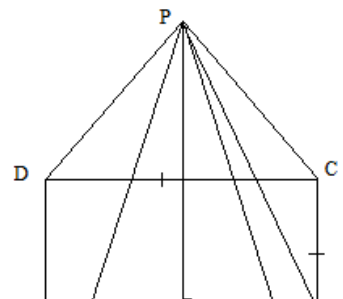
- (क) विद्यार्थीलाई आफूले बनाएका पिरामिडमा भएका विभिन्न आयामहरू पहिचान गर्न केही समय दिनुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्नका लागि तलका प्रश्नहरूमा सविस्तार छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) पिरामिडमा कुन कुन भाग हुन्छन् ?
- (आ) पिरामिडमा ठाडो उचाइ भन्नाले के बुझिन्छ ?
- (इ) पिरामिडमा के लाई किनारा भनिन्छ ?
- (ई) किनारा , छड्के उचाइ , ठाडो उचाइ र आधारको भुजाको लम्बाइबिचको कस्तो सम्बन्ध हुन्छ ?



- (ग) किनारालाई (e), छड्के उचाइ (l), ठाडो उचाइ (h), आधारको भुजाको लम्बाइ (a) र विकर्णको लम्बाइ (d) ले जनाउन लगाउनुहोस् ।
- (घ) केही समय (ग) मा उल्लिखित आयामहरूका बिचमा के कस्ता सम्बन्धहरू हुन सक्छन् सोबारे विद्यार्थीमा छलफल गराउनुहोस् ।
- (ङ) छलफल सहजीकरणका क्रममा तलको सम्बन्ध ल्याउनुहोस् :

चित्रबाट,



समकोण ΔPOM मा,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$(PM)^2 = (PO)^2 + (OM)^2$$

$$\Rightarrow (l)^2 = (h)^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (l)^2 = (h)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow l^2 = \frac{4h^2 + a^2}{4}$$

$$\therefore 4l^2 = 4h^2 + a^2$$

फेरि,

समकोण ΔPMC मा,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$(PC)^2 = (PM)^2 + (CM)^2$$

$$\Rightarrow (e)^2 = (l)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (e)^2 = (l)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow e^2 = \frac{4l^2 + a^2}{4}$$

$$\therefore 4e^2 = 4l^2 + a^2$$

फेरि,

समकोण ΔPOC मा,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$(PC)^2 = (PO)^2 + (OC)^2$$

$$\Rightarrow (e)^2 = (h)^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (e)^2 = (h)^2 + \frac{d^2}{4}$$

$$\Rightarrow e^2 = \frac{4h^2 + d^2}{4}$$

$$\therefore 4e^2 = 4h^2 + d^2$$

फेरि,

समकोण ΔPOC मा,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$(PC)^2 = (PO)^2 + (OC)^2$$

$$\Rightarrow (e)^2 = (h)^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (e)^2 = (h)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow e^2 = \frac{4h^2 + a^2}{4}$$

$$\therefore 4e^2 = 4h^2 + a^2$$

फेरि,

समकोण ΔABC मा,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$\Rightarrow (d)^2 = (a)^2 + (a)^2$$

$$\therefore d^2 = 2a^2$$

मूल्याङ्कन

- (अ) एउटा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको छड्के सतहहरूको उचाइ 10 cm र आधारको लम्बाइ 8 cm भए उक्त पिरामिडको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (आ) कुनै एउटा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको किनाराको लम्बाइ 15 cm र छड्के उचाइ 12 cm भए उक्त पिरामिडको आधारको लम्बाइ र पिरामिडको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (इ) कुनै एउटा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको आधार रहेको वर्गको विकर्णको लम्बाइ 25 cm र छड्के उचाइ 15 cm भए उक्त पिरामिडको किनाराको लम्बाइ र पिरामिडको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ई) पिरामिडको उचाइ 20 cm र आधारको लम्बाइ 12 cm भए छड्के उचाइ र किनाराको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

तेस्रो र चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) वर्गाकार आधार भएका पिरामिडका सतहहरूको क्षेत्रफल निकाल्न
(ख) पिरामिडको छड्के र पूरा सतहसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न नापका वर्गाकार आधारका पिरामिडहरू, प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहहरूलाई वर्गाकार आधार भएको पिरामिड बाँड्नुहोस् ।
(ग) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 83 को 5.1.3 को क्रियाकलाप 4 समूहमा गराउनुहोस् जहाँ पिरामिडको सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी सूत्र प्रतिपादन गर्ने कार्य गरिएको छ ।
(घ) उक्त क्रियाकलाप गराउँदा निम्न प्रश्नहरूमा समेत छलफल गराउनुहोस् :
- (अ) पिरामिडमा कतिओटा त्रिभुजाकार सतहहरू छन् ?
(आ) के सबै त्रिभुजाकार सतहहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ?
(इ) पिरामिडमा कस्ता सतहहरू हुन्छन् र तिनीहरूको क्षेत्रफल कति कति हुन्छन् ?

- वर्ग आधार भएको पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल (LSA) = $2 a l$
- पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) = आधारको क्षेत्रफल + छड्के सतहको क्षेत्रफल
= $(a^2 + 2al)$ = $a(a + 2l)$

- (ङ) क्रियाकलापको क्रममा सूत्रहरू निर्माण गर्दा आवश्यकतानुसार प्रतिपादित सूत्रहरूमा सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएका एक एकओटा ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू:

1. दिइएको वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको छड्के सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ, वर्गाकार आधार भएको पिरामिडमा

आधारको भुजाको लम्बाइ (a) = 10 cm

किनारको लम्बाइ (e) = 13 cm

हामीलाई थाह छ,

$$4e^2 = 4l^2 + a^2$$

$$\Rightarrow 4(13)^2 = 4l^2 + (10)^2$$

$$\Rightarrow 676 = 4l^2 + 100$$

$$\Rightarrow 576 = 4l^2$$

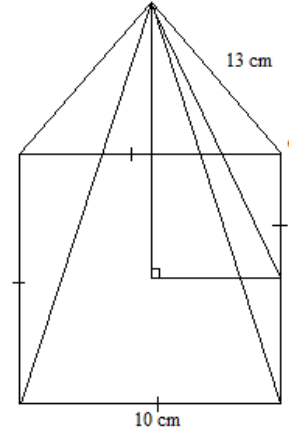
$$\Rightarrow 144 = l^2$$

$$\therefore l = 12 \text{ cm} = \text{छड्के उचाइ}$$

फेरि,

$$\text{छड्के सतहको क्षेत्रफल} = 2al = 2 \times 10 \times 12 = 240 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{अब, पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)} &= \text{आधारको क्षेत्रफल} + \text{छड्के सतहको क्षेत्रफल} \\ &= a^2 + 2al \\ &= (10)^2 + 2 \times 10 \times 12 \\ &= 340 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



क्रियाकलाप - 3

विद्यार्थीलाई सोही समूहमा राख्नुहोस् र तलका प्रश्नहरू छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

- एउटा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको छड्के उचाइ र यसको पूरा सतहको क्षेत्रफल भए उक्त पिरामिडको किनारा र आधारको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको आधारको लम्बाइ र छड्के उचाइ 3 : 5 को अनुपातमा छन् । यदि यसको पूरा सतहको क्षेत्रफल 624 वर्ग से.मि. छ भने यसको आधारको विकर्ण र ठाडो उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- कुनै एउटा वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको आधारको भुजाको लम्बाइ 5 cm र छड्के उचाइ 8 cm भए उक्त पिरामिडको छड्के सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 90 को अभ्यास 5.1 को प्रश्न न.1 देखि 4 (पूरा सतहको क्षेत्रफल मात्र) र 8 समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) वर्गाकार आधार भएका पिरामिडका आयतनको सूत्र प्रतिपादन गर्न
- (ख) पिरामिडको आयतनसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

समान आधारको क्षेत्रफल र उचाइ भएका खोक्रो पिरामिडहरू र घनहरू, पिठो वा बालुवा , प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू ।

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई वर्गाकार आधार भएको पिरामिड बाँड्नुहोस् ।
- (ग) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 87 को 5.1.4 को क्रियाकलाप 5 समूहमा गराउनुहोस् जहाँ पिरामिडको आयतनसम्बन्धी सूत्र प्रतिपादन गर्ने कार्य गरिएको छ ।
- (घ) उक्त क्रियाकलाप गराउँदा निम्न प्रश्नहरूमा समेत छलफल गराउनुहोस् ।
 - (अ) पिरामिडको सतहको क्षेत्रफल र आयतनबिच के कस्तो सम्बन्ध छ ?
 - (आ) समान आधारको क्षेत्रफल र उचाइ भएका घन र पिरामिडको आयतनमा कस्तो सम्बन्ध हुन्छ ?

- वर्ग आधार भएको पिरामिडको आयतन (Volume) = $\frac{1}{3} a^2 h$

- (ङ) क्रियाकलापको क्रममा सूत्रहरू निर्माण गर्दा आवश्यकतानुसार प्रतिपादित सूत्रहरूमा सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

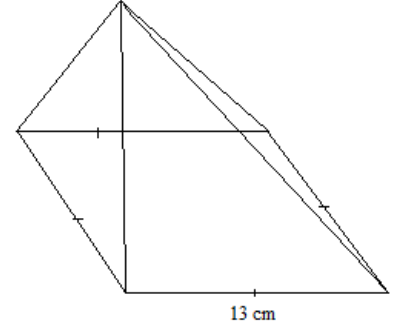
क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएका एक एकओटा ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा

आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. दिइएको वर्गाकार आधार भएको पिरामिडको पूरा सतहको क्षेत्रफल 360 cm^2 र छड्के सतहको उचाइ 13 cm छ भने



(अ) आधार भुजाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) पिरामिडको ठाडो उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) पिरामिडको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) यदि $1 \text{ cm}^3 = 0.85 \text{ gm}$ तामा हुने हो भने उक्त पिरामिड तयार गर्न कति तामाको प्रयोग हुन्छ ?

(उ) यदि त्रिभुजाकार सतहमा प्रति वर्ग से.मी. रु. 15.50 का दरले आलुमिनियमको जलप लगाउने हो भने कति खर्च लाग्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

(अ) पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) = $a^2 + 2al$

$$\Rightarrow 360 = a^2 + 2a \times 13$$

$$\Rightarrow 360 = a^2 + 26a$$

$$\Rightarrow 0 = a^2 + 26a - 360$$

$$\Rightarrow a^2 + 26a - 360 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + (36 - 10)a - 360 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 36a - 10a - 360 = 0$$

$$\Rightarrow a(a + 36) - 10(a + 36) = 0$$

$$\Rightarrow (a + 36)(a - 10) = 0$$

अथवा,

$$(a + 36) = 0$$

$$\therefore a = -36 \text{ (सम्भव छैन ।)}$$

\therefore आधार भुजाको लम्बाइ 10 cm रहेछ ।

(आ) अब,

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$l = 13 \text{ cm}$$

अथवा,

$$(a - 10) = 0$$

$$\therefore a = 10 \text{ cm}$$

हामीलाई थाह छ,

$$4l^2 = 4h^2 + a^2$$

$$\Rightarrow 4 \times (13)^2 = 4h^2 + (10)^2$$

$$\Rightarrow 676 = 4h^2 + 100$$

$$\Rightarrow 576 = 4h^2$$

$$\Rightarrow 144 = h^2$$

$$\therefore h = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{(इ) आयतन (V)} &= \frac{1}{3} a^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times (10)^2 \times 12 \\ &= 400 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

(ई) यहाँ,

$$1 \text{ cm}^3 = 0.85 \text{ gm छ।}$$

$$\begin{aligned} 400 \text{ cm}^3 &= (400 \times 0.85) \text{ gm छ।} \\ &= 340 \text{ gm} \end{aligned}$$

\therefore उक्त पिरामिड तयार गर्न 340 gm तामाको आवश्यकता पर्दछ।

$$\begin{aligned} \text{(उ) त्रिभुजाकार सतहको क्षेत्रफल (LSA)} &= \text{पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)} - \text{आधारको क्षेत्रफल (a}^2\text{)} \\ &= 360 - (10)^2 \\ &= 260 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अब,

$$1 \text{ cm}^2 = \text{रु. } 15.50 \text{ छ।}$$

$$\begin{aligned} 260 \text{ cm}^2 &= \text{रु. } (260 \times 15.50) \text{ छ।} \\ &= \text{रु. } 4030 \end{aligned}$$

\therefore उक्त पिरामिडको त्रिभुजाकार सतहमा आलुमिनियमको जलप लगाउन रु. 4030 खर्च लाग्छ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 91 को अभ्यास 5.4 को प्रश्न न. 4 देखि 11 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस्।

सातौं र आठौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) वर्गाकार आधार भएको पिरामिडसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्ट

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्यमा अगि बढ्न लगाउनुहोस् ।

तपाईंको स्थान वरपर भएका कुनै तीनओटा पिरामिड आकृतिका वस्तुहरूको नाम सङ्कलन गर्नुहोस् । यसपश्चात् सामूहिक रूपमा ती आकृतिहरूका विभिन्न आयामहरूको नाप ध्यानपूर्वक टिपोट गर्नुहोस् । यसरी प्राप्त भएका तथ्याङ्कहरूका आधारमा ती आकृतिहरूका

(अ) आधारको क्षेत्रफल

(आ) त्रिभुजाकार सतहको क्षेत्रफल

(इ) पूरा सतहको क्षेत्रफल

(ई) आयतन

पत्ता लगाई यसबारेमा एउटा प्रतिवेदन तयार पारी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई परियोजना कार्यका क्रममा विभाजन गरिएको समूहहरूमा पुनः राख्नुहोस् ।

(ख) केही समय परियोजना कार्य गर्दा के कस्ता अनुभवहरू प्राप्त भए सोबारे छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) यस्तै किसिमको परियोजना कार्यलाई भविष्यमा अझ थप प्रभावकारी ढङ्गबाट गर्न के कस्ता सुधारका कार्यहरूमा ध्यान राख्न आवश्यक छ ? सोबारे एउटा प्रस्तुति तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) कक्षामा प्रत्येक समूहलाई आफ्नो प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।

नवौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

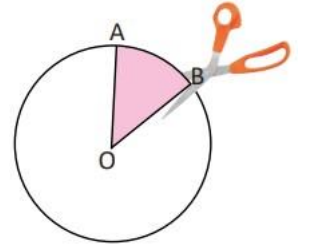
- (क) दैनिक जीवनमा सोली कहाँकहाँ र कसरी प्रयोगमा छन् सो पत्ता लगाउन
- (ख) कागजको मदतले सोलीको निर्माण गर्न
- (ग) सोलीका विभिन्न आयामहरू पहिचान गरि तिनीहरूबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न सोलीहरू, कागज, कैंची, गम, ज्यामितीय संरचनाका सामग्रीहरू

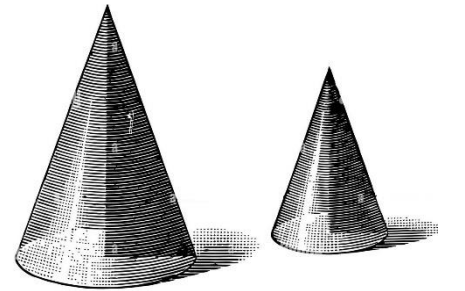
क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई पर्याप्त कागज, कैंची र गम बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई एउटा आयताकार कागजमा एउटा वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।
- (घ) चित्रमा देखाए जस्तै गरी वृत्तको केन्द्रमा O AOB खिचेर क्षेत्रक काट्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) अन्त्यमा उक्त क्षेत्रकलाई मोडेर AO र BO लाई जोड्न लगाउनुहोस् ।
- (च) यसरी तयार भएको सोलीहरू सुरक्षित राख्नुहोस् ।



क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आफूले बनाएका सोलीमा भएका विभिन्न आयामहरू पहिचान गर्न केही समय दिनुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्नका लागि तलका प्रश्नहरूमा सविस्तार छलफल गराउनुहोस् ।
 - (अ) सोलीको आधारमा कुन ज्यामितीय आकृति छ ?
 - (आ) सोलीका कतिओटा सतह र कुन कुन सतहहरू रहेका छन् ?
 - (इ) सोलीमा कतिओटा शीर्षबिन्दुहरू रहेका छन् ?
 - (ई) सोली र पिरामिडबिच केके समानता र फरक पाउन सकिन्छ ?
 - (उ) सोलीमा कुन कुन आयामहरू रहेका छन् ? ती के के हुन् ?
 - (ऊ) सोलीलाई वृत्ताकार आधार भएको पिरामिड भन्न सकिन्छ वा सकिँदैन, किन ?
- (ख) केही समयपछि विद्यार्थीलाई उनीहरूले प्राप्त गरेका उत्तरहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।



(घ) छड्के उचाइ (l), ठाडो उचाइ (h) र आधारको वृत्तको अर्धव्यास (r) ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(ङ) केही समय (घ) मा उल्लिखित आयामका बिचमा के कस्ता सम्बन्धहरू हुन सक्छन् सोबारे विद्यार्थीमा छलफल गराउनुहोस् ।

(च) छलफल सहजीकरणका क्रममा तलको सम्बन्ध ल्याउनुहोस् ।

चित्रबाट,

समकोण ΔAOB मा,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$(AB)^2 = (AO)^2 + (OB)^2$$

$$\Rightarrow (l)^2 = (h)^2 + (r)^2$$

$$\therefore l^2 = h^2 + r^2$$

फेरि, $d = 2r$ हुने भएकाले

समकोण ΔAOB मा,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

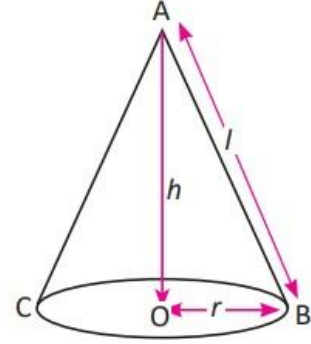
$$(AB)^2 = (AO)^2 + (OB)^2$$

$$\Rightarrow (l)^2 = (h)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow (l)^2 = (h)^2 + \frac{d^2}{4}$$

$$\Rightarrow l^2 = \frac{4h^2 + d^2}{4}$$

$$\therefore 4l^2 = 4h^2 + d^2$$



मूल्याङ्कन

(अ) एउटा सालीको छड्के सतहहरूको उचाइ 10 cm र आधारको वृत्तको अर्धव्यास 5 cm भए उक्त सोलीको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) कुनै एउटा सोलीको छड्के सतहहरूको उचाइ 15 cm र ठाडो उचाइ 12 cm भए उक्त सोलीको आधारको वृत्तको व्यास पत्ता लगाउनुहोस् । साथै उक्त सोलीको अर्धव्यास र ठाडो उचाइको अनुपात पनि निकाल्नुहोस् ।

(इ) कुनै एउटा सोलीको उचाइ 20 cm र आधारको वृत्तको व्यास 14 cm छ भने उक्त सोलीको छड्के सतहको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) एउटा सोलीको उचाइ र आधारको वृत्तको अर्धव्यासको अनुपात 2 : 3 छ । यदि उक्त सोलीको छड्के सतहको उचाइ 50 cm छ भने उक्त सोलीको सबै आयामहरूको मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

दसौं र एघारौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) सोलीको सतहको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन गर्न
- (ख) सोलीको सतहको क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न सोलीहरू (कागजबाट बनेको) र प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहहरूलाई कागजबाट बनेको सोली बाँड्नुहोस् ।
- (ग) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 95 को क्रियाकलाप 9 समूहमा गराउनुहोस् जहाँ सोलीको सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी सूत्र प्रतिपादन गर्ने कार्य गरिएको छ ।

आधारको अर्धव्यास 'r', छड्के उचाइ 'l' र ठाडो उचाइ 'h' भएको सोलीको,

- वक्र सतहको क्षेत्रफल (CSA) = $\pi r \times l = \pi r l$
- वक्र सतहको क्षेत्रफल (TSA) = $\pi r^2 + \pi r l = \pi r(r + l)$

- (घ) क्रियाकलापपछि आवश्यकतानुसार प्रतिपादित सूत्रहरूमा सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएका एक एकओटा ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. एउटा सोलीको अर्धव्यास र छड्के उचाइ 3 : 5 को अनुपातमा रहेको छ । यदि उक्त सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल $\frac{2112}{7} \text{ cm}^2$ भए
 - (अ) उक्त सोलीको अर्धव्यास र छड्के उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (आ) सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) सोलीको ठाडो उचाइ निकाल्नुहोस् ।

(ई) यदि सोलीको अर्धव्यास आधा गर्ने हो भने यसको सतहको क्षेत्रफल कति प्रतिशतले बढ्छ वा घट्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

(अ) यहाँ, सोलीको अर्धव्यास r र छड्के उचाइको अनुपात $3 : 5$ छ ।

\therefore सोलीको अर्धव्यास (r) = $3x$ cm मानौं ।

\therefore सोलीको छड्के उचाइ (l) = $5x$ cm हुन्छ ।

प्रश्नअनुसार,

सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA) = $\pi r^2 + \pi r l$

$$\Rightarrow \frac{2112}{7} = \frac{22}{7} (3x)^2 + \frac{22}{7} \times 3x \times 5x$$

$$\Rightarrow \frac{2112}{7} = \frac{22}{7} \times 3x \times (3x + 5x)$$

$$\Rightarrow 2112 = 22 \times 3x \times 8x$$

$$\Rightarrow 2112 = 528 x^2$$

$$\Rightarrow 4 = x^2$$

$$\therefore x = 2$$

\therefore सोलीको अर्धव्यास (r) = $3x = 3 \times 2 = 6$ cm

\therefore सोलीको छड्के उचाइ (l) = $5x = 5 \times 2 = 10$ cm हुन्छ ।

(आ) सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल (CSA) = $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times 10$$
$$= \frac{1320}{7} \text{ cm}^2$$

(इ) हामीलाई थाह छ,

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$\Rightarrow (10)^2 = h^2 + (6)^2$$

$$\Rightarrow 100 = h^2 + 36$$

$$\Rightarrow 64 = h^2$$

$$\therefore h = 8 \text{ cm}$$

(ई) अब,

$$l = 10 \text{ cm}$$

$$r_1 = \frac{r}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

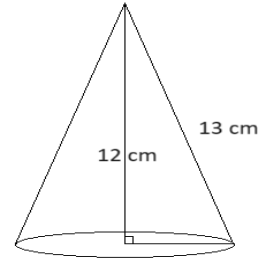
हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned} \text{नयाँ सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA}_1) &= \pi r_1 (r_1 + l) \\ &= \frac{22}{7} \times 3 \times (3 + 10) \\ &= \frac{858}{7} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{TSA} - \text{TSA}_1}{\text{TSA}} \times 100 \% \\ &= \frac{\frac{2112}{7} - \frac{858}{7}}{\frac{2112}{7}} \times 100 \% \\ &= \frac{1254}{2112} \times 100 \% \\ &= 59.38 \% \end{aligned}$$

∴ उक्त सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफलमा 59.38 % ले कमि हुन्छ ।



क्रियाकलाप - 3

(क) विद्यार्थीलाई समूहहरूमा तलका प्रश्नहरू आपसमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

- दिइएको सोलीको वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।
- एउटा सोलीको पूरा सतह र वक्र सतहको क्षेत्रफल क्रमशः 704 cm^2 र 550 cm^2 भए उक्त सोलीको छड्के उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल यसैको पूरा सतहको क्षेत्रफलको छ । यदि सो सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल 616 cm^2 भए सो सोलीको अर्धव्यास र छड्के उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल 814 cm^2 छ । यदि उक्त सोलीको आधारको वृत्तको अर्धव्यास र छड्के उचाइको योगफल 37 cm भए उक्त सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 101 को अभ्यास 5.2 को प्रश्न न. 1 र 2, 3 (ख) र 4 (वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित प्रश्नहरू) समाधान गर्नुहोस् ।

बाह्रौं र तेरौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) सोलीको आयतन पत्ता लगाउने सूत्र प्रतिपादन गर्न
- (ख) सोलीको आयतनसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न सोलीहरू (कागजबाट बनेको) र प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहहरूलाई कागजबाट बनेको सोली बाँड्नुहोस् ।
- (ग) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 98 को क्रियाकलाप 10 समूहमा गराउनुहोस् जहाँ सोलीको आयतनसम्बन्धी सूत्र प्रतिपादन गर्ने कार्य गरिएको छ ।

आधारको अर्धव्यास 'r' र ठाडो उचाइ 'h' भएको सोलीको,

$$\bullet \text{ आयतन (Volume) } = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

- (घ) क्रियाकलापपछि आवश्यकतानुसार प्रतिपादित सूत्र मूल्याङ्कन गरी सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएका एक एकओटा ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यसक्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू:

1. एउटा सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल 4070 cm^2 र यसको आधारको व्यास 70 cm छ भने
(अ) उक्त सोलीको छड्के उचाइ कति रहेछ ?

(आ) सोलीको ठाडो उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) सोलीको आयतन कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) यदि 1 cm^3 बराबर 0.750 gm हुन्छ भने उक्त सोलीको तौल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उ) उक्त सोलीको अर्धव्यास र ठाडो उचाइको अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

(अ) यहाँ,

$$\text{वक्र सतहको क्षेत्रफल (CSA)} = 4070 \text{ cm}^2$$

$$\text{आधारको व्यास (d)} = 70 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{आधारको अर्धव्यास (r)} = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}$$

हामीलाई थाह छ,

$$\text{वक्र सतहको क्षेत्रफल (CSA)} = \pi r l$$

$$\Rightarrow 4070 = \frac{22}{7} \times 35 \times l$$

$$\Rightarrow 4070 = \frac{770}{7} l$$

$$\Rightarrow 28490 = 770 l$$

$$\therefore l = 37 \text{ cm}$$

(आ) यहाँ,

$$\text{आधारको अर्धव्यास (r)} = 35 \text{ cm}$$

$$\text{सोलीको छड्के उचाइ (l)} = 37 \text{ cm}$$

हामीलाई थाह छ,

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$\Rightarrow (37)^2 = h^2 + (35)^2$$

$$\Rightarrow 1369 = h^2 + 1225$$

$$\Rightarrow 144 = h^2$$

$$\therefore h = 12 \text{ cm}$$

(इ) यहाँ,

$$\text{आधारको अर्धव्यास (r)} = 35 \text{ cm}$$

$$\text{सोलीको उचाइ (h)} = 12 \text{ cm}$$

हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned}
\text{आयतन (Volume)} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\
&= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (35)^2 \times 12 \\
&= 15400 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

(ई) यहाँ,

$$1 \text{ cm}^3 = 0.75 \text{ gm छ।}$$

$$15400 \text{ cm}^3 = (15400 \times 0.75) \text{ gm छ।}$$

$$= 11550 \text{ gm}$$

∴ उक्त सोलीको तौल 11550 gm रहेछ।

(उ) यहाँ,

$$\text{आधारको अर्धव्यास (r)} = 35 \text{ cm}$$

$$\text{सोलीको उचाइ (h)} = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{उक्त सोलीको अर्धव्यास र उचाइको अनुपात} = 35 : 12$$

2. आयतन 314.86 cm^3 भएको एउटा सोलीको आधारको अर्धव्यास र उचाइको अनुपात $5 : 12$ छ।

(अ) उक्त सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस्।

(आ) सोलीको पूरा सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस्।

(इ) उक्त सोलीको वक्र सतह र पूरा सतहको क्षेत्रफलको अनुपात पत्ता लगाउनुहोस्।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 101 को अभ्यास 5.2 को प्रश्न न. 3 (क), 4-6, 8-9 र 11-13 समस्याहरू समाधान गर्नुहोस्।

चौधौं र पन्धौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) सोलीसम्बन्धी व्यावहारिक गणितीय समस्या समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्यमा अगि बढ्न लगाउनुहोस् ।

विभिन्न नापका कागजको प्रयोग गरी फरक फरक नाप भएका सोलीहरू निर्माण गर्नुहोस् । तपाईंले निर्माण गर्नुभएको सोलीका विभिन्न भागहरूका नाप निकाली आधारको क्षेत्रफल, वक्र सतहको क्षेत्रफल, पूरा सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई परियोजना कार्यका क्रममा विभाजन गरिएको समूहहरूमा पुनः राख्नुहोस् ।

(ख) केही समय परियोजना कार्य गर्दा कस्ता अनुभवहरू प्राप्त भए सोबारे छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) यस्तै किसिमको परियोजना कार्यलाई भविष्यमा अझ थप प्रभावकारी ढङ्गबाट गर्न कस्ता सुधारका कार्यहरूमा ध्यान राख्न आवश्यक छ ? सोबारे एउटा प्रस्तुति तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) कक्षामा प्रत्येक समूहलाई आफ्नो प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।

सोरौं, सत्रौं र अठारौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

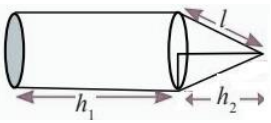
- (क) दैनिक प्रयोगमा रहेका विभिन्न ठोस वस्तुहरू पहिचान गर्न
 (ख) ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरूको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतन पत्ता लगाउने सूत्र प्रतिपादन गर्न

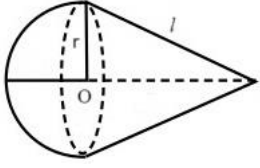
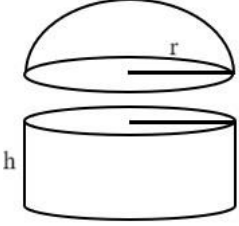
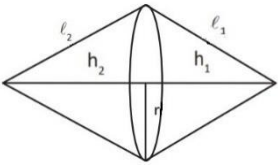
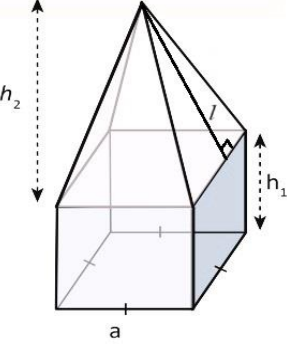
शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरू, प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) दैनिक जीवनमा प्रयोगमा रहेका कुनै पाँच वस्तुहरूको नाम लेखी त्यसमा संयोजनमा रहेका ठोसवस्तुहरूको नाम पनि उल्लेख गर्न लगाउनुहोस् ।
 (ग) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 104 को क्रियाकलाप 11 र 12 समूहमा गराउनुहोस् जहाँ संयुक्त ठोसवस्तुहरूसँग सम्बन्धित सूत्र प्रतिपादन गर्ने कार्य गरिएको छ ।
 (घ) क्रियाकलापपछि आवश्यकतानुसार प्रतिपादित सूत्रमा मूल्याङ्कन गर्दै सहजीकरणको कार्य गर्नुहोस् :

संयुक्त ठोस वस्तु	वक्र सतहको क्षेत्रफल Curved Surface Area (CSA)	पूरा सतहको क्षेत्रफल Total Surface Area (TSA)	आयतन (Volume)
	$CSA = \pi r l + 2\pi r h_1$ <p style="text-align: center;">Or</p> $CSA = \pi r (l + 2h_1)$	$TSA = \pi r l + \pi r^2 + 2\pi r h_1$ <p style="text-align: center;">Or</p> $TSA = \pi r (l + r + 2h_1)$	$Volume = \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi r^2 h_2$ <p style="text-align: center;">Or</p> $Volume = \pi r^2 \left(h_1 + \frac{1}{3} h_2 \right)$

	$\text{CSA} = 2\pi r^2 + \pi r l$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{CSA} = \pi r(2r + l)$	$\text{TSA} = 2\pi r^2 + \pi r l$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{TSA} = \pi r(2r + l)$	$\text{Volume} = \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{Volume} = \pi r^2 \left(h_1 + \frac{1}{3} h_2 \right)$
	$\text{CSA} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{CSA} = 2\pi r(r + h)$	$\text{TSA} = 2\pi r^2 + 2\pi r h + \pi r^2$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{TSA} = \pi r^2(3r + 2h)$	$\text{Volume} = \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2(2r + h)$
	$\text{CSA} = \pi r l_1 + \pi r l_2$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{CSA} = \pi r(l_1 + l_2)$	$\text{TSA} = \pi r l_1 + \pi r l_2$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{TSA} = \pi r(l_1 + l_2)$	$\text{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2 (h_1 + h_2)$
	$\text{LSA} = 2al + 4ah_1$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{LSA} = 2a(1 + 2h_1)$	$\text{TSA} = 2al + 4ah_1 + a^2$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{TSA} = a(2l + 4h_1 + a)$	$\text{Volume} = \frac{1}{3}a^2 h_2 + a^2 h_1$ <p style="text-align: center;">Or</p> $\text{Volume} = a^2 \left(h_1 + \frac{1}{3} h_2 \right)$

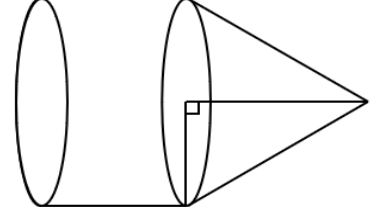
क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई विद्यालय तथा घरवरपर पाइने कुनै 5 संयुक्त वस्तुहरूको विवरण चित्रसहित टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त वस्तुहरूको विवरणसहित तिनीहरूको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतन निकाल्नका लागि आवश्यक पर्ने सूत्रहरूको सूची तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) तयार गरेको सूचीलाई कक्षामा ग्यालरी पैदल (Gallery Walk) को माध्यमबाट प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको ठोस वस्तुको पूरा सतह, वक्र सतहको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउने सूत्र लेख्नुहोस् ।



क्रियाकलाप - 3

विद्यालय तथा घरवरपर पाइने कुनै 5 संयुक्त वस्तुहरूको विवरण चित्रसहित टिपोट गरी तिनीहरूको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतन पत्ता लगाउने सूत्रहरूको सूची तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उन्नाइसौं र बिसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तु (सोली, बेलना र अर्धगोला) हरूको वक्र सतह, पूरा सतह र आयतनसम्बन्धी प्रश्नहरू समाधान गर्न सक्नेछन् ।

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरू, प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) विद्यार्थीमा तलका प्रश्नहरू सोधी मौखिक प्रश्नोत्तर क्रियाकलापमा सहभागी गराउनुहोस् :

(अ) सोलीको वक्र सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र के हो ?

(आ) बेलनाको आयतन पत्ता लगाउने सूत्र के हो ?

(इ) अर्धगोला अर्धव्यास 'a' cm भएमा उक्त ठोसको पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

(ई) बराबर अर्धव्यास भएको सोली र बेलना संयोजित ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

(उ) समान अर्धव्यास र उचाइ भएको बेलनाको आयतन सोही नापको सोलीको आयतनभन्दा कति गुणा बढी वा घटी हुन्छ ?

(ऊ) बराबर अर्धव्यास भएको सोली र अर्धगोला संयोजित ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

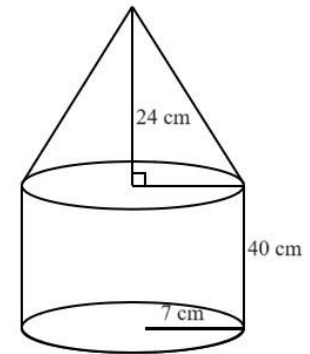
(ऋ) बराबर अर्धव्यास भएको अर्धगोला र बेलना संयोजित ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएका एक एकओटा ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
 (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू:

1. चित्रमा एउटा सिसाकलम दिइएको छ ।



- (अ) दिइएको ठोस वस्तु कुनकुन ठोस वस्तुहरूको संयोजनबाट बनेको छ ?
 (आ) यसलाई वरिपरि घुमाएर हेर्दा केकस्ता सतहहरू देख्न सकिन्छ ?
 (इ) दिइएको ठोस वस्तुमा तिखारिको भागको छड्के उचाइ कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ई) यस ठोस सिसाकलमको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (उ) यस ठोस सिसाकलमको आयतन कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

- (अ) दिइएको ठोस वस्तु सोली र बेलना मिलेर बनेको छ ।
 (आ) दिइएको ठोस वस्तुमा वृत्ताकार आधार, बेलनाको वक्र सतह र सोलीको वक्र सतहहरू देखिन्छ ।
 (इ) यहाँ,

$$\text{अर्धव्यास (r) = 7 cm}$$

$$\text{बेलनाको उचाइ (h}_1\text{) = 40 cm}$$

$$\text{सोलीको उचाइ (h}_2\text{) = 24 cm}$$

हामीलाई थाह छ,

$$l^2 = h_2^2 + r^2$$

$$\Rightarrow l^2 = (24)^2 + (7)^2$$

$$\Rightarrow l^2 = 625$$

$$\therefore l = 25 \text{ cm}$$

\therefore सोलीको छड्के सतहको 25 cm उचाइ रहेछ ।

(ई) यहाँ,

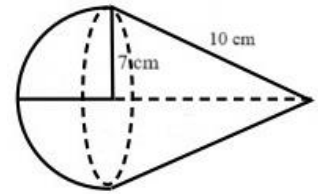
$$\begin{aligned} \text{ठोस सिसाकलमको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)} &= \pi r l + \pi r^2 + 2\pi r h_1 \\ &= \pi r (l + r + 2h_1) \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times (25 + 7 + 2 \times 40) \\ &= 2464 \text{ sq. cm} \end{aligned}$$

(उ) यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{ठोस सिसाकलमको आयतन (Volume)} &= \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 \\ &= \pi r^2 \left(h_1 + \frac{1}{3} h_2 \right) \\ &= \frac{22}{7} \times 7^2 \times \left(40 + \frac{1}{3} \times 24 \right) \\ &= 7392 \text{ cu. cm} \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएको ठोस वस्तुको पूरा सतह र वक्र सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।



गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 111 को अभ्यास 5.3 को प्रश्न न. 1, 2, 4, 5, 8 र 10 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

एक्काइसौं र बाइसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) दैनिक प्रयोगमा रहेका विभिन्न ठोस वस्तुहरू पहिचान गर्न
- (ख) ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तु (पिरामिड र प्रिज्म) हरूको छड्के सतह, पूरा सतह र आयतनसम्बन्धी प्रश्नहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरू, प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई पिरामिड र प्रिज्मको संयोजनका वस्तुहरू प्रस्तुत गर्नुहोस् र तिनीहरूका छड्के सतह, पूरा सतह र आयतनबारेमा केही समय छलफल गर्न लगाई तिनीहरूको सूत्रहरू प्रतिपादन गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएका एक एकओटा ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न

1. चित्रमा एउटा संयुक्त ठोस वस्तु दिइएको छ ।

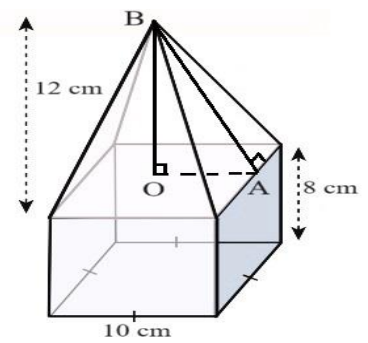
(अ) दिइएको ठोस वस्तु कुनकुन ठोस वस्तुहरूको संयोजनबाट बनेको छ ?

(आ) यसलाई वरिपरि घुमाएर हेर्दा केकस्ता सतहहरू देख्न सकिन्छ ?

(इ) दिइएको ठोस वस्तुमा माथिल्लो भागको छड्के उचाइ कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) यस ठोस वस्तुको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(उ) यस ठोस वस्तुको आयतन कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।



उत्तर

(अ) दिइएको ठोस वस्तु सोली र बेलना मिलेर बनेको छ ।

(आ) दिइएको ठोस वस्तुमा वृत्ताकार आधार, बेलनाको वक्र सतह र सोलीको वक्र सतहहरू देखिन्छ ।

(इ) यहाँ,

$$\text{अर्धव्यास (r) = 7 cm}$$

$$\text{बेलनाको उचाइ (h}_1\text{) = 40 cm}$$

$$\text{सोलीको उचाइ (h}_2\text{) = 24 cm}$$

हामीलाई थाह छ,

$$l^2 = h_2^2 + r^2$$

$$\Rightarrow l^2 = (24)^2 + (7)^2$$

$$\Rightarrow l^2 = 625$$

$$\therefore l = 25 \text{ cm}$$

\therefore सोलीको छड्के सतहको 25 cm उचाइ रहेछ ।

(ई) यहाँ,

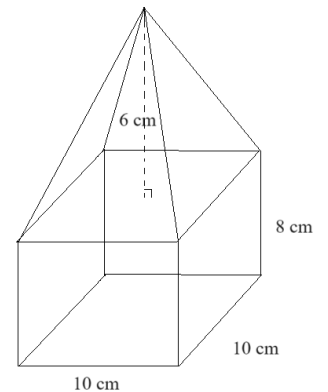
$$\begin{aligned} \text{ठोस सिसाकलमको पूरा सतहको क्षेत्रफल (TSA)} &= \pi r l + \pi r^2 + 2\pi r h_1 \\ &= \pi r (l + r + 2h_1) \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times (25 + 7 + 2 \times 40) \\ &= 2464 \text{ sq. cm} \end{aligned}$$

(उ) यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{ठोस सिसाकलमको आयतन (Volume)} &= \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 \\ &= \pi r^2 \left(h_1 + \frac{1}{3} h_2 \right) \\ &= \frac{22}{7} \times 7^2 \times \left(40 + \frac{1}{3} \times 24 \right) \\ &= 7392 \text{ cu. cm} \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएको ठोस वस्तुको पूरा सतह र आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 111 को अभ्यास 5.3 को प्रश्न न. 3, 4 (ड) र (च), 6, 8 (ख), 9 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेइसौं, चौबिसौं र पचिसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) विभिन्न अवस्थामा लागत अनुमान गर्न
- (ख) विभिन्न अवस्थामा हुने लागत अनुमान गरि तिनीहरूको तुलनात्मक अध्ययन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरू, प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 115 को क्रियाकलाप 1 र 2 समूहमा विस्तृत रूपमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
- (ग) दिइएका तालिकाहरूको तुलनात्मक अध्ययनपश्चात् तलका प्रश्नहरूको उत्तर छलफल गराउनुहोस् ।
 - (अ) दुवै अवस्थामा रड लगाउँदा कति कति खर्च लाग्ने रहेछ ?
 - (आ) पहिलो अवस्थामा भन्दा दोस्रो अवस्थामा कति बढी वा कम खर्च लाग्ने रहेछ ?
 - (इ) प्रतिशतमा यी दुई अवस्थामा हुने खर्चहरूको तुलना गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्न लेखिएका एक एकओटा ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न:

1. एउटा रङ्गशालाको गेटका चारओटै सतह देखिने 8 ft अग्ला दुईओटा पिलरहरू माथि उही आधारका एक एकओटा 4 ft उचाइ भएका पिरामिडहरू राखिएका छन् । प्रत्येक पिलरको आधार 6 ft × 6 ft छ भने
 - (अ) प्रश्नअनुसारका दुईओटा चित्रहरू बनाउनुहोस् ।

(आ) पिरामिडको छड्के उचाइ कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) दुईओटा पिरामिड सहितको पिलरहरूमा रड लगाउन मिल्ने पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? के पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन आधारको क्षेत्रफल जोड्नु पर्छ वा पर्दैन ? कारणसहित लेख्नुहोस् ।

(ई) उक्त पिरामिडसहितको पिलरहरूमा प्रति वर्ग फिट रु.102 का दरले रड लगाउँदा जम्मा कति खर्च लाग्छ ?

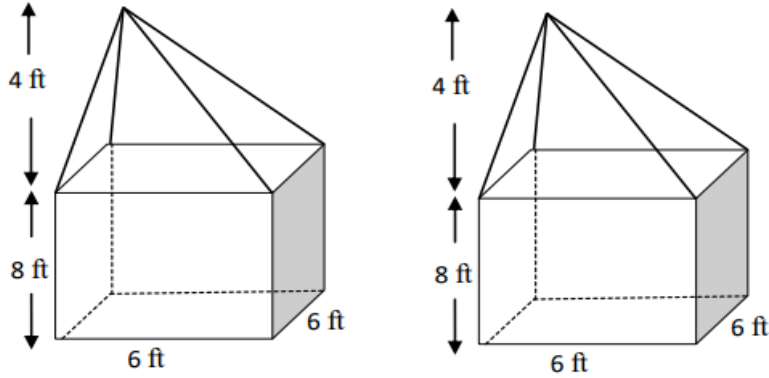
समाधान

(अ) यहाँ,

प्रिज्म भागको उचाइ (h_1) = 8 ft

पिरामिड भागको उचाइ (h_2) = 4 ft

पिलरको आधार वर्ग भएकोले, आधारको लम्बाइ (a) = 6 ft



(आ) हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned} \text{पिरामिडको छड्के उचाइ (l)} &= \sqrt{h_2^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{(4)^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} \\ &= 5 \text{ ft} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(इ) फेरि, प्रिज्मको छड्के सतहको क्षेत्रफल (A}_1\text{)} &= \text{आधारको परिधि} \times \text{उचाइ} \\ &= 4a \times 8 \\ &= 4 \times 6 \times 8 = 192 \text{ ft}^2 \end{aligned}$$

$$\text{पिरामिडको छड्के सतहको क्षेत्रफल (A}_2\text{)} = 2al = 2 \times 6 \times 5 = 60 \text{ ft}^2$$

त्यसैले, पिरामिडसहितको एउटा पिलरको पूरा सतहको क्षेत्रफल = $A_1 + A_2 = (192 + 60) \text{ ft}^2$

$$= 252 \text{ ft}^2$$

पिरामिड सहितको दुईओटा पिलरको पूरा सतहको क्षेत्रफल $= 2 \times 252 \text{ ft}^2 = 504 \text{ ft}^2$

प्रश्नअनुसार,

पिलरको आधार जमिनमुनि भएकाले यहाँ रड लगाइँदैन त्यसैले आधारको क्षेत्रफल पूरा सतहको क्षेत्रफलमा जोडिँदैन ।

$$\begin{aligned} \text{(ई) रड लगाउने दर (R)} &= \text{रु. } 102 \text{ प्रति } \text{ft}^2 \text{ रड लगाउने जम्मा खर्च (T)} = A \times R \\ &= 252 \times 102 \\ &= \text{Rs. } 25,704 \end{aligned}$$

2. एउटा आयताकार कोठाको भित्री लम्बाइ 12 ft चौडाइ 10 ft र उचाइ 8 ft छ । उक्त कोठामा 2 ft किनारा भएका दुईओटा वर्गाकार भ्याल छन् र दुईओटा 5 ft \times 2 ft का ढोका छन् भने

(अ) चारभित्ता र सिलिडको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र लेख्नुहोस् ।

(आ) उक्त कोठामा रु. 400 प्रति वर्गमिटरको दरले कार्पेट बिछ्याउँदा कति खर्च लाग्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) ढोका र भ्यालबाहेक चार भित्ता र सिलिडमा रु. 40 प्रति वर्ग फिटको दरले रड लगाउन कति खर्च लाग्छ ?

(ई) बजारमा भएको महङ्गीले गर्दा रड लगाउन प्रति वर्गमिटरमा पहिलेको भन्दा एक तिहाइले बढ्दा जम्मा खर्च कतिले वृद्धि हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, आयतकार कोठाको,

भित्री लम्बाइ (l) = 12 ft

भित्री चौडाइ (b) = 10 ft

भित्री उचाइ (h) = 8 ft

वर्गाकार भ्यालको किनाराको लम्बाइ = 2 ft ,

दुईढोका 5 ft \times 2 ft का छन् ।

(अ) चार भित्ता र सिलिडको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र (A) = $2h(l + b) + lb$

(आ) कोठाको क्षेत्रफल (A) = $l \times b$

$$= 12 \times 12$$

$$= 120 \text{ ft}^2$$

हामीलाई थाहा छ,

कार्पेटको क्षेत्रफल = कोठाको क्षेत्रफल = 120 ft^2

प्रति वर्गमिटरको दर (R) = रु. 400

जम्मा कार्पेट बिछ्याउन लाग्ने खर्च (T) = रु. $120 \times 400 =$ रु. 48,000

$$\begin{aligned} \text{(इ) दुईओटा भ्यालको क्षेत्रफल (A}_1\text{)} &= 2(2 \times 2) \text{ ft}^2 \\ &= 8 \text{ ft}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दुईओटा ढोकाको क्षेत्रफल (A}_2\text{)} &= 2(5 \times 2) \text{ ft}^2 \\ &= 20 \text{ ft}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अब भ्याल र ढोकाबाहेक चार भित्ता र सिलिडको क्षेत्रफल (A)} &= 2h(l + b) + lb - A_1 - A_2 \\ &= 2 \times 8(12 + 10) + 12 \times 10 - 8 - 20 \\ &= 16 \times 22 + 120 - 28 \\ &= 444 \text{ ft}^2 \end{aligned}$$

चार भित्तामा प्रति वर्गमिटरको रु. 40 को दरले रङ लगाउँदा

$$\text{जम्मा खर्च} = \text{रु. } 444 \times 40 = \text{रु. } 17760$$

$$\text{(ई) प्रति वर्ग मिटरमा एक तिहाइले बढ्दा नयाँ दर} = \text{रु. } 40 + \frac{1}{3} \times \text{रु. } 40 = \text{रु. } 53.33$$

$$\text{प्रति वर्ग मिटरमा एक तिहाइले बढ्दा, जम्मा खर्च} = \text{रु. } 53.33 \times 444 = \text{रु. } 23680$$

$$\begin{aligned} \text{खर्चमा भएको वृद्धि} &= \text{रु. } 23680 - \text{रु. } 17760 \\ &= \text{रु. } 5920 \end{aligned}$$

अतः रु. 5920 ले खर्चमा वृद्धि हुन्छ ।

क्रियाकलाप – 2

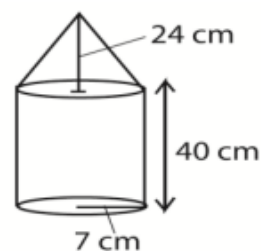
विद्यार्थीलाई समूहमा रहेर तलका प्रश्नहरू छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

3. चित्रमा सोली र बेलना मिलि बनेको धातुको ठोस वस्तु दिइएको छ । बेलना र सोलीको आधारको अर्धव्यासहरू बराबर छन् । बेलनाको उचाइ 40 से.मि., सोलीको उचाइ 24 से.मि. र सोलीको आधारको अर्धव्यास 7 से.मि. छन् ।

(अ) सोलीको आधारको अर्धव्यास र छड्के उचाइ दिइएको छ भने सोलीका वक्रसतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र लेख्नुहोस् ।

(आ) उक्त ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) बेलनाकार भागको आयतन र सोली भागको आयतन तुलना गर्नुहोस् ।



4. एउटा वर्गाकार आधार भएको कोठाको आयतन र उचाइ क्रमशः 95 घन मि. र 4.5 मि. छन् ।

उक्त कोठामा एउटा ढोका र दुइओटा भ्यालहरूले ओगटेको क्षेत्रफल 8 वर्ग मि. छ

(अ) प्रति वर्ग मिटर रु. 140 का दरले चार भित्तामा प्लास्टर गर्दा जम्मा कति खर्च लाग्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) यदि प्रति वर्ग मिटर प्लास्टर गर्ने दर एक तिहाइले बढ्यो भने भित्ताहरूमा प्लास्टर गर्न जम्मा खर्च कतिले बृद्धि हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. रामलाल महतोले ईँटा, बालुवा र सिमेन्टको प्रयोग गरी एउटा बेलनाकार पानी ट्याङ्कीको निर्माण गर्ने योजना बनाए । यदि ट्याङ्कीको उचाइ जमिनको सतहभन्दा मुनि 0.5 मिटर र सतहभन्दा माथि 5 मिटर हुनुपर्ने र उक्त ट्याङ्कीको भित्री व्यास २ मिटर बराबरको हुनुपर्ने अवस्थामा

(अ) यदि 20 % भाग सिमेन्ट र बालुवाले प्लास्टरसहित ओगट्छ भने उक्त ट्याङ्कीको निर्माणमा जम्मा कति ईँटाहरू आवश्यक पर्दछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) यदि प्रति गोटा ईँटाको मूल्य रु. 25 भए ईँटा खरिदमा जम्मा कति खर्च लाग्छ ?

(इ) यदि सिमेन्ट तथा बालुवामा प्रति घन से.मि. 75 पैसा खर्च हुँदछ र भने उक्त ट्याङ्की प्रयोग हुने सिमेन्ट तथा बालुवामा जम्मा कति खर्च हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) यदि उक्त ट्याङ्की निर्माण गर्न एक जना मुख्य मिस्त्री (प्रति दिन रु. 2500) र एक जना सहायक कामदार (प्रति दिन रु. 1500) ले तीन दिन लगाउँछन् भने ज्यालामा जम्मा कति खर्च हुन्छ ?

(उ) उक्त ट्याङ्की निर्माणमा जम्मा कति खर्च लाग्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ऊ) यदि रामलाल महतोका छिमेकी हरिलाल महतोले पनि सोही नापको तर प्लाष्टिकबाट निर्मित ट्याङ्की राख्ने योजना बनाए भने स्वास्थ्य र टिकाउको आधारमा तपाईं हरिलाल महतोलाई के सल्लाह दिनुहुन्छ र किन ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 120 को अभ्यास 5.4 को प्रश्न नं. 1 देखि 9 सम्मका सम्पूर्ण समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

छबिसौं, सत्ताइसौं र अट्ठाइसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) ज्यामितीय संयुक्त ठोस वस्तुहरूको निर्माण तथा अन्य कार्यसंग सम्बन्धित व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्ट

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका साना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्यमा अगि बढ्न लगाउनुहोस् ।

आवश्यकतानुसार समूहको निर्माण गर्नुहोस् । प्रत्येक समूहले आफ्नो नजिकको निर्माण सामग्री विक्री गर्ने पसलहरूमा जाने र विभिन्न आकारका पानी ट्याङ्कीहरूको अवलोकन गर्नुहोस् । कुन ज्यामितीय आकारमा ट्याङ्कीहरू बनेका हुन्छन् ? कुनमा कति लिटर पानी अटाउँछ ? कुनको मूल्य कति पर्छ ? धेरै पानी अटाउने ट्याङ्कीको मूल्य र थोरै पानी अटाउने ट्याङ्कीको मूल्यको अनुपात कस्तो पाउनुभयो ? फलामबाट बनेको ट्याङ्की र प्लास्टिकबाट बनेको ट्याङ्कीको मूल्यमा कतिले फरक पर्दोरहेछ ? माथि उठान गरिएका र अन्य जानकारीलाई समेत समावेश गरी एउटा प्रतिवेदन तयार पार्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी परियोजना कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई परियोजना कार्यका क्रममा विभाजन गरिएको समूहमा पुनः राख्नुहोस् ।
- (ख) केही समय परियोजना कार्य गर्दा के के अनुभवहरू प्राप्त भए सोबारे छलफल गराउनुहोस् ।

- (ग) यस्तै किसिमको परियोजना कार्यलाई भविष्यमा अझ थप प्रभावकारी ढङ्गबाट गर्न के कस्ता सुधारका कार्यहरूमा ध्यान राख्न आवश्यक छ ? सोबारे एउटा प्रस्तुति तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) कक्षामा प्रत्येक समूहलाई आफ्नो प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।

पाठ 6

अनुक्रम र श्रेणी (Sequence and Series)

परिचय

अनुक्रम र श्रेणी गणितका आधारभूत अवधारणा हुन् । यी अवधारणाहरूले सङ्ख्याहरूको क्रमबद्ध प्रगति अध्ययन गर्न मदत गर्दछ । अनुक्रम भन्नाले कुनै एक विशेष ढाँचा वा नियमलाई पालना गरि व्यक्त गरिएको तत्त्व वा सङ्ख्याहरूको क्रमबद्ध बढ्दो वा घट्दो सूची जनाउँछ । अङ्कगणितीय अनुक्रमहरूले लगातार क्रमागत सदस्यहरूबिच स्थिर भिन्नता देखाउँछन् जसलाई समानान्तरय भिन्नता भनिन्छ भने गुणोत्तर अनुक्रमहरूले क्रमागत सदस्यहरूबिच स्थिर अनुपात देखाउँछन् जसलाई समान अनुपात भनिन्छ । अङ्क गणितीय वा समानान्तरय श्रेणीहरूले अङ्कगणित अनुक्रमको योगफल समावेश गर्दछ भने गुणोत्तर श्रेणीहरूले गुणोत्तर अनुक्रमको योगलाई प्रतिनिधित्व गर्दछ । यी गणितीय अवधारणाहरूले जनसङ्ख्या वृद्धिको मोडेलिङ र वित्तीय लगानीको विश्लेषणदेखि प्रकृति र कलाको ढाँचाहरू बुझ्नसम्मका विभिन्न क्षेत्रमा सहयोग प्रदान गर्दछन् । यस पाठमा अनुक्रम र श्रेणीसँग सम्बन्धित विभिन्न गणितीय समस्यालगायत केही दैनिक व्यवहारसँग जोडिएका गणितीय समस्याहरू सूत्रहरूको प्रयोगबाट समाधान गरिनेछ ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) समानान्तरय तथा गुणोत्तर मध्यमासम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

(ख) समानान्तरय तथा गुणोत्तर श्रेणीसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 11 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ ।

तसर्थ यस पाठान्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	समानान्तरीय अनुक्रमको साधारण पदसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरूको हल	1	130 , 141
2.	समानान्तरय अनुक्रमको मध्यमा वा मध्यमाहरू	2	130 – 133 , 140
3.	समानान्तरय श्रेणीको पहिलो केही पदहरूको योगफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन र ती श्रेणीसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान	2	134 – 141
4.	गुणोत्तर अनुक्रमको साधारण पदसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरूको हल	1	143
5.	गुणोत्तर अनुक्रमको मध्यमा वा मध्यमाहरू	2	143 – 144 , 149
6.	गुणोत्तर श्रेणीको पहिलो केही पदहरूको योगफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन र ती श्रेणीसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान	2	145 – 148, 150
7.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	1	
	जम्मा	11	

पहिलो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) विभिन्न अनुक्रमहरू पहिचान गर्न र उदाहरणहरू प्रस्तुत गर्न
(ख) अङ्कगणितीय अनुक्रमको साधारण पदसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

हाजिरीजवाफ खेलाउनका लागि एउटा घडी र समय हेर्न जनाउ घन्टी तथा ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्ट

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई दुईओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) हाजिरीजवाफ खेलाउनका लागि आवश्यक नियमहरू विद्यार्थीलाई भन्नुहोस् ।
(ग) केही विद्यार्थीलाई उनीहरूको इच्छानुसार एउटा घडी हेरी जनाउ घन्टी बजाउन र समूहहरूमा सहजकर्ताको भूमिका निर्वाहका लागि सहयोगीहरू राख्नुहोस् ।
(घ) हाजिरीजवाफ खेल सुरु गर्नुहोस् जसमा तलका प्रश्नहरू सोध्न सकिने छ :

प्रश्नहरू

1. कस्ता अनुक्रममा क्रमिक पदहरूबिचको फरक मान अचर हुन्छ ?
2. अङ्कगणितीय अनुक्रममा साभा भिन्नताले के जनाउँछ ?
3. कुनै अङ्क गणितीय अनुक्रमको पहिलो पद 'a' , निरन्तर भिन्नता 'd' भए n औँ पद कति हुन्छ ?
4. तलको कुन परिस्थिति अङ्कगणितीय अनुक्रमको उदाहरण हो ?
(अ) जनसङ्ख्या वृद्धि (आ) वार्षिक चक्रीय व्याज
(इ) अन्तरिक्षमा दुरी मापन (ई) साधारण व्याज
5. यदि कुनै वस्तु समान गतिमा अगाडि बढ्छ भने उक्त वस्तुले पार गरेको जम्मा दुरी निकाल्न कुन श्रेणी उपयुक्त हुन्छ ?
6. कुन प्रारम्भिक पहिचानले अङ्क गणितीय अनुक्रमलाई समान अनुक्रमसँग छुट्याउँछ ?
7. अङ्क गणितीय अनुक्रममा कुनै दुई क्रमागत पदहरूबिचको फरक केले जनाइन्छ ?
8. अनुक्रम 1, 6, 11, 16, को 10 औँ पद कति हुन्छ ?
9. श्रेणी $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$ लाई योगफलको साधारण पद (Σ)सङ्केतमा कसरी लेखिन्छ ?
10. अनुक्रम 2, 6, 10, 14, को 10 औँ पद कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रत्येक समूहहरूलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीबिच छलफल गर्न लगाई प्रश्नहरू समाधान गर्न गराउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू:

1. अङ्कगणितीय अनुक्रमको पहिलो पद (a), अङ्कगणितीय भिन्नता (d) हुँदा साधारण पद (t_n) कति हुन्छ ?
2. अङ्कगणितीय अनुक्रमको पहिलो पद (a), अङ्कगणितीय भिन्नता (d) हुँदा उक्त अनुक्रमको साधारण रूप (General Form) के हुन्छ ?
3. कुनै एउटा अङ्कगणितीय अनुक्रमका 11 औँ र 25 औँ पदहरू क्रमशः 22 र 43 छन् ।
(अ) अनुक्रमका पहिलो पद र साभ्ना भिन्नता पत्ता लगाउनुहोस् ।
(आ) के 123 उक्त अनुक्रमको कुनै एउटा पद हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।
(इ) उक्त अङ्कगणितीय अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

1. साधारण पद $(t_n) = a + (n - 1)d$
2. साधारण रूप : $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$
3. (अ) यहाँ,

$$11 \text{ औँ पद } (t_{11}) = 22$$

$$25 \text{ औँ पद } (t_{25}) = 43$$

हामीलाई थाह छ,

$$(t_n) = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow t_{11} = a + (11 - 1)d$$

$$\Rightarrow 22 = a + 10d$$

$$\therefore a = 22 - 10d \dots\dots\dots(i)$$

फेरि,

$$(t_n) = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow t_{25} = a + (25 - 1)d$$

$$\Rightarrow 43 = a + 24d$$

$$\therefore a + 24d = 43 \dots\dots\dots(ii)$$

स (i) बाट a को मान स (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$a + 24d = 43$$

$$\Rightarrow (22 - 10d) + 24d = 43$$

$$\Rightarrow 22 - 10d + 24d = 43$$

$$\Rightarrow 14d = 43 - 22$$

$$\Rightarrow 14d = 21$$

$$\therefore \text{अङ्कगणितीय भिन्नता (d)} = \frac{3}{2}$$

अब,

$d = \frac{3}{2}$ को मान स (i) मा राख्दा,

$$a = 22 - 10d$$

$$a = 22 - 10 \times \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{पहिलो पद (a)} = 7$$

(आ) यहाँ,

$$n \text{ औँ पद } (t_n) = 123 \quad (\text{मानौँ})$$

$$\text{पहिलो पद (a)} = 7$$

$$\text{अङ्कगणितीय भिन्नता (d)} = \frac{3}{2}$$

हामीलाई थाह छ,

$$(t_n) = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow 123 = 7 + (n - 1) \times \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 116 = \frac{3(n - 1)}{2}$$

$$\Rightarrow 232 = 3(n - 1)$$

$$\Rightarrow 232 = 3n - 3$$

$$\Rightarrow 235 = 3n$$

$$\therefore n = \frac{235}{3}$$

\therefore दिइएको सङ्ख्या माथिको अनुक्रमको पद होइन ।

(इ) यहाँ,

$$\text{पहिलो पद } (t_1) = a = 7$$

$$\text{दोस्रो पद } (t_2) = a + d = 7 + \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = a + 2d = 7 + 2 \times \frac{3}{2} = 10$$

∴ प्रश्नअनुसारको अङ्कगणितीय अनुक्रम $7, \frac{17}{2}, 10, \dots$ हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

यदि माथिको अङ्कगणितीय अनुक्रममा d को ऋणात्मक हुने हो भने अनुक्रमको स्वरूप कस्तो हुन्छ ?

गृहकार्य

निम्नअनुसारका प्रश्नहरू गृहकार्यका रूपमा दिई उत्तर परीक्षण र पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

4. यदि $k+3, 2k$ र $4k-8$ अङ्कगणितीय अनुक्रमका क्रमागत पदहरू हुन् भने k को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. कुनै एउटा अङ्कगणितीय अनुक्रमका 5 औँ र 8 औँ पदहरू क्रमशः 19 र 31 छन् ।
 - (अ) अनुक्रमका पहिलो पद र साभ्ना भिन्नता पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (आ) 20 औँ पद पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (इ) उक्त अङ्कगणितीय अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. कुनै एउटा अङ्कगणितीय अनुक्रमका 10 औँ र 17 औँ पदहरू क्रमशः 39 र 67 छन् ।
 - (अ) अनुक्रमका पहिलो पद र साभ्ना भिन्नता पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (आ) के 120 उक्त अनुक्रमको कुनै एउटा पद हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (इ) उक्त अङ्कगणितीय अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. कुनै एउटा अङ्कगणितीय अनुक्रमका 3 औँ र 13 औँ पदहरू क्रमशः -40 र 0 छन् भने
 - (अ) अनुक्रमका पहिलो पद र साभ्ना भिन्नता पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (आ) के 6 उक्त अनुक्रमको कुनै एउटा पद हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (इ) उक्त अङ्कगणितीय अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।

दोस्रो र तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) विभिन्न अनुक्रमहरू पहिचान गर्न र उदाहरणहरू प्रस्तुत गर्न
(ख) अङ्कगणितीय अनुक्रमको मध्यमा वा मध्यमाहरू पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) अङ्कगणितीय अनुक्रमको मध्यमा वा मध्यमाहरू भएको एक एकओटा उदाहरणहरू लेख्न लगाउनुहोस् ।
(ग) अङ्कगणितीय अनुक्रमको कुनै एउटा वा एकभन्दा बढी मध्यमान पत्ता लगाउने विधिबारे केही उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

कुनै दुई सङ्ख्याहरूबिच एउटा मध्यमा निकाल्दा,

दुई सङ्ख्या 3 र 13 बिचको एउटा समानान्तर मध्यमा

यहाँ,

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = a + 2d$$

$$\Rightarrow 13 = 3 + 2d$$

$$\Rightarrow 10 = 2d$$

$$\therefore d = 5$$

अब,

$$\therefore a + d = 3 + 5 = 8$$

\therefore दिइएका दुई सङ्ख्याहरूबिचको मध्यमा 8 हुन्छ ।

कुनै दुई सङ्ख्याहरूबिच एकभन्दा बढी मध्यमाहरू निकाल्दा,

दुई सङ्ख्या 3 र 13 बिचमा पर्ने 4 समानान्तर मध्यमाहरू

यहाँ,

4 ओटा मध्यमाहरूसहित जम्मा पदहरूको सङ्ख्या 6 हुन्छ ।

$$\text{छैटौँ पद } (t_6) = a + 5d$$

$$\Rightarrow 13 = 3 + 5d$$

$$\Rightarrow 10 = 5d$$

$$\therefore d = 2$$

अब,

$$\therefore a + d = 3 + 2 = 5$$

$$\therefore a + 2d = 3 + 2 \times 2 = 7$$

$$\therefore a + 3d = 3 + 3 \times 2 = 9$$

$$\therefore a + 4d = 3 + 4 \times 2 = 11$$

\therefore दिइएका दुई सङ्ख्याहरूबिचको मध्यमाहरू 5, 7, 9 र 11 हुन्छन् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू प्रत्येक समूहहरूलाई बाँड्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीलाई एकआपसमा समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस समयमा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न:

1. दुई ओटा सङ्ख्याहरू क्रमशः 14 र 70 रहेका छन् भने
(अ) दिइएका सङ्ख्याहरूको समानान्तरय मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।
(आ) माथि दिइएका सङ्ख्याहरूका बिचमा पर्ने 6 ओटा समानान्तरय मध्यमाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
(इ) यदि 10 ओटा समानान्तरय मध्यमाहरू राख्नुपरेको खण्डमा समानान्तरय भिन्नता कति हुन्छ ?
(ई) समानान्तर मध्यमाहरू क्रमशः बढाउँदै जाँदा साभ्का भिन्नतामा कस्तो परिवर्तन देखा पर्दछ ?
(उ) कुनै पनि दुई सङ्ख्याहरूका बिचमा कतिओटा समानान्तरय मध्यमाहरू पाउन सकिन्छ ?

उत्तर:

- (अ) दुई सङ्ख्या 14 र 70 बिचको एउटा समानान्तरय मध्यमा
यहाँ,

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = a + 2d$$

$$\Rightarrow 70 = 14 + 2d$$

$$\Rightarrow 56 = 2d$$

$$\therefore d = 28$$

अब,

$$\therefore a + d = 14 + 28 = 42$$

\therefore दिइएका दुई सङ्ख्याहरूबिचको मध्यमा 42 हुन्छ ।

(आ) दुई सङ्ख्या 14 र 70 बिचमा पर्ने 6 समानान्तरय मध्यमाहरू

यहाँ,

6 ओटा मध्यमाहरूसहित जम्मा पदहरूको सङ्ख्या 8 हुन्छ ।

$$\text{आठौँ पद } (t_8) = a + 7d$$

$$\Rightarrow 70 = 14 + 7d$$

$$\Rightarrow 56 = 7d$$

$$\therefore d = 8$$

अब,

$$\therefore a + d = 14 + 8 = 22$$

$$\therefore a + 2d = 14 + 2 \times 8 = 30$$

$$\therefore a + 3d = 14 + 3 \times 8 = 38$$

$$\therefore a + 4d = 14 + 4 \times 8 = 46$$

$$\therefore a + 5d = 14 + 5 \times 8 = 54$$

$$\therefore a + 6d = 14 + 6 \times 8 = 62$$

\therefore दिइएका दुई सङ्ख्याहरूसहितको मध्यमाहरू 22, 30, 38, 46, 54 र 62 हुन्छन् ।

(इ) दुई सङ्ख्या 14 र 70 बिच पर्ने 10 समानान्तरय मध्यमाहरू राख्नुपरेमा,

यहाँ,

10 ओटा मध्यमाहरूसहित जम्मा पदहरूको सङ्ख्या 12 हुन्छ ।

$$\text{बाह्रौँ पद } (t_{12}) = a + 11d$$

$$\Rightarrow 70 = 14 + 11d$$

$$\Rightarrow 56 = 11d$$

$$\therefore d = \frac{56}{11}$$

(ई) समानान्तर मध्यमाहरू क्रमशः बढाउँदै जाँदा साभ्ना भिन्नताको मान लगातार घट्दै जाने गर्दछ ।

(उ) कुनै पनि दुई सङ्ख्याहरूका बिचमा जति ओटा पनि समानान्तर मध्यमाहरू पाउन वा राख्न सकिन्छ ।

क्रियाकलाप - 2

कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई समूहहरूमा तलका प्रश्नहरू छलफलसहित समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

2. दुई ओटा सङ्ख्याहरू क्रमशः -7 र 17 रहेका छन् ।

(अ) दिइएका सङ्ख्याहरूको समानान्तरय मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) माथि दिइएका सङ्ख्याहरूका बिचमा पर्ने 5 ओटा समानान्तर मध्यमाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) यदि 3 ओटा समानान्तर मध्यमाहरू राख्नुपरेका खण्डमा समानान्तर भिन्नता कति हुन्छ ?

3. दुई ओटा सङ्ख्याहरू क्रमशः 5 र 65 रहेका छन् भने,

(अ) दिइएका सङ्ख्याहरूको समानान्तर मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) माथि दिइएका सङ्ख्याहरूका बिचमा पर्ने 3 ओटा समानान्तर मध्यमाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) यदि 1 ओटा समानान्तर मध्यमा राख्नुपरेको खण्डमा समानान्तर भिन्नता कति हुन्छ ?

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

4. 12 र 33 को बिचमा n ओटा समानान्तर मध्यमाहरू रहेका छन् । यदि चौथो मध्यमा 24 भए n को मान र तेस्रो मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. 15 र 45 को बिचमा k ओटा समानान्तर मध्यमाहरू रहेका छन् । यदि तेस्रो मध्यमा 30 भए k को मान र दोस्रो मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ स. 140 को प्रश्न न. 1 देखि 4 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो र पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) समानान्तर श्रेणीको पहिलो केही पदहरूको योगफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन गर्न

(ख) समानान्तर श्रेणीसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू ।

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच केही समय समानान्तर श्रेणीका विषयमा छलफल गराउनुहोस् । यस क्रममा केही उदाहरणहरू पनि प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ग) कुनै पनि समानान्तर श्रेणीको पहिलो n पदहरूको योगफल कसरी निकाल्न सकिन्छ सोबारे छलफलसहित सूत्र प्रतिपादन गर्नुहोस् ।

यहाँ,

मानौं, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 एउटा समानान्तर अनुक्रम हो भने

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$ एउटा समानान्तर श्रेणी हो ।

यदि माथि उल्लेखित समानान्तर श्रेणीको योगफल निकाल्ने हो भने र उक्त मानलाई S_8 ले जनाएको अवस्थामा,

$S_8 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$ हुन्छ र यसलाई घट्टो योगफल क्रममा लेख्दा

$\Rightarrow S_8 = 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1$

दुवै अवस्था (बढ्दो र घट्टो) का योगफल स्वरूपहरूलाई जोड्दा,

$S_8 + S_8 = (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15) + (15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1)$

$\Rightarrow 2 S_8 = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16$

$\Rightarrow 2 S_8 = 8 \times 16$

$\therefore S_8 = 64$

सोही अनुरूपमा,

यदि $S_n = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \dots + (b - d) + b$ हुने हो भने

यसलाई घट्टो योगफल क्रममा लेख्दा,

$S_n = b + (b - d) + (b - 2d) + \dots + (a + 2d) + (a + d) + a$ हुन्छ ।

दुवै अवस्था (बढ्दो र घट्दो) का योगफल स्वरूपहरूलाई जोड्दा,

$$S_n + S_n = [a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \dots + (b - d) + b] + [b + (b - d) + (b - 2d) + \dots + (a + 2d) + (a + d) + a]$$

$$\Rightarrow 2 S_n = (a + b) + (a + b) + \dots + (a + b)$$

यहाँ n ओटा (a + b) पदहरू भएकाले

$$\Rightarrow 2 S_n = n (a + b)$$

$$\therefore S_n = \frac{n (a + b)}{2} \dots \dots \dots (i)$$

यदि समानान्तर श्रेणीको पहिलो पद a, अन्तिम पद b र n ओटा पदहरू भएको अवस्थामा सूत्र (i) प्रयोग हुँदछ ।

समीकरण (i) मा अन्तिम पद $b = a + (n - 1)d$ को मान प्रतिस्थापन गर्दा,

$$S_n = \frac{n \{ a + a + (n - 1)d \}}{2}$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n \{ 2a + (n - 1)d \}}{2}$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} \{ 2a + (n - 1)d \}$$

अवस्थाहरू	समानान्तर श्रेणीको योगफल निकाल्ने सूत्र
पहिलो पद (a), अन्तिम पद (b) र जम्मा पदहरूको सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा	$S_n = \frac{n(a+b)}{2}$
पहिलो पद (a), समानान्तर भिन्नता (d) र जम्मा पदहरूको सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा	$S_n = \frac{n}{2} \{ 2a + (n - 1)d \}$

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई एकआपसमा समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस समयमा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न:

1. कुनै एउटा समानान्तर श्रेणीको चौथो र अठारौँ पदहरू क्रमशः 39 र 67 रहेका छन् भने

(अ) दिइएको समानान्तर श्रेणीको पहिलो 10 ओटा पदहरूको योगफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) दिइएको समानान्तर श्रेणी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) दिइएको समानान्तर श्रेणीबाट पहिलो कतिओटा पदहरू लिइएको खण्डमा योगफल 528 हुन्छ ?

(ई) यदि समानान्तर भिन्नता - 2 हुने हो भने पहिलो 10 ओटा पदहरूको योगफल कति हुन्छ ?

उत्तर

(अ) यहाँ,

$$\text{चौथो पद } (t_4) = 39$$

$$\text{अठारौँ पद } (t_{18}) = 67$$

हामीलाई थाह छ,

$$t_4 = a + 3d$$

$$\Rightarrow 39 = a + 3d$$

$$\therefore a = 39 - 3d \dots\dots\dots (i)$$

फेरि,

$$t_{18} = a + 17d$$

$$\Rightarrow 67 = a + 17d$$

$$\therefore a + 17d = 67 \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) बाट a को मान समीकरण (ii) मा प्रतिस्थापन गर्दा,

$$\therefore a + 17d = 67$$

$$\Rightarrow 39 - 3d + 17d = 67$$

$$\Rightarrow 14d = 67 - 39$$

$$\Rightarrow 14d = 28$$

$$\therefore d = 2$$

d = 2 को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$\begin{aligned} \therefore a &= 39 - 3d \\ &= 39 - 3 \times 2 \\ &= 33 \end{aligned}$$

अब,

$$S_n = \frac{n}{2} \{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} \{ 2 \times 33 + (10 - 1) \times 2 \}$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5 \{ 66 + 18 \}$$

$$\therefore S_{10} = 420$$

(आ) यहाँ, $a = 33$ र $d = 2$ भएकाले

$$\therefore a = 33$$

$$\therefore a + d = 33 + 2 = 35$$

$$\therefore a + 2d = 33 + 2 \times 2 = 37$$

$$\therefore a + 3d = 33 + 3 \times 2 = 39$$

अतः समानान्तर श्रेणी $33 + 35 + 37 + \dots$ हो ।

(इ) यहाँ,

$$a = 33 \text{ र } d = 2$$

$$S_n = 528 \text{ (मानौं)}$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} \{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$\Rightarrow 528 = \frac{n}{2} \{ 2 \times 33 + (n - 1) \times 2 \}$$

$$\Rightarrow 1056 = n \{ 66 + 2n - 2 \}$$

$$\Rightarrow 1056 = n \{ 64 + 2n \}$$

$$\Rightarrow 1056 = 64n + 2n^2$$

$$\Rightarrow 2n^2 + 64n - 1056 = 0$$

$$\Rightarrow 2(n^2 + 32n - 528) = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 32n - 528 = 0$$

$$\Rightarrow (n + 44)(n - 12) = 0$$

वा,

$$n + 44 = 0$$

$$\therefore n = -44 \text{ (असम्भव)}$$

अथवा,

$$n - 12 = 0$$

$$\therefore n = 12$$

\therefore दिइएको समानान्तर श्रेणी पहिलो 12 ओटा पदहरू लिइएको खण्डमा योगफल 528 हुन्छ ।

(ई) यहाँ,

$$a = 33 \text{ र } d = -2$$

$$\begin{aligned} \therefore S_n &= \frac{n}{2} \{ 2a + (n - 1)d \} \\ \Rightarrow S_{10} &= \frac{10}{2} \{ 2 \times 33 + (10 - 1) \times (-2) \} \\ \Rightarrow S_{10} &= 5 \{ 66 - 18 \} \\ \therefore S_{10} &= 240 \end{aligned}$$

क्रियाकलाप - 2

कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई समूहहरूमा तलका प्रश्नहरू छलफलसहित समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

- कुनै एउटा समानान्तर श्रेणीको पहिलो पद - 24 र समानान्तर भिन्नता 3 रहेका छन् भने
 - दिइएको समानान्तर श्रेणीको पहिलो 8 ओटा पदहरूको योगफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - दिइएको समानान्तर श्रेणी पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - दिइएको समानान्तर श्रेणीबाट पहिलो कतिओटा पदहरू लिइएको खण्डमा योगफल - 105 हुन्छ ?
 - यदि समानान्तर भिन्नता - 2 हुने हो भने पहिलो 15 ओटा पदहरूको योगफल कति हुन्छ ?
- एउटा समानान्तर श्रेणीको पहिलो पद - 12 र अन्तिम पद 73 र जम्मा पदहरूको योगफल 549 भए,
 - दिइएको समानान्तर श्रेणी सिमित वा असिमित के हो ?
 - दिइएको समानान्तर श्रेणीको समान अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - दिइएको समानान्तर श्रेणीमा जम्मा कतिओटा पदहरू रहेका छन् पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - दिइएको समानान्तर श्रेणीको 7 औं पद पत्ता लगाउनुहोस् ।
- उमेशको हालको मासिक तलब रु. 35,000 छ । प्रत्येक वर्ष उसको ग्रेड रकम रु. 1500 मासिक तलबमा थपिँदै जान्छ ।
 - यदि यहि दरले बढ्दै जाने हो भने 5 वर्षपछि उसको जम्मा आमदानी कति हुन्छ ?
 - कति औं वर्षपछि उसको वार्षिक आमदानी रु. 38,64,000 पुग्नेछ ?
 - 5 वर्षपछि उसको उसको जम्मा आमदानी रु. 50,00,000 पुऱ्याउन कति रकम अपुग हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

निम्नलिखित प्रश्न गर्न लगाई मूल्याङ्कन गर्नुहोस्

- कुनै एउटा समानान्तर श्रेणीको 10 औं र 17 औं पदहरू क्रमशः 39 र 67 रहेका छन् ।
 - दिइएको समानान्तर श्रेणीको पहिलो पद र समान अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - दिइएको समानान्तर श्रेणी पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (इ) दिइएको समानान्तर श्रेणीको पहिलो 26 ओटा पदहरूको योगफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. सौर्याले नेपाल वाणिज्य बैङ्कमा गएर एउटा नयाँ व्यक्तिगत खाता चल्ती खाताअन्तर्गत खोलिन् र आफूसँग भएको रु. 1,50,000 वार्षिक 7.5 % प्रति वर्ष साधारण ब्याजका दरमा जम्मा गरिन् ।
- (अ) सौर्याले 5 वर्षको अन्त्यमा कति मिश्रधन प्राप्त गर्ने छिन् ?
- (अ) कति वर्षको अन्त्यमा सौर्याले मिश्रधनबापत रु. 2,40,000 प्राप्त गर्ने छिन् ?

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 141 को प्रश्न न. 5 देखि 11 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

छैटौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) विभिन्न अनुक्रमहरू पहिचान गर्न र उदाहरणहरू प्रस्तुत गर्न सक्नेछन् ।
- (ख) गुणोत्तर अनुक्रमको साधारण पदसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न सक्नेछन् ।

शैक्षणिक सामग्री

घडी र समय हेर्न जनाउ घन्टी तथा ससाना प्रश्नहरू लेखिएका भलक पत्तीहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई दुईओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) हाजिरीजवाफ खेलाउनका लागि आवश्यक नियम विद्यार्थीलाई बताउनुहोस् ।
- (ग) केही विद्यार्थीलाई उनीहरूको इच्छाअनुसार एउटा घडी हेरि जनाउ घन्टी बजाउन र समूहहरूमा सहजकर्ताको भूमिका निभाउनका लागि सहयोगीहरू राख्नुहोस् ।
- (घ) हाजिरीजवाफ खेल सुरु गर्नुहोस् जसमा तलका प्रश्नहरू सोध्न सकिने छ :

प्रश्नहरू:

1. कस्ता अनुक्रममा क्रमिक पदहरूबिचको फरक मान अचर हुन्छ ?
2. गुणोत्तर अनुक्रममा समान भिन्नताले के जनाउँछ ?
3. कुनै गुणोत्तर अनुक्रमको पहिलो पद 'a', समान अनुपात 'r' भए n औँ पद कति हुन्छ ?
4. गुणोत्तर अनुक्रम 3, 9, 27, 81, मा समान अनुपात कति हुन्छ ?

(अ) 2 (आ) 3 (इ) 4 (ई) 5
5. यदि कुनै सहरको जनसङ्ख्या हरेक वर्ष पछिल्लो वर्षभन्दा दोब्बर हुन्छ भने यो कुन श्रेणीअन्तर्गत

पर्दछ ?

6. कुन प्रारम्भिक पहिचानले गुणोत्तर अनुक्रमलाई समानान्तर अनुक्रमसँग छुट्याउँछ ?
7. समानान्तर अनुक्रममा कुनै दुई क्रमागत पदहरूबिचको अनुपातलाई केले जनाइन्छ ?
8. अनुक्रम 1, 2, 4, 8, को 10 औं पद कति हुन्छ ?
9. श्रेणी $1 + 5 + 25 + 125 + \dots$ लाई साधारण पद सिग्मा सङ्केतमा लेख्दा कति हुन्छ ?
10. अनुक्रम 2, 6, 18, को 10 औं पद कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहहरूलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीबिच छलफल गर्न लगाई प्रश्नहरू समाधान गर्न गराउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. गुणोत्तर अनुक्रमको पहिलो पद (a), समान अनुपात (r) हुँदा साधारण पद (t_n) कति हुन्छ ?
2. गुणोत्तर अनुक्रमको पहिलो पद (a), समान अनुपात (r) हुँदा उक्त अनुक्रमको साधारण रूप (General Form) के हुन्छ ?
3. कुनै एउटा गुणोत्तर अनुक्रमका 4 औं र 7 औं पदहरू क्रमशः 81 र 2187 छन् ।
 - (अ) अनुक्रमका पहिलो पद र साभ्ना भिन्नता पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (आ) के 243 उक्त अनुक्रमको कुनै एउटा पद हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 - (इ) उक्त गुणोत्तर अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

1. साधारण पद $(t_n) = a r^{n-1}$
2. साधारण रूप : $a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots$
3. (अ) यहाँ,
 - 4 औं पद $(t_4) = 81$
 - 7 औं पद $(t_7) = 2187$हामीलाई थाह छ,
 $(t_n) = a r^{n-1}$

$$\Rightarrow t_4 = ar^{4-1}$$

$$\therefore 81 = ar^3 \dots\dots\dots(i)$$

फेरि,

$$(t_n) = ar^{n-1}$$

$$\Rightarrow t_7 = ar^{7-1}$$

$$\therefore 2187 = ar^6 \dots\dots\dots(ii)$$

स (ii) लाई समीकरण (i) ले भाग गर्दा,

$$\therefore \frac{2187}{81} = \frac{ar^6}{ar^3}$$

$$\Rightarrow 27 = r^3$$

$$\Rightarrow 3^3 = r^3$$

$$\Rightarrow 3 = r$$

$$\therefore \text{समान अनुपात (r) = 3}$$

अब,

r = 3 को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$\therefore 81 = ar^3$$

$$\Rightarrow 81 = a(3)^3$$

$$\Rightarrow 81 = 27a$$

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore \text{पहिलो पद (a) = 3}$$

(आ) यहाँ,

$$n \text{ औं पद } (t_n) = 243 \quad (\text{मानौं})$$

$$\text{पहिलो पद (a) = 3}$$

$$\text{समान अनुपात (r) = 3}$$

हामीलाई थाह छ,

$$(t_n) = ar^{n-1}$$

$$\Rightarrow 243 = 3 \times (3)^{n-1}$$

$$\Rightarrow 81 = (3)^{n-1}$$

$$\Rightarrow (3)^4 = (3)^{n-1}$$

$$\Rightarrow 4 = n - 1$$

$$\therefore n = 5$$

\therefore दिइएको सङ्ख्या 243 माथिको अनुक्रमको पद हो ।

(इ) यहाँ,

$$\text{पहिलो पद } (t_1) = a = 3$$

$$\text{दोस्रो पद } (t_2) = ar = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = ar^2 = 3 \times 3^2 = 27$$

\therefore प्रश्नअनुसारको गुणोत्तर अनुक्रम 3, 9, 27, हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

(क) यदि माथिको गुणोत्तर अनुक्रममा r को मान समान रूपमा घट्ने हो भने अनुक्रमको स्वरूप कस्तो हुन्छ ?

(ख) अङ्कगणितीय र गुणोत्तर अनुक्रमका Tersia Puzzle बनाइ समूहगत प्रतियोगिता गराई मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

4. कुनै एउटा गुणोत्तर अनुक्रमका 6 औँ र 10 औँ पदहरू क्रमशः 64 र 1024 छन् ।

(अ) अनुक्रमका पहिलो पद र समान अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) 20 औँ पद पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) उक्त गुणोत्तर अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।

6. कुनै एउटा गुणोत्तर अनुक्रमका 2 औँ र 5 औँ पदहरू क्रमशः 6 र 162 छन् ।

(अ) अनुक्रमको पहिलो पद र समान अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) के 125 उक्त अनुक्रमको कुनै एउटा पद हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) उक्त गुणोत्तर अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।

7. कुनै एउटा गुणोत्तर अनुक्रमका 3 औँ र 6 औँ पदहरू 1 : 8 को अनुपातमा रहेका छन् । यदि 8 औँ पद 512 भए

(अ) अनुक्रमको पहिलो पद र समान अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) के 12 उक्त अनुक्रमको कुनै एउटा पद हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) उक्त गुणोत्तर अनुक्रम पत्ता लगाउनुहोस् ।

सातौं र आठौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) विभिन्न अनुक्रमहरू पहिचान गर्न र उदाहरणहरू प्रस्तुत गर्न

(ख) गुणोत्तर अनुक्रमको मध्यमा वा मध्यमाहरू पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्ट

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) गुणोत्तर अनुक्रमको मध्यमा वा मध्यमाहरू भएको एक एकओटा उदाहरण लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ग) गुणोत्तर अनुक्रमको कुनै एउटा वा एकभन्दा बढी मध्यमान पत्ता लगाउने विधिबारे केही उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

कुनै दुई सङ्ख्याहरूबिच एउटा मध्यमा निकाल्दा,

दुई सङ्ख्या 3 र 12 बिचको एउटा गुणोत्तर मध्यमा

यहाँ,

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = a r^2$$

$$\Rightarrow 12 = 3 \times r^2$$

$$\Rightarrow 4 = r^2$$

$$\therefore r = 2$$

अब,

$$\therefore a r = 3 \times 2 = 6$$

\therefore दिइएका दुई सङ्ख्याहरूबिचको गुणोत्तर मध्यमा 6 हुन्छ ।

कुनै दुई सङ्ख्याहरूबिच एकभन्दा बढी मध्यमाहरू निकाल्दा,

दुई सङ्ख्या 3 र 48 बिचमा पर्ने 3 गुणोत्तर मध्यमाहरू

यहाँ,

3 ओटा मध्यमाहरूसहित जम्मा पदहरूको सङ्ख्या 5 हुन्छ ।

$$\text{पाँचौं पद } (t_5) = a r^4$$

$$\Rightarrow 48 = 3 \times r^4$$

$$\Rightarrow 16 = r^4$$

$$\therefore r = 2$$

अब,

$$\therefore ar = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore ar^2 = 3 \times 2^2 = 12$$

$$\therefore ar^3 = 3 \times 2^3 = 24$$

\therefore दिइएका दुई सङ्ख्याहरूबिचको मध्यमाहरू क्रमशः 6, 12 र 24 हुन्छन् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपर प्रत्येक समूहलाई बाँढ्नुहोस् ।
(ग) विद्यार्थीलाई एकआपसमा समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस समयमा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. दुईओटा सङ्ख्याहरू क्रमशः 4 र $1/8$ रहेका छन् ।
(अ) दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणोत्तर मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।
(आ) माथि दिइएका सङ्ख्याहरूका बिचमा पर्ने 4 ओटा गुणोत्तर मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।
(इ) यदि 6 ओटा गुणोत्तर मध्यमाहरू राख्नुपरेको खण्डमा समान अनुपात कति हुन्छ ?
(ई) गुणोत्तर मध्यमाहरू क्रमशः बढाउँदै जाँदा समान अनुपातमा कस्तो परिवर्तन देखा पर्दछ ?
(उ) कुनै पनि दुई सङ्ख्याहरूका बिचमा कतिओटा गुणोत्तर मध्यमाहरू पाउन सकिन्छ ?

उत्तर

- (अ) दुई सङ्ख्या 4 र $1/8$ बिचको एउटा गुणोत्तर मध्यमा

यहाँ,

$$\text{तेस्रो पद } (t_3) = ar^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} = 4 \times r^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{32} = r^2$$

$$\therefore r = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

अब,

$$\therefore ar = 4 \times \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

∴ दिइएका दुई सङ्ख्याहरूबिचको गुणोत्तर मध्यमा $\frac{1}{\sqrt{2}}$ हुन्छ ।

(आ) दुई सङ्ख्या 4 र $1/8$ बिचमा पर्ने 4 समानान्तर मध्यमाहरू यहाँ,

4 ओटा मध्यमाहरूसहित जम्मा पदहरूको सङ्ख्या 6 हुन्छ ।

$$\text{छैटौँ पद } (t_6) = a r^5$$

$$\Rightarrow 1/8 = 4 \times r^5$$

$$\Rightarrow 1/32 = r^5$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}$$

अब,

$$\therefore a r = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\therefore a r^2 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$\therefore a r^3 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a r^4 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4}$$

∴ दिइएका दुई सङ्ख्याहरूबिचको मध्यमाहरू क्रमशः 2, 1, $\frac{1}{2}$ र $\frac{1}{4}$ हुन्छन् ।

(इ) दुई सङ्ख्या 4 र $1/8$ बिच पर्ने 6 गुणोत्तर मध्यमाहरू राख्नुपरेमा, यहाँ,

6 ओटा मध्यमाहरूसहित जम्मा पदहरूको सङ्ख्या 8 हुन्छ ।

$$\text{आठौँ पद } (t_8) = a r^7$$

$$\Rightarrow 1/8 = 4 \times r^7$$

$$\Rightarrow 1/32 = r^7$$

$$\therefore r = \sqrt[7]{\frac{1}{32}}$$

(ई) गुणोत्तर मध्यमाहरू क्रमशः बढाउँदै जाँदा समान अनुपातको मान समान रूपमा घट्दै जाने गर्दछ ।

(उ) कुनै पनि दुई सङ्ख्याहरूका बिचमा जतिओटा पनि गुणोत्तर मध्यमाहरू पाउन वा राख्न सकिन्छ ।

क्रियाकलाप - 3

कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई समूहमा तलका प्रश्नहरू छलफलसहित समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

2. दुईओटा सङ्ख्या क्रमशः $1/2$ र 32 रहेका छन् :

(अ) दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणोत्तर मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) माथि दिइएका सङ्ख्याहरूका बिचमा पर्ने 5 ओटा गुणोत्तर मध्यमाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) यदि 3 ओटा गुणोत्तर मध्यमाहरू राख्नुपरेको खण्डमा समान अनुपात कति हुन्छ ?

3. दुईओटा सङ्ख्याहरू क्रमशः 35 र 2240 रहेका छन् ।

(अ) दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणोत्तर मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) माथि दिइएका सङ्ख्याहरूका बिचमा पर्ने 5 ओटा गुणोत्तर मध्यमाहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) यदि 8 ओटा गुणोत्तर मध्यमाहरू राख्नुपरेको खण्डमा समान अनुपात कति हुन्छ ?

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

4. 5 र 80 को बिचमा n ओटा गुणोत्तर मध्यमा रहेका छन् । यदि दोस्रो मध्यमा 20 भए n को मान र तेस्रो मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. 4 र 128 को बिचमा k ओटा गुणोत्तर मध्यमा रहेका छन् । यदि पहिलो र अन्तिम मध्यमाहरूको अनुपात $1 : 8$ भए k को मान र चौथो मध्यमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

6. यदि 6, x , y , 162 कुनै एउटा गुणोत्तर श्रेणी भए x र y को मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 149 को प्रश्न न. 1 देखि 4 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

नवौं र दसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) गुणोत्तर श्रेणीको पहिलो केही पदहरूको योगफल निकाल्ने सूत्र प्रतिपादन गर्न सक्ने छन् ।
(ख) गुणोत्तर श्रेणीसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्न सक्नेछन् ।

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) विद्यार्थीबिच केही समय गुणोत्तर श्रेणीका विषयमा छलफल गराउनुहोस् । यस क्रममा केही उदाहरणहरू पनि प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
(ग) कुनै पनि गुणोत्तर श्रेणीको पहिलो n पदहरूको योगफल कसरी निकाल्न सकिन्छ सोबारे छलफलसहित सूत्र प्रतिपादन गर्नुहोस् ।

यहाँ,

$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, ar^5, \dots, ar^{n-1}$ एउटा गुणोत्तर अनुक्रम हो जसमा a ले उक्त अनुक्रमको पहिलो पद र r ले समान अनुपात बुझाउँछ । त्यसै गरी

$a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 + \dots + ar^{n-1}$ एउटा गुणोत्तर श्रेणी हो ।

माथि उल्लिखित गुणोत्तर श्रेणीको योगफल निकाल्ने हो भने र उक्त मानलाई S_n ले जनाएको अवस्थामा,

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 + \dots + ar^{n-1} \dots \dots \dots (i) \text{ हुन्छ र}$$

यसलाई r ले गुणन गर्दा,

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5 + \dots + ar^n \dots \dots \dots (ii) \text{ हुन्छ ।}$$

स (ii) लाई स (i) बाट घटाउँदा,

$$\therefore (1-r)S_n = a - ar^n$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{a - ar^n}{1-r}$$

$$\therefore S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

यदि उक्त श्रेणीको अन्तिम पद b भए $b = ar^{n-1}$ हुन्छ ।

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{ar^n - a}{r - 1}$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{r(ar^{n-1}) - a}{r - 1}$$

$$\therefore S_n = \frac{br - a}{r - 1}$$

अवस्थाहरू	गुणोत्तर श्रेणीको योगफल निकाल्ने सूत्र
पहिलो पद (a), समान अनुपात (r) र जम्मा पदहरूको सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा	$\therefore S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ olb } r < 1$ $\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ olb } r > 1$
पहिलो पद (a), अन्तिम पद (b) र जम्मा पदहरूको सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा	$\therefore S_n = \frac{br - a}{r - 1}$

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई एकआपसमा समूहमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् र यस समयमा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. एउटा गुणोत्तर श्रेणी $3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 768$ छ ।

(अ) दिइएको गुणोत्तर श्रेणीको योगफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) के 192 दिइएको गुणोत्तर श्रेणीको पद हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

(अ) यहाँ,

$$\text{पहिलो पद (a) = 3}$$

$$\text{समान अनुपात (r) = 6/3 = 2}$$

$$\text{अन्तिम पद (t}_n\text{) = 768 = b}$$

हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned}\therefore S_n &= \frac{br - a}{r - 1} \\ &= \frac{768 \times 2 - 3}{2 - 1} \\ &= 1533\end{aligned}$$

\therefore दिइएको गुणोत्तर श्रेणीका पदहरूको योगफल 1533 हुन्छ ।

(आ) यहाँ,

पहिलो पद (a) = 3

समान अनुपात (r) = 6/3 = 2

k औँ पद (t_k) = 192 (मानौँ)

हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned}k \text{ औँ पद } (t_k) &= ar^{k-1} \\ \Rightarrow 192 &= 3 \times (2)^{k-1} \\ \Rightarrow 64 &= (2)^{k-1} \\ \Rightarrow (2)^6 &= (2)^{k-1} \\ \therefore 6 &= k - 1 \\ \therefore k &= 7\end{aligned}$$

\therefore 192 दिइएको गुणोत्तर श्रेणीको 7औँ पद रहेछ ।

2. कुनै एउटा गुणोत्तर श्रेणीका पहिलो 3 र पहिलो 6 ओटा पदहरूको योगफलहरू क्रमशः 14 र 126 छन् ।

(अ) दिइएको गुणोत्तर श्रेणीको पहिलो पद र समान अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) दिइएको गुणोत्तर श्रेणी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) दिइएको गुणोत्तर श्रेणीको पहिलो 10 ओटा पदहरूको योगफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर,

(अ) यहाँ,

पहिलो तीनओटा पदहरूको योगफल (S_3) = 14

पहिलो छओटा पदहरूको योगफल (S_6) = 126

हामीलाई थाह छ,

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$\Rightarrow S_3 = \frac{a(1 - r^3)}{1 - r}$$

$$\therefore 14 = \frac{a(1 - r^3)}{1 - r} \dots\dots\dots(i)$$

फेरि,

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$\Rightarrow S_6 = \frac{a(1 - r^6)}{1 - r}$$

$$\therefore 126 = \frac{a(1 - r^6)}{1 - r} \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (ii) लाई समीकरण (i) ले भाग गर्दा,

$$\frac{126}{14} = \frac{\frac{a(1 - r^6)}{1 - r}}{\frac{a(1 - r^3)}{1 - r}}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{1 - r^6}{1 - r^3}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{(1)^2 - (r^3)^2}{1 - r^3}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{(1 - r^3)(1 + r^3)}{1 - r^3}$$

$$\Rightarrow 9 = 1 + r^3$$

$$\Rightarrow 8 = r^3$$

$$\therefore r = 2$$

अब, $r = 2$ को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$\therefore 14 = \frac{a(1 - r^3)}{1 - r}$$

$$\Rightarrow 14 = \frac{a(1 - 2^3)}{1 - 2}$$

$$\Rightarrow 14 = \frac{-7a}{-1}$$

$$\therefore a = 7$$

(आ) यहाँ,

पहिलो पद (a) = 7

समान अनुपात (r) = 2

$$\therefore a = 7$$

$$\therefore ar = 7 \times 2 = 14$$

$$\therefore ar^2 = 7 \times 2^2 = 28$$

\therefore दिइएको गुणोत्तर श्रेणी $7 + 14 + 28 + \dots$ रहेछ ।

(इ) यहाँ,

पहिलो पद (a) = 7

समान अनुपात (r) = 2

हामीलाई थाह छ,

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{10} = \frac{7(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$\therefore S_{10} = 7161$$

क्रियाकलाप - 2

कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई समूहमा तलका प्रश्नहरू छलफलसहित समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

3. एउटा गुणोत्तर श्रेणीको चौथो र सातौँ पदहरू क्रमशः 24 र 192 भए,

(अ) दिइएको गुणोत्तर श्रेणीको पहिलो पद र समान अनुपात पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) दिइएको गुणोत्तर श्रेणीको पहिलो 10 ओटा पदको योगफल निकाल्नुहोस् ।

(इ) के 202 यस गुणोत्तर श्रेणीको कुनै पद हुन सक्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. महेशले ईश्वरीसँग ओटा किस्ताबन्दीमा तिर्ने गरी रु. 19,682 सापटी लिए । प्रत्येक किस्ताबन्दीमा

अगिल्लोभन्दा पछिल्लो किस्ताबन्दी तीनगुणा बढीका दरले तिर्दै जान्छन् भने पहिलो किस्ताबन्दी रकम

र अन्तिम किस्ता रकमबिचको फरक रकम कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

निम्नअनुसारका प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन र पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

1. कुनै दुई धनात्मक सङ्ख्याहरूको अङ्कगणितीय मध्यक 5 र गुणोत्तर मध्यक 3 भए उक्त सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

2. कुनै गुणोत्तर श्रेणीका तीनओटा क्रमागत सङ्ख्याहरूको गुणनफल 64 छ । यदि पहिलो र तेस्रो सङ्ख्यामा 1 र दोस्रो सङ्ख्यामा 2 जोड्ने हो भने नयाँ सङ्ख्याहरू अङ्कगणितीय क्रमागत सङ्ख्याहरू बन्ने छन् । उक्त सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 150 को प्रश्न न. 5 देखि 9 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

दसौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) अनुक्रम र श्रेणीसँग सम्बन्धित व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य गर्न सक्ने छन् ।

शैक्षणिक सामग्री

व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्यको विवरण भएको कागज

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई तलको क्रियाकलाप लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गराई उक्त व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्यमा अगि बढ्न लगाउनुहोस् ।

शिक्षकको सहभागितामा साथीहरूको दुई समूह दुई समूहहरू A र B बनाउनुहोस् र गणितीय समस्या समाधान गर्ने अभ्यासमा सरिक हुन 1 हप्ताको योजना बनाउनुहोस् । तपाईंका शिक्षकले समूह A का लागि प्रत्येक दिन दोब्बरको सङ्ख्यामा थप्दै अभ्यासका लागि समस्या दिनुहुन्छ भने समूह B का लागि प्रत्येक दिन तेब्बरको सङ्ख्यामा थप्दै अभ्यासका लागि समस्या दिनुहुन्छ । समूह A का लागि पहिलो दिन जम्मा 3 ओटा सङ्ख्यामा मात्र समस्या दिनुभयो र समूहका B का लागि पहिलो दिन जम्मा 1 ओटा सङ्ख्यामा मात्र समस्या दिनुभयो । एक हप्तापछि कुन समूहले जम्मा कति कतिओटा समस्या समाधान गरेछन् पत्ता लगाउनुहोस् र छलफल गर्नुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ 7 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)

परिचय

डिग्री 2 भएको एक चलयुक्त समीकरणलाई वर्ग समीकरण भनिन्छ। वर्ग समीकरणको स्वरूप $ax^2 + bx + c = 0$ हुन्छ, जहाँ $a \neq 0$ हुनुपर्छ। वर्ग समीकरणको हल भनेको चलका दुईओटा मानहरू पत्ता लगाउने कार्य हो। वर्ग समीकरणका यस्ता दुईओटा मानहरूलाई वर्ग समीकरणका मूलहरू (Roots of the quadratic equation) भनिन्छ। वर्ग समीकरणसम्बन्धी जानकारी र खण्डीकरण विधिबाट हल गर्ने कार्य कक्षा 8 मा नै गरिसकिएको छ।

यस एकाइमा वर्ग समीकरणसँग सम्बन्धित बीजगणितीय समस्याहरू हल गर्न खण्डीकरण विधि, वर्ग पूरा गरेर र सूत्र प्रयोग गरेर समस्याको समाधान गर्नुका साथै वर्ग समीकरणसम्बन्धी शाब्दिक समस्यालाई गणितीय भाषामा व्यक्त गर्ने, गणितीय तवरले सोच्ने र तर्क गर्ने क्षमताको विकास गर्न खोजिएको छ। यस पाठलाई शिक्षण सहजीकरण गर्न छलफल विधि, प्रश्नोत्तर विधि, सहयोगात्मक शिक्षण विधि, समस्यामा आधारित सिकाइ विधिको प्रयोग र अभ्यास गर्ने कार्यमा जोड दिइएको छ।

पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठमा देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् :

(क) वर्ग समीकरणसम्बन्धी बीजगणितीय समस्याहरू हल गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 9 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ।

तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यवस्तुको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	वर्ग समीकरणको परिचय, स्वरूप र खण्डीकरण विधि बाट वर्ग समीकरणको हल	2	152,153,154,160
2.	वर्ग पूरा गरेर वर्ग समीकरणको हल	1	155,156,157,160
3.	सूत्र प्रयोग गरेर वर्ग समीकरणको हल	1	185,159,160
4.	वर्ग समीकरणसम्बन्धी प्राविधिक समस्यालाई गणितीय वाक्यमा रूपान्तरण र शाब्दिक समस्याको हल	3	162 – 172
5.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	172
	जम्मा		

पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनपुने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

→ खण्डीकरण गर्ने सिपको पूर्वज्ञान

→ रेखा समीकरणसम्बन्धी पूर्वज्ञान

→ शून्य गुणनखण्ड गुणनका लागि प्रत्येक रेखा गुणनखण्डहरूलाई समाधान गर्ने पूर्वज्ञान

$a \times b = 0$ भए, $a = 0$ अथवा $b = 0$ हुनुपर्छ।

→ सङ्ख्याको स्वरूपसम्बन्धी पूर्व जानकारी जस्तै :

- क्रमागत वा अनुवर्ती प्राकृतिक सङ्ख्याहरू
- क्रमागत जोर र विजोर सङ्ख्याहरू
- प्राकृतिक सङ्ख्या र त्यसको व्युत्क्रम

→ दुई अङ्कले बनेका सङ्ख्यासम्बन्धी जानकारी दिनुपर्छ।

→ परिमिति र क्षेत्रफलसम्बन्धी जानकारी दिनुपर्छ।

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

(सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू)

$$x^2 - a^2 = 0 \text{ हुँदा}$$

$$\Rightarrow x^2 = a^2$$

$$\Rightarrow x = a \text{ गर्ने गल्तीहरू}$$

$$x^2 - 3x = 0 \text{ हुँदा}$$

$$\Rightarrow x^2 = 3x$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ गर्ने गल्तीहरू}$$

- शाब्दिक समस्याहरूलाई समीकरणको रूपमा व्यक्त गर्ने गल्तीहरू
- क्षेत्रफल, लम्बाइ, चौडाइ र उमेरमा ऋणात्मक मान राख्ने गल्तीहरू

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) वर्ग समीकरणको परिचय र स्वरूप पहिचान गर्न
- (ख) गुणनखण्ड विधिबाट वर्ग समीकरणको हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्ट पेपर, फ्याक्स कार्डहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) सङ्ख्याका आधारमा विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई फ्यास कार्डमा लेखिएका प्रश्न बाँड्नुहोस् ।
एउटा विद्यालयको आयतकार अफिस कोठामा कार्पेट विछ्याउँदा 80m^2 कार्पेट लाग्यो ।
यदि सो कोठाको लम्बाई चौडाइभन्दा 2 मिटरले बढी छ भने, तलका प्रश्नहरू आआफ्नो समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।
(अ) यदि आयतकार कोठाको चौडाइ x मिटर भए लम्बाइ कति हुन्छ ?
(आ) आयतकार कोठाको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र के हुन्छ ?
(इ) उक्त सम्बन्धलाई गणितीय वाक्यमा उल्लेख गर्दा वर्ग समीकरण बन्छ होला, उल्लेख गर्नुहोस् ।
- (ग) दिइएका प्रश्नहरू आआफ्नो समूहमा छलफल गराई विद्यार्थीबाट आएको प्रतिक्रियाहरूलाई क्रमैसँग सहजीकरण गर्दै समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

यहाँ, कोठाको चौडाइ $(b) = x$ हुँदा

$$\text{लम्बाइ } (l) = x + 2 \text{ हुन्छ ।}$$

आयतकार कोठाको क्षेत्रफल = लम्बाइ \times चौडाइ

$$= x(x + 2)$$

प्रश्नअनुसार यसलाई गणितीय वाक्यमा उल्लेख गर्दा

$$\Rightarrow x(x + 2) = 80$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 80$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 80 = 0$$

यहाँ, चलराशिको सबभन्दा ठुलो घाताङ्क अर्थात् डिग्री 2 भएकाले यो वर्ग समीकरण हो ।

$$\Rightarrow x^2 + 10x - 8x - 80 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 10) - 8(x + 10) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 10)(x - 8) = 0$$

अथवा

$$x + 10 = 0$$

$$x = -10 \text{ (असम्भव हुने)}$$

वा

$$x - 8 = 0$$

$$x = 8$$

अब कोठाको चौडाइ (b) = x मिटर

$$= 8 \text{ मिटर}$$

कोणको लम्बाइ (l) = (x + 2) मिटर

$$= 8 + 2$$

$$= 10 \text{ मिटर हुन्छ।}$$

(घ) अन्त्यमा विद्यार्थीलाई कापीमा निष्कर्ष टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष

- $ax^2 + bx + c = 0$ को स्वरूपमा भएको र डिग्री 2 भएको एक चलयुक्त समीकरणलाई वर्ग समीकरण भनिन्छ जहाँ, $a \neq 0$ हुन्छ, जस्तै : $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 16 = 0$ आदि ।
- यदि $2x^2 + 80 = 0$ जस्ता वर्ग समीकरणलाई शुद्ध वर्ग समीकरण (Pure Quadratic Equation) भनिन्छ ।
- $x^2 - 5x + 6 = 0$ जस्ता वर्ग समीकरणलाई मिश्रित वर्ग समीकरण (Adfected Quadratic Equation) भनिन्छ ।
- अतः $ax^2 + c = 0$ रूपका वर्ग समीकरण शुद्ध वर्ग समीकरण हो भने $ax^2 + bx + c = 0$ जस्ता समीकरणलाई सामान्य रूप वर्ग समीकरण भनिन्छ ।

क्रियाकलाप - 2

(क) त्यही समूहमा रहेका विद्यार्थीलाई चार्ट पेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।

i) $8x^2 - 32 = 0$

ii) $x^2 + 6x + 8 = 0$

(ख) यी प्रश्नहरू दिइसकेपछि विद्यार्थीलाई आआफ्नो समूहमा छलफल गराई फेरि निम्न प्रश्नहरूको उत्तर मौखिक रूपमा दिन लगाउनुहोस् ।

(अ) माथि दिइएको वर्ग समीकरण कुन शुद्ध वा मिश्रित वर्ग समीकरण हो ?

(आ) यसलाई कसरी समाधान गर्ने होला ?

(इ) वर्ग समीकरणको चलका कतिओटा मानहरू हुन्छन् ?

(ई) के मान घनात्मक मात्र हुन्छन् वा ऋणत्मक मात्र हुन्छन् वा दुवै हुन सक्छन् ?

(उ) के बायाँतर्फ रहेको बीजीय अभिव्यञ्जकलाई खण्डीकरण गर्न सकिन्छ ?

(ग) विद्यार्थीबाट मौखिक रूपमा आएको प्रतिक्रियाहरूलाई क्रमशः मूल्याङ्कन गर्दै समीकरण हल गर्न तर्फ ध्यान केन्द्रित गराउनुहोस् ।

$$(अ) 8x^2 - 32 = 0$$

$$\Rightarrow 8(x^2 - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = \frac{0}{8}$$

($ax^2 + c = 0$ को रूपमा छ, त्यसकारण यो शुद्ध समीकरण हुन्छ ।)

$$\Rightarrow x^2 - 4 = 0 \quad (\because 0 \text{ लाई कुनै सङ्ख्याले भाग गर्दा नतिजा } 0 \text{ हुन्छ ।)$$

$$\Rightarrow (x)^2 - (2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \quad (\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ हुन्छ ।)$$

अथवा

वा

$$x + 2 = 0$$

$$x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2$$

$$\Rightarrow x = 2$$

परीक्षण

$8x^2 - 32 = 0$ लाई खण्डीकरण विधिद्वारा समाधान गरी चल राशि x का मानहरू $-2, 2$ भयो ।

अब, x को मान समीकरणमा प्रतिस्थापना गर्दा,

$x = -2$ राख्दा, $8 \times (-2)^2 - 32 = 0$	$x = 2$ राख्दा,
$8 \times 4 - 32 = 0$	$8 \times 2^2 - 32 = 0$
$32 - 32 = 0$	$8 \times 4 - 32 = 0$
$0 = 0$ मान्य भयो ।	$32 - 32 = 0$
	$0 = 0$ मान्य भयो ।

(आ) $x^2 + 6x + 8 = 0$

यो समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ को रूपमा छ । त्यसकारण यो वर्ग समीकरण मिश्रित वर्ग समीकरण हो ।

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 2x + 8 = 0 \text{ (दुईओटा सङ्ख्या जोड्दा 6 र दुईओटा सङ्ख्या गुणन गर्दा 8 आउने)}$$

$$\Rightarrow x(x + 4) + 2(x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)(x + 2) = 0$$

अथवा

वा

$$x + 4 = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -4$$

$$\Rightarrow x = -2$$

जाँचेर हेर्दा :

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \text{ मा } x = -4 \text{ राख्दा,}$$

$$\Rightarrow (-4)^2 + 6 \times (-4) + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 16 - 24 + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 24 - 24 = 0$$

$$0 = 0 \text{ मान्य भयो ।}$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \text{ मा } x = -2 \text{ राख्दा}$$

$$\Rightarrow (-2)^2 + 6 \times (-2) + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 4 - 12 + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 12 - 12 = 0$$

$$0 = 0 \text{ मान्य भयो}$$

अतः समीकरण $x^2 + 6x + 8 = 0$ का मानहरू $x = -2$ र -4 हुन् ।

मूल्याङ्कन

(अ) वर्ग समीकरण भनेको के हो ?

(आ) शुद्ध वर्ग समीकरण र मिश्रित वर्ग समीकरणका दुई दुईओटा उदाहरण लेख्नुहोस् ।

(इ) वर्ग समीकरणमा चल राशिका कतिओटा मान हुन्छन् ।

(ई) $x^2 + 9x + 8 = 0$ लाई खण्डीकरण विधिबाट हल गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 160 को अभ्यास 7.1 को प्रश्न न. 1 र 2 का सबै प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) वर्ग पूरा गरेर वर्ग समीकरणको हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

फ्यास कार्ड, चार्ट पेपर

क्रियाकलाप - 1

(क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो दिनको पाठको पुनरवलोकन गर्दै आजको पाठमा ध्यान केन्द्रित गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) वर्ग पूरा गरेर गरिने समीकरणको हल कसरी गर्ने होला ? विभिन्न चरण र वैकल्पिक विधिहरू उदाहरणसहित समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) केही समयको छलफलपछि, निम्नलिखित प्रश्न चरणबद्ध रूपमा बोर्डमा गरिदिनुहोस् :

प्रश्न

1. $x^2 - 25 = 0$

2. $x^2 - 10x + 16 = 0$

3. $x^2 - 7x + 12 = 0$

4. $x^2 + \frac{15}{10} = 2x$

समाधानहरू

1. $x^2 - 25 = 0$

$\Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow (x)^2 = (\pm 5)^2 (\because x^2 \text{ र } 25 \text{ दुवै वर्ग हुन्})$

$\Rightarrow x = \pm 5$ ($x^2 = a^2$ स्वरूपका वर्ग समीकरणको हल $x = \pm a$ हुनाले)

अतः वर्ग समीकरण $x^2 - 25 = 0$ का मूलहरू $x = \pm 5$ हुन्छ ।

यसलाई अर्को तरिकाले पनि गर्न सकिन्छ, भनी विद्यार्थीलाई गर्न लगाउनुहोस् ।

2. $x^2 - 10x + 16 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 10x = -16$

[यहाँ, $ax^2 + bx + c = 0$ रूपमा भएको समीकरणलाई $ax^2 + bx = -c$ को रूपमा पुनर्लेखन गर्न लगाउनुहोस् ।]

[अब, $x^2 + bx$ द्विपदीय अभिव्यञ्जक छ भने पूर्ण वर्ग हुने तीन पदीय (Trinomial) अभिव्यञ्जक बनाउनु पर्छ ।]

[यसका लागि एउटा सजिलो विधि उल्लेख गर्नुहोस् ।]

[x को आधा गुणाङ्कको वर्ग लिन लगाउनुहोस् ।

$$\begin{aligned} \text{थप्नु पर्ने सङ्ख्या} &= \left(\frac{1}{2} \times x \text{ को गुणाङ्क} \right)^2 \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 10 \right)^2 \\ &= (5)^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 = -16 + 25$ [दुवै पक्षमा 25 जोड्नुहोस् ।]

$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = 9$ [$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$]

$\Rightarrow (x - 5)^2 = (\pm 3)^2$

अब, दुवैतिर वर्गमूल लिनुहोस् ।

$x - 5 = \pm 3$

धनात्मक चिह्न लिदा,

$x - 5 = 3$

$\Rightarrow x = 3 + 5$

$\Rightarrow x = 8$

ऋणात्मक चिह्न लिदा,

$x - 5 = -3$

$\Rightarrow x = -3 + 5$

$\Rightarrow x = 2$

अतः वर्ग समीकरण $x^2 - 10x + 16 = 0$ का मूलहरू 8 र 2 हुन् ।

3. $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 7x = -12$$

थप्नु पर्ने सङ्ख्या खोजी गर्दा,

$$\left(\frac{1}{2} \times x \text{ को गुणाङ्क}\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x + \frac{49}{4} = -12 + \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 = -\frac{48 + 49}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \left(\pm \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \left(\pm \frac{1}{2}\right)^2$$

अब, द्वैतिर वर्गमूल लिँदा,

$$x - \frac{7}{2} = \pm \frac{1}{2}$$

धनात्मक चिह्न लिँदा,

$$x = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1+7}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

ऋणात्मक चिह्न लिँदा,

$$x = \frac{-1}{2} + \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1+7}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{2}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

अतः वर्ग समीकरण $x^2 - 7x + 12 = 0$ का मूलहरू 3 र 4 हुन् ।

$$4. x^2 + \frac{15}{16} = 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x = -\frac{15}{16}$$

थप्नु पर्ने सङ्ख्या = $\left(\frac{1}{2} \times x \text{ को गुणाङ्क}\right)^2$

$$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$$

$$\text{अब, } x^2 - 2x = -\frac{15}{16} + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = \frac{-15 + 16}{16}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = \left(\pm \frac{1}{4}\right)^2$$

$$\therefore x-1 = \pm \frac{1}{4}$$

अब, घनात्मक चिह्न लिँदा,

$$x-1 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4} + 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1+4}{4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

ऋणात्मक चिह्न लिँदा,

$$x-1 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4} + 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1+4}{4}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

अतः वर्ग समीकरण $x^2 + \frac{15}{10} = 2x$ का मूलहरू $\frac{3}{4}$ र $\frac{5}{4}$ हुन् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्या कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

5. दिइएको वर्ग समीकरणहरूलाई पूर्ण वर्ग बनाउने विधिबाट हल गर्नुहोस् ।

(अ) $x^2 + 3x = 10$

(आ) $4x^2 - 9x - 9 = 0$

(इ) $5x^2 = 8x + 21$

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. 160 को अभ्यास 7.1 को प्रश्न नं. 3 का सबै प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) वर्ग समीकरणको सूत्र प्रयोग गरी वर्ग समीकरण हल गर्न

शैक्षणीक सामग्री

चार्ट पेपर, फ्लास कार्ड

क्रियाकलाप – 1

(क) विद्यार्थीलाई केही समय अगिल्लो दिनको पाठको पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज नम्बर 158 मा भएको क्रियाकलाप 3 छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) केही समयको छलफलपछि निम्न प्रश्नहरू राख्नुहोस् ।

प्रश्न

1. $ax^2 + bx + c = 0$ लाई कसरी समाधान गर्ने होला ?

2. x का मुलहरू के के हुन सक्छन् ?

3. के यसलाई वर्ग पूरा गरी गर्ने हल विधिबाट समाधान गर्न सकिन्छ होला ?

(घ) विद्यार्थीबाट आएको प्रतिक्रियाहरूलाई सहजीकरण गर्न दिइएको समीकरणलाई वर्ग पूरा गरी हल गर्ने विधिबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

1. यहाँ,

दिइएको समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$

$$ax^2 + bx = 0 \text{ लाई } \quad [\because \text{अचल सङ्ख्या } c \text{ लाई दायाँतर्फ लग्नुहोस् । }]$$

$$\Rightarrow \frac{ax^2 + bx}{a} = \frac{-c}{a} \quad [\because \text{दुबैतर्फ } a \text{ ले भाग गर्नुहोस् । }]$$

$$\Rightarrow \frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} = \frac{-c}{a}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} = \frac{-c}{a}$$

यहाँ थप्नुपर्ने सङ्ख्या = $\left(\frac{1}{2} x \text{ को गुणाङ्क}\right)$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{b}{a}\right)^2$$

$$= \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{bx}{z} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{-c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\Rightarrow (x)^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2} \quad [a \text{ र } 4a^2 \text{ को ल.स. लिँदा}]$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad [\because a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \text{ हुन्छ}]$$

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad [\because \text{दुबैतर्फ वर्गमूल लिँदा}]$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad [\because 4a^2 \text{ बाट रूट हटाउँदा}]$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad [\because 2a \text{ ल.स. लिँदा}]$$

तसर्थ, x का मूलहरू क्रमशः $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ र $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ हुन् ।

(ड) विद्यार्थीलाई निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ लाई वर्ग समीकरण } ax^2 + bx + c = 0$$

को हल गर्ने सूत्र भनिन्छ । खण्डीकरण विधिबाट समाधान गर्न नसकिने वर्ग अर्थात् सबै प्रकारका वर्ग समीकरण सूत्र प्रयोग गरेर x का मूलहरू पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

क्रियाकलाप - 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 159 को उदाहरण 3 छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) केही समयको छलफलपछि समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

1. सूत्र प्रयोग गरी दिइएका वर्ग समीकरणको हल गर्नुहोस् :

(अ) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(आ) $x + \frac{1}{x} = 3$

समाधान

(अ) $x^2 - 5x + 6 = 0$

यहाँ दिइएको वर्ग समीकरण (अ)लाई $ax^2 + bx + c = 0$ सँग तुलना गर्न लगाउनुहोस् । तुलना गर्दा,

$$a = 1, b = -5 \text{ र } c = 6$$

अब, वर्ग समीकरणको सूत्र अनुसार,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ मा } a, b \text{ र } c \text{ का मानहरू राख्दा,}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

अब, धनात्मक चिह्न लिँदा,

$$x = \frac{5+1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{2}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

ऋणात्मक चिह्न लिँदा,

$$x = \frac{5-1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2$$

तसर्थ x का मूलहरू क्रमशः 2,3 रहेछन् ।

$$(आ) \frac{x+1}{x} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 3 \text{ [}\therefore x \text{ ल.स लिँदा]}$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 3x \text{ [क्रस गुणन गर्दा]}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 - (i)$$

अब समीकरण (i) लाइ $ax^2 + bx + c = 0$ सँग तुलना गर्दा,

$$a = 1, b = -3 \text{ र } c = 1$$

वर्ग समीकरणको सूत्र प्रयोग गर्दा,

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{9 - 4}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

धनात्मक चिह्न लिँदा,

$$\therefore x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

ऋणात्मक चिह्न लिँदा,

$$\therefore x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

तसर्थ, x का मूलहरू क्रमशः $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ र $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ रहेछन् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

2. एउटा वर्ग समीकरण $x^2 - 7x + 12 = 0$ दिइएको छ ।

(अ) खण्डीकरण विधिबाट हल गर्नुहोस् ।

(आ) वर्ग पूरा गरी हल गर्नुहोस् ।

(इ) सूत्र प्रयोग गरी हल गर्नुहोस् ।

(ई) मूलहरू परीक्षण गर्नुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 160 को अभ्यास 7.1 को प्रश्न न. 4 का सबै गणितीय समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौं, छैटौं र सातौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) वर्ग समीकरणसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरूलाई गणितीय वाक्यमा रूपान्तरण गर्न
- (ख) वर्ग समीकरणसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप – 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका ससाना १/१ ओटा चार्टपेपरहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई आआफ्नो समूहमा छलफल गर्न लगाई उक्त प्रश्नको उत्तर आफ्नो कपीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न

रमेशको हालको उमेर 13 वर्ष छ । उसको बुबाको उमेर 40 वर्ष छ । दिइएको जानकारीको आधारमा तलका प्रश्नहरूको उत्तर के के हुन सक्छ ?

- (अ) छोराभन्दा बुबा कति वर्षले जेठो छ ?
- (आ) दुई वर्ष अगि बुबा र छोराको उमेर कति थियो ?
- (इ) कति वर्ष अगि तिनीहरूको उमेरको गुणनफल 194 थियो होला ? यसलाई कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ होला ?
- (ई) दिइएको अवस्थाबाट के समीकरण बनाउन सकिन्छ ? समीकरण बन्छ भने रेखीय समीकरण वा वर्ग समीकरण कुन हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

उत्तरहरू:

- (अ) रमेश र उसका बुबाको उमेरको फरक = $40 - 13 = 27$ वर्ष छ । त्यसैले रमेशभन्दा उसका बुबा 27 वर्षले जेठो हुनुहुन्छ ।
- (आ) दुई वर्षअगि रमेशको उमेर = $13 - 2 = 11$ वर्ष । दुई वर्षअगि रमेशका बुबाको उमेर = $40 - 2 = 38$ वर्ष थियो ।
- (इ) त्यसैगरी २ वर्षपछि रमेशको उमेर = $13 + 2 = 15$ वर्ष । 2 वर्षपछि उसका बुबाको उमेर = $40 + 2 = 42$ वर्ष हुने छ ।
- (ई) मानौं x वर्षपछि उनीहरूको उमेर कति थियो होला ?

रमेशको उमेर = $(13 - x)$ वर्ष थियो

उसका बुबाको उमेर = $(40 - x)$ वर्ष थियो ।

अब, $(13 - x) \times (40 - x) = 198$

$$\Rightarrow 520 - 13x - 40x + x^2 = 198$$

$$\Rightarrow x^2 - 53x + 520 - 198 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 53x + 322 = 0$$

[यो वर्ग समीकरण हो, किनकि x को अधिकतम् घाताङ्क 2 छ ।]

अब खण्डीकरण विधिबाट समाधान गरी हेरौं ।

$$\Rightarrow x^2 - (46 + 7)x + 322 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 46x - 7x + 322 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 46) - 7(x - 46) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 46)(x - 7) = 0$$

अथवा,

$$\Rightarrow x - 46 = 0$$

$$\therefore x = 46 \quad (\text{असम्भव मान})$$

वा,

$$\Rightarrow x - 7 = 0$$

$$\therefore x = 7 \quad (\text{सम्भव मान})$$

$x = 46$ चाहिँ उपयुक्त समाधान होइन ।

तसर्थ 7 वर्ष पहिले उनीहरूको उमेरको गुणनफल 198 थियो ।

परीक्षण गर्दा,

$$\Rightarrow (13 - 7) \times (40 - 7) = 198$$

$$\Rightarrow 6 \times 33 = 198$$

$$\Rightarrow 198 = 198 \text{ मान्य भयो ।}$$

नोट: विद्यार्थीलाई शाब्दिक समस्याको शिक्षण गर्ने क्रममा समस्या बुझाउन महत्त्वपूर्ण हुन्छ । शाब्दिक समस्याको अध्ययन गर्दा प्रश्नलाई २/३ पटकसम्म दोहोर्याएर पढ्न लगाउनु पर्छ । समस्यामा दिइएका कुराहरू के के हुन् ? पत्ता लगाउनु पर्ने के हो ? प्रस्तुत कुराहरू दैनिक जीवनसँग आधारित उदाहरण दिनुपर्ने र ती समस्यालाई गणितीय वाक्यमा रूपान्तरण गर्न सिकाउनु पर्छ ।

क्रियाकलाप – 2

- (क) विद्यार्थीलाई कक्षा 9 मा अध्ययन गरेको संस्थाहरूसम्बन्धी ज्ञानलाई पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं. 163 र 164 को उदाहरणहरू 4 देखि 7 सम्मका प्रश्नहरू छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

- (अ) एउटा प्राकृतिक सङ्ख्याको वर्गका आधारबाट ४ घटाउँदा नतिजा १४ हुन्छ भने सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (आ) कुनै दुईओटा धनात्मक क्रमागत जोर सङ्ख्याहरूको गुणनफल २४ हुन्छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (इ) यदि कुनै सङ्ख्या र त्यसको व्युत्क्रमको योगफल $\frac{25}{5}$ भए सो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तरहरू

(अ) यहाँ,

मानौं, एउटा प्राकृतिक सङ्ख्या x र त्यसको वर्ग सङ्ख्या x^2 हो ।

प्रश्नअनुसार,

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} - 4 = 14$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} = 14 + 4$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} = 18$$

$$\Rightarrow x^2 = 18 \times 2$$

$$\Rightarrow x^2 = 36$$

$$\Rightarrow x = \pm 6 \text{ अतः हामीलाई धनात्मक सङ्ख्या चाहिएकाले } x = 6 \text{ मात्र हुन्छ ।}$$

∴ आवश्यक प्राकृतिक सङ्ख्या 6 हो ।

(आ) समाधान,

यहाँ,

मानौं दुईओटा क्रमागत जोर सङ्ख्याहरू x र $x + 2$ छन् ।

प्रश्नअनुसार,

$$x \times (x + 2) = 24$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 24$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 4x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 6) - 4(x + 6) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 6)(x - 4) = 0$$

अथवा,

$$x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = -6$$

वा,

$$x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = 4$$

अतः आवश्यक धनात्मक सङ्ख्या क्रमशः 4 र $4 + 2 = 6$ रहेछ।

(इ) समाधान:

यहाँ,

मानौं यो आवश्यक सङ्ख्या x र त्यसको व्युत्क्रम सङ्ख्या $\frac{1}{x}$ हो ।

प्रश्नअनुसार,

$$x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 5 = 26x$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 25x - x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 5x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(5x - 1) = 0$$

अथवा,

$$5x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 5x = 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{5}$$

वा,

$$x - 5 = 0$$

$$\therefore x = 5$$

तसर्थ आवश्यक सङ्ख्याहरू क्रमशः 5 र $\frac{1}{5}$ रहेछन् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

- (अ) कस्ता सङ्ख्याहरूलाई क्रमागत प्राकृतिक सङ्ख्या भनिन्छ ? उदाहरणबाट देखाउनुहोस् ।
(आ) क्रमागत जोर र विजोर सङ्ख्याहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।
(इ) एउटा धनात्मक सङ्ख्याको वर्गको दोब्बरबाट 3 घटाउँदा परिणाम 15 हुन्छ । यसलाई गणितीय समीकरणमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 170 र 171 को अभ्यास 7.2 को प्रश्न न. 1 देखि 16 सम्मका समस्याहरू पूरा गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 3

- (क) दुई अङ्कले बनेका सङ्ख्याहरूको उदाहरणसहित पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।
(ख) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ग) प्रत्येक समूहलाई चार्ट पेपरमा लेखिएको प्रश्न बाँड्नुहोस् ।
(घ) समूहमा विद्यार्थीलाई प्रश्नोत्तर, छलफल गर्दै निम्न समस्याहरू समाधान गर्न क्रियाशील गराउनुहोस् ।

प्रश्न

दुई अङ्कले बनेको सङ्ख्याहरूको गुणफल 18 छ । उक्त सङ्ख्याबाट 27 घटाउँदा सो सङ्ख्याका अङ्कहरू बदलिन्छन् भने,

- (अ) दुई अङ्कले बनेको सङ्ख्या लेख्नुहोस्, जसको एकको स्थानमा y र दशको स्थानमा x छ ।
(आ) दिइएको शाब्दिक समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
(इ) उक्त सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

- (अ) यहाँ,
एकको स्थानमा सङ्ख्या = y
दशको स्थानको सङ्ख्या = x

त्यो सङ्ख्या = $10x + y$ भयो

(आ) दिइएको शाब्दिक समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

प्रश्नअनुसार, $x y = 18$ ----- (i)

$$10x + y - 27 = 10y + x \text{ ----- (ii)}$$

समीकरण (ii) बाट,

$$\Rightarrow 10x - x + y - 10y = 27$$

$$\Rightarrow 9x - 9y = 27$$

$$\Rightarrow 9(x - y) = 27$$

$$\Rightarrow x - y = 3$$

$$\Rightarrow x = 3 + y \text{ ----- (iii)}$$

अब, x को मान समीकरण (i) मा राख्दा,

$$x y = 18$$

$$\Rightarrow (3 + y) y = 18$$

$$\Rightarrow 3y + y^2 = 18$$

$$\Rightarrow y^2 + 3y - 18 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y - 3y - 18 = 0$$

$$\Rightarrow y(y + 6) - 3(y + 6) = 0$$

$$\Rightarrow (y + 6)(y - 3) = 0$$

अथवा,

वा,

$$y + 6 = 0$$

$$y - 3 = 0$$

$$\Rightarrow y = -6$$

$$\Rightarrow y = 3$$

$y = -6$ को मान समीकरण (iii) मा राख्दा,

$$\Rightarrow x = 3 + (-6)$$

$$\Rightarrow x = 3 - 6$$

$$\Rightarrow x = -3$$

$y = 3$ को मान समीकरण (iii) मा राख्दा,

$$\Rightarrow x = 3 + 3$$

$$\Rightarrow x = 6$$

अतः $y = -6$ र $x = -3$ हुँदा,

$$\begin{aligned}\text{उक्ता सङ्ख्या} &= 10x + y \\ &= 10 \times (-3) + (-6) \\ &= -30 - 6 \\ &= -36\end{aligned}$$

अतः $x = 6$ र $y = 3$ हुँदा,

$$\begin{aligned}\text{उक्त सङ्ख्या} &= 10x + y \\ &= 10 \times 6 + 3 \\ &= 63\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

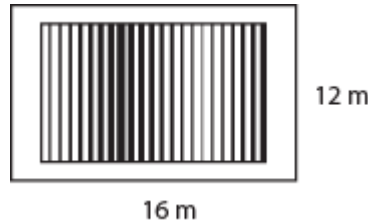
पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 172 को अभ्यास 7.2 को प्रश्न न. 18 समाधान गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप – 4

- (क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 167 र 168 को उदाहरण 11 र 12 छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ख) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्न प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

1. चित्रमा देखाए जस्तै $16\text{m} \times 12\text{m}$ नाप भएका घाँसे मैदानको वरिपरि बराबर चौडाइ भएको पैदल मार्ग स्थापना गरिएको छ । जसले गर्दा यसको कुल क्षेत्रफल 320m^2 ले बढेको पाइयो ।

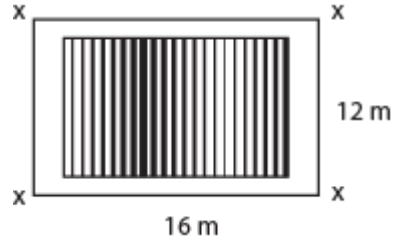


- (अ) माथिको सन्दर्भअनुसार घाँसे मैदानको वरिपरि रहेको बराबर चौडाइलाई x मानेर समीकरण बनाउनुहोस् ।
- (आ) घाँसे मैदानको वरिपरि रहेको चौडाइ कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

(अ)



प्रश्नअनुसार:

$$\text{मैदानको लम्बाइ} = 16 + x + x = 16 + 2x$$

$$\text{मैदानको चौडाइ} = 12 + x + x = 12 + 2x$$

(आ) मैदानको क्षेत्रफल (A) = लम्बाइ \times चौडाइ

$$320\text{m}^2 = (16 + 2x)(12 + 2x)$$

अब, समीकरण बनाउँदा,

$$(16 + 2x)(12 + x) = 320$$

$$\Rightarrow 192 + 32x + 24x + 4x^2 = 320$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 56x + 192 - 320 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 56x - 128 = 0$$

$$\Rightarrow 4(x^2 + 14x - 32) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + (14 - 2)x - 32 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x - 32 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 12) - 2(x + 16) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 16)(x - 2) = 0$$

अथवा,

$$x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x = -16$$

वा,

$$x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2$$

यहाँ, $x = -16$ राख्दा मैदानको लम्बाइ र चौडाई ऋणात्मक हुने हुँदा। $x = -16$ को मान असम्भव

छ।

अतः

घाँसे मैदानको वरिपरि रहेको चौडाइ = 2m छ ।

2. एउटा समकोणी त्रिभुजको कर्ण 13 मिटर छ । यदि बाँकी दुई भुजाको नापको फरक 7 मिटर भए,

(अ) उक्त त्रिभुजका बाँकी दुई भुजाको लम्बाइ निकाल्नुहोस् ।

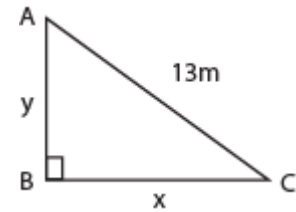
(आ) उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, चित्रमा ABC एउटा समकोण त्रिभुज हो, जहाँ $\angle B = 90^\circ$ र कर्णको नाप $(h) = AC = 13$ मिटर छ ।

मानौं, आधारको नाप $(b) = BC = x$

लम्बको नाप $(p) = AB = y$



प्रश्नअनुसार

$$x - y = 7$$

$$x = 7 + y \text{ ----- (i)}$$

अब, समकोण त्रिभुज ABC मा, $h^2 = p^2 + b^2$ हुन्छ ।

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$\Rightarrow 13^2 = y^2 + (7+y)^2$$

$$\Rightarrow 169 = y^2 + 49 + 14y + y^2$$

$$\Rightarrow 169 = 2y^2 + 49 + 14y$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 14y + 49 - 169 = 0$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 14y - 120 = 0$$

$$\Rightarrow 2(y^2 + 7y - 60) = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 7y - 60 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + (12 - 5)y - 60 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 12y - 5y - 60 = 0$$

$$\Rightarrow y(y + 12) - 5(y + 12) = 0$$

$$\Rightarrow (y + 12)(y - 5) = 0$$

अथवा, $y + 12 = 0$

$y = -12$, y भनेको समकोण त्रिभुजको लम्ब हो, त्यसकारण $y = 12$ असम्भव छ ।

$$\Rightarrow y - 5 = 0$$

$$\Rightarrow y = 5$$

आधारको नाप, $x = 7 + y$
 $= 7 + 5$
 $= 12 \text{ m}$

लम्बको नाप, $y = 5 \text{ m}$

तसर्थ बाँकी भुजाको नाप 5 मिटर र 12 मिटर रहेछ ।

ii) समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार \times लम्ब $[A = \frac{1}{2}]$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 5$$
$$= 6 \times 5$$
$$= 60 \text{ m}^2 \text{ हुन्छ ।}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

3. एउटा समकोणी त्रिभुजको कर्ण 10 सि.मि. र बाँकी भुजाहरूको योगफल 14 cm छ भने,

(अ) उक्त त्रिभुजको बाँकी दुई भुजाहरूको लम्बाइ निकाल्नुहोस् ।

(आ) उक्त त्रिभुजका क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. एउटा आयताकार जग्गाको क्षेत्रफल 2000 वर्ग मिटर र परिमिति 180 मिटर भए,

(अ) वर्ग समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ का मूलहरू उल्लेख गर्नुहोस् ।

(आ) दिइएको अवस्थालाई गणितीय वाक्यमा लेख्नुहोस् ।

(इ) उक्त जग्गाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) सो जग्गालाई वर्गाकार बनाउन लम्बाइ अथवा चौडाइलाई कति प्रतिशतले घटाउनु पर्छ र

किन ?

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 171 र 172 मा भएको अभ्यास 7.2 को प्रश्न न. 17 का प्रश्नहरू समाधान गर्न दिनुहोस् ।

आठौं र नवौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) वर्ग समीकरणसँग सम्बन्धित व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

मिटर टेप, डोरी

आफ्नो विद्यालयको चउरमा भलिबल खेल्ने ठाउँको नक्साङ्कन गर्नका लागि 6/6 जनाको 3 ओटा समूह निर्माण गर्नुहोस् । पहिलो समूहका लागि जम्मा क्षेत्रफल 128 वर्ग मिटर र परिमिति 28 मिटर हुने गरी कोर्टको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् । दोस्रो समूहको जम्मा क्षेत्रफल 172 वर्ग मिटर र परिमिति 54 मिटर हुने गरी कोर्टको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् । तेस्रो समूहको जम्मा क्षेत्रफल 200 वर्ग मिटर र परिमिति 70 मिटर हुने गरी कोर्टको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् । कुन समूहले बनाएको भलिबल कोर्ट नापका आधारमा खेल्नका लागि उपयुक्त हुन्छ निष्कर्ष निकाली कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 1

- (क) 6/6 जना गरी तीन समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई परियोजनको विवरण पहिलो, दोस्रो र तेस्रो समूह गरी दिनुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहले प्राप्त गरेको नतिजा समूहमा छलफल गराई निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) विद्यार्थीले गरेको कार्य प्रत्येक समूहलाई कक्षा कोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) अन्त्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र आआफ्नो समूहको सक्रियताको रुब्रिक्सको आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

नमुना रुब्रिक्स

व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

समूहगत व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

क्षेत्र	आधार	सूचक	अङ्क	प्राप्ताङ्क
1	गणितीय ज्ञानको शुद्धता	तथ्याङ्कका आधारमा दुई युगपदीय समीकरणहरू तयार गरी सरल ढङ्गबाट पदहरूको प्रतिस्थापन गरी वर्ग समीकरण तयार गरेमा, गणना कार्यहरूमा कुनै त्रुटि नभएको	2	
		तथ्याङ्कका आधारमा दुई युगपदीय समीकरणहरू तयार गरि सरल ढङ्गबाट पदहरूको प्रतिस्थापन गरी वर्ग समीकरण तयार गरेमा, गणना कार्यहरूमा केही त्रुटि भएको र उपयुक्त सुझावअनुसार सुधार गरेमा	1.5	
		तथ्याङ्कका आधारमा दुई युगपदीय समीकरणहरू तयार गरी पदहरूको प्रतिस्थापन गरि वर्ग समीकरण तयार गर्दा र गणना कार्यहरूमा त्रुटिहरू भएको तर आवश्यक सहजीकरण गर्दा सुधार गरेमा	1	
		तथ्याङ्कका आधारमा दुई युगपदीय समीकरणहरू तयार गरी पदहरूको प्रतिस्थापन गरी वर्ग समीकरण तयार गर्दा र गणना कार्यहरूमा अत्यधिक त्रुटि भएमा	0.5	

विद्यार्थी व्यक्तिगत व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स अनुसूची २ प्रयोग गर्नुहोस् ।

शिक्षकका लागि थप जानकारी

- विद्यार्थीको भावनाअनुरूप सूचना र सञ्चार प्रविधि (ICT) को प्रयोग गर्ने
- नमुना चित्रण विधि (Model drawing method) को प्रयोग गर्ने
- वर्ग समीकरणको हलका केही उदाहरणहरूलाई ग्राफका माध्यमबाट समेत प्रस्तुत गर्ने गराउने
- विभिन्न प्रकारका उदाहरणहरू बनाई गणितीय भाषामा व्यक्त गर्न प्रोत्साहित गर्ने
- सहयोगात्मक र छलफल विधि प्रयोग गरी अभ्यास कार्यमा जोड दिने

पाठ 8 बीजिय भिन्न (Algebraic Fraction)

परिचय

अंश र हर दुवैमा बीजिय अभिव्यञ्जक प्रयोग गरिएको भिन्नहरूलाई बीजिय भिन्न भनिन्छ । यदि $p(x)$ र $q(x)$ दुई बीजिय अभिव्यञ्जक भए $p(x)$ र $q(x)$ ले बनेको भिन्न $\frac{p(x)}{q(x)}$, जहाँ $q(x) \neq 0$ लाई बीजिय भिन्न भनिन्छ ।

यहाँ, बीजिय अभिव्यञ्जकहरू जस्तै $p(x)$ र $q(x)$ मा चल, अचल राशि र गणितीय क्रियाहरू (जोड, घटाउ, गुणन, भाग र घाताङ्क) समावेश गरिएको हुन्छ ।

आधारभूत तहको कक्षा 8 मा पनि बीजिय भिन्नहरूको परिचय, बीजिय भिन्नहरूलाई सरलीकरण गर्ने प्रक्रियाहरू अपनाई न्यूनतम पदमा लैजाने कार्यहरू गरिएको छ ।

यस एकाइ बीजिय भिन्नहरूको सरलीकरण (बढीमा तीन भिन्नसम्म) का गणितीय समस्याहरू समावेश गरिएको छ । यस पाठलाई शिक्षण सहजीकरण गर्न व्याख्यान विधि, प्रदर्शन विधि, र समस्यामा आधारित सिकाइ विधिहरूको प्रयोग र अभ्यास गर्ने कार्यमा जोड दिइएको छ ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धि निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) बीजिय भिन्नहरूको सरलीकरण गर्न

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले जम्मा 7 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरेको छ । तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

शिक्षण योजना/पाठयांश विभाजन

क्र.स.	पाठयवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठयवस्तुको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	बीजिय भिन्नको परिचय पुनरवलोकन, लघुतम पदमा बदल र समान हर, असमान हरहरूको क्रिया	2	173, 174, 179
2.	दुई बीजिय अभिव्यञ्जकहरूको भिन्नको सरल	1	175, 179
3.	तीन बीजिय अभिव्यञ्जकहरूको भिन्नको सरल	2	176 – 178
4.	रूढ चिन्ह समावेश भएका बीजिय अभिव्यञ्जक भिन्नको सरलीकरण तथा हल	1	179
5.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	1	180
	जम्मा घण्टा	7	

1. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

(अ) चल राशि, अचल राशि, समान हर भए नभएको भिन्नको पहिचान हुनुपर्ने

(आ) अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरणसम्बन्धी ज्ञान

(इ) ल.स. तथा म.स. सम्बन्धी ज्ञान

(ई) खण्डीकरणका लागि आवश्यक ज्ञान

i. साभ्ता लिने

ii. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

iii. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

iv. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

v. $ax^2 + bx + c = 0$ स्वरूपमा रहेको खण्डीकरण गर्न

vi. $a^4 - b^4$ स्वरूपमा रहेको खण्डीकरण गर्न

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू

1. $(x+3)^2$ लाई $x^2 + 3^2$ गर्ने गल्तीहरू

2. $\frac{x+5}{x(x-1)}$ को सरल गर्दा $\frac{x+5}{x(x-1)}$ मा $\frac{5}{x-1}$ लेख्ने गल्तीहरू

3. $\frac{10}{x+y}$ लाई $\frac{10}{x} + \frac{10}{y}$ लेख्ने गल्तीहरू

4. $\frac{4x+1}{x^2} - \frac{3(x-2)}{x^2}$ को सरल गर्दा, $\frac{4x+1-3x-6}{x^2}$ गर्ने गल्तीहरू

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) विजीय भिन्नको परिचय दिन
(ख) विजीय भिन्नतालाई लघुतम पदमा बदल्न
(ग) समान तथा असमान हर भएका भिन्नहरूको जोड तथा घटाउ गर्न

शैक्षणिक सामग्री

$\frac{xy}{x^2y}$	$\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$	$\frac{a+3}{a^2+5a+6}$	$\frac{x^2+5x+4}{x^2-16}$	$\frac{3}{xy} - \frac{2a}{xy^2}$
-------------------	---------------------------	------------------------	---------------------------	----------------------------------

लेखिएका चार्टहरू ।

क्रियाकलाप – 1

- (क) विद्यार्थीलाई विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) माथि उल्लिखित कार्डहरू प्रत्येक समूहका विद्यार्थीलाई वितरण गर्नुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरू राख्नुहोस् :
- के माथिका भिन्नहरू विजीय भिन्नहरू हुन् ?
- यदि विजीय भिन्नहरूमा हरको मान '0' भए के हुन्छ, आदि ।
(ग) विद्यार्थीको छलफलबाट आएका प्रतिक्रियाहरूलाई सहजीकरण गर्नुहोस्, जस्तै :
माथिका सबै विजीय भिन्नहरू हुन् किनभने यसमा विजीय अभिव्यञ्जकहरू समावेश छन् । जसको हर र अंश छन् र हर कहिल्यै पनि 0 हुँदैन । यदि हरको मान '0' भए सो भिन्नको आनुपातिक अभिव्यञ्जक अपरिभाषित हुने कुरा छलफलबाट प्रस्ट पार्नुहोस्, जस्तै : $\frac{10x}{a-5}$, यहाँ यदि $a=5$ भएमा $\frac{10x}{a-5}$ अपरिभाषित हुन्छ ।

क्रियाकलाप – 2

- (क) $\frac{x^2+5x+4}{x^2-16}$ लेखिएको कार्डलाई देखाई अंश र हरमा भएका पदहरूमध्ये x^2 काट्न मिल्छ ?

छलफल गराउनुहोस् । कस्तो अवस्थामा काट्न मिल्छ ? त्यसैले सम्भव भए सम्म अंश तथा हरका अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण गर्ने नियमहरू पुनरवलोकन गर्दै खण्डीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

यहाँ, $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$

$$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$$

त्यसैले, $\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 16} = \frac{(x + 4)(x + 1)}{(x + 4)(x - 4)} = \frac{x + 1}{x - 4}$ लेख्न सकिन्छ ।

यो प्रक्रियालाई नै दिइएको विजीय अभिव्यञ्जकलाई लघुतम पदमा बदलिएको भनिन्छ ।

(ख) विद्यार्थीलाई कम्तीमा 5/5 ओटा लघुतम पदमा लैजान मिल्ने विजीय भिन्नहरू लेखाइ कक्षा कोठामा सरल गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहका विद्यार्थीलाई खण्डीकरणका स्वरूपहरू र सूत्रहरूको सूची तयार गर्न लगाउनुहोस् ।
जस्तै:

(अ) $2x^2 + 3x = x(2x + 3)$

(आ) $25 - y^2 = (5 + y)(5 - y)$

(इ) $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$ आदि ।

क्रियाकलाप - 2

(क)

$\frac{x^2}{x+y} + \frac{2xy + y^2}{x - y}$	$\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x + y}$	$\frac{1}{x-y} - \frac{y}{x^2-y^2}$
---	-----------------------------------	-------------------------------------

लेखिएका कार्डहरू देखाई कुन कुन समान हर भएका र समान हर नभएका विजीय अभिव्यञ्जक हुन् ? छुट्याउन लगाउनुहोस् ।

(ख) समान हर भएका विजीय भिन्नहरूको सरल गर्ने तरिकाबारे छलफल गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै :

$\frac{x^2}{x+y} + \frac{2xy + y^2}{x+y}$ [यी समान हर भएका भिन्न हुन् ।]

$= \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x+y}$ [यदि हरहरू समान भएमा, एउटा मात्र हर राखेर अंशहरूको आवश्यक क्रिया (जोड) गरियो ।]

$= \frac{(x+y)^2}{x+y}$

$= \frac{(x+y)(x+y)}{(x+y)}$

$= (x+y)$ हुन्छ ।

(ग) असमान हर भएका विजीय भिन्नहरू लेख्न लगाई सरल गर्ने तरिकाबारे छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै :

$\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$ [हर असमान छन् ।]

$= \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x-y)}{(x+y)(x-y)}$ [समान हर बनाउन, एउटा भिन्नको हरले अर्को भिन्नको हर र अंशलाई गुणन गरेको ।]

$= \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)}$

$$= \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$$

(घ) $\frac{1}{x-y} - \frac{y}{x^2-y^2}$ लाई सरल गर्न लगाउनुहोस् ।

$$= \frac{1}{x-y} - \frac{y}{(x+y)(x-y)} \quad [x^2 - y^2 \text{ लाई खण्डीकरण गरेको }]$$

$$= \frac{x+y-y}{(x-y)(x+y)} \quad [\text{पहिले भिन्न } (x-y) \text{ र दोस्रो भिन्न } (x+y)(x-y) \text{ को ल.स. } = (x+y)(x-y) \text{ लिएको}]$$

$$= \frac{x}{x^2-y^2}$$

मूल्याङ्कन

(ङ) x को मान कति हुँदा $\frac{5}{x-4}$ अपरिभाषित हुन्छ ?

(च) $\frac{6m}{3m+9}$ को लघुतम पद कुन हो ?

(छ) $\frac{a^2-b^2}{a^3-b^3}$ को सरलीकृत रूप लेख्नुहोस् ।

(ज) विजीय अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्ने चारओटा स्वरूप वा सूत्रहरू लेख्नुहोस् ।

(झ) सरल गर्नुहोस् : (i) $\frac{2}{3y} - \frac{5}{6y}$ (ii) $\frac{m+b}{m-b} + \frac{m-b}{m+b}$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तको पृष्ठ न. 179 को अभ्यास 8.1 को नम्बर 1 र 2 को क देखि च सम्मका समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) दुई विजीय अभिव्यञ्जकहरूको भिन्नको सरल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्ड, चार्टपेपर

क्रियाकलाप – 1

(क) अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गर्दै विद्यार्थीलाई चार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई छुट्टाछुट्टै प्रश्न लेखिएको फ्लास कार्ड दिई उक्त समस्याहरूको समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न : 1. $\frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2} + \frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$

2. $\frac{2b}{1-2b} + \frac{8b^2}{4b^2-1}$

3. $\frac{1}{(1-a)(2-a)} - \frac{1}{(2-a)(3-a)}$

4. $\frac{2}{x^2-1} + \frac{2}{1-x^2}$

(ग) निश्चित समयपश्चात् प्रत्येक समूहको उत्तरलाई चार्टपेपरमा लेखी भित्तामा टाँस्न लगाउनुहोस् र छलफल गरी पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् :

(i) $\frac{x^3+1}{x^2-x+1} + \frac{x^3-1}{x^2+x+1}$

(ii) $\frac{1}{2x-3y} - \frac{x+y}{4x^2-9y^2}$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 179 को अभ्यास 8.1 को 2 को छ देखि ट सम्मका समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो र पाँचौं पिरियड

सिकाई उपलब्धि

(क) तीन बिजीय अभिव्यञ्जक भिन्नको सरलीकरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

फ्लासकार्ड, चार्टपेपर

क्रियाकलाप – 1

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 179 मा भएका तीन बिजीय भिन्नहरू समावेश भएका प्रश्नहरूका समाधान गर्न मदत गर्नुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

$$\text{प्रश्न : } \frac{1}{p^2+7p+12} + \frac{2}{p^2+5p+6} - \frac{3}{p^2+6p+8}$$

दिइएको समस्या समाधान गर्न निम्नलिखित चरणहरू अपनाउनुहोस् ।

चरण I : समस्याको पहिचान (Understanding the Problem)

(अ) समस्याको राम्रोसँग अध्ययन गर्न लगाउने र हरमा $ax^2 + bx + c$ को रूपमा अभिव्यञ्जक भएको प्रस्ट पार्ने

(आ) दिइएको समस्या जस्तै : $\frac{3}{5} + \frac{6}{7} - \frac{4}{5}$ सँग सम्बन्धित भएको कुरा बुझाउने

चरण II : योजना निर्माण (Making the plan)

(अ) प्रत्येक हरहरूको खण्डीकरण गर्ने

(आ) प्रत्येक भिन्नका हरहरूको ल.स. निकाल्ने र सरल गर्ने

चरण III : योजना कार्यान्वयन (Carrying out the plan)

(अ) प्रत्येक समूहमा रहेका विद्यार्थीलाई खण्डीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(आ) आएको गुणनखण्डलाई सम्बन्धित अभिव्यञ्जकको स्थानमा राख्न लगाउनुहोस्, जस्तै :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(p+4)(p+3)} + \frac{2}{(p+2)(p+3)} - \frac{3}{(p+4)(p+2)} \\ &= \frac{1(p+2) + 2(p+4) - 3(p+3)}{(p+2)(p+3)(p+4)} \quad [\text{हरहरूको ल.स. निकाल्न लगाउनुहोस् ।}] \\ &= \frac{p+2+2p+8-3p-9}{(p+2)(p+3)(p+4)} \quad [\text{अंशहरूको गुणनफल गर्न लगाउनुहोस् ।}] \\ &= \frac{p+2p-3p+2+8-9}{(p+2)(p+3)(p+4)} \quad [\text{सजातीय पदहरूको जोड तथा घटाउन गर्न लगाउनुहोस् ।}] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(p+2)(p+3)(p+4)}$$

चरण IV : परिमाणको परीक्षण (OLoking Back)

(अ) प्रत्येक तह वा चरणमा गरिएका क्रियाकलापहरू ठिक भए नभएको जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

(आ) योभन्दा पृथक विधि भएमा उक्त विधि प्रयोग गरी सरल गर्न लगाउनुहोस् ।

(इ) यस्तै प्रकारका प्रश्नहरू दिई मूल्याङ्कन गर्ने र आवश्यक देखिएमा पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

सरल गर्नुहोस् :

$$1. \frac{x+2}{1+x+x^2} - \frac{x-2}{1-x+x^2} - \frac{2x^2}{1+x^2+x^4}$$

$$2. \frac{a}{a-b} + \frac{a}{a+b} + \frac{2ab}{a^2+b^2}$$

$$3. \frac{x-1}{x^2-4x+3} + \frac{x-2}{x^2-8x+12} + \frac{x-5}{x^2-8x+15}$$

$$4. \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-b)(c-a)}$$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 179 को अभ्यास 8.1 को 3 को अ देखि प सम्मका समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

छैटौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) रूढ चिह्न समावेश भएका विजीय अभिव्यञ्जक भिन्नको सरलीकरण गर्न

शैक्षणीक सामग्री

चार्ट पेपर

क्रियाकलाप - 1

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकका पृष्ठ स. 179 अभ्यास 8.1 को 3, 4 र 5 का प्रश्नहरूको छलफल गरी सरलीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

$$1. \frac{1}{4(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{4(1+\sqrt{x})} + \frac{2\sqrt{x}}{4(1-x)}$$

$$= \frac{1(1+\sqrt{x}) - 1(1-\sqrt{x})}{4(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} + \frac{2\sqrt{x}}{4(1-x)}$$

[समान घाताङ्क भएका २ ओटा भिन्नको हरहरूको ल.स.

निकाल्न लगाउने]

$$= \frac{1+\sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}}{4(1-x)} + \frac{2\sqrt{x}}{4(1-x)}$$

[हरलाई $a^2 - b^2$ को स्वरूपमा लैजाने]

$$= \frac{2\sqrt{x}}{4(1-x)} + \frac{2\sqrt{x}}{4(1-x)}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} + 2\sqrt{x}}{4(1-x)}$$

$$= \frac{4\sqrt{x}}{4(1-x)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{1-x}$$

मूल्याङ्कन

$$2. \text{ सरल गर्नुहोस् : } \frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{2(1+\sqrt{x})} + \frac{2\sqrt{x}}{8(1-x)}$$

क्रियाकलाप - 2

प्रश्न

$$1. \frac{-1}{1-p} + \frac{1}{\sqrt{p}+1} + \frac{1}{\sqrt{p}-1} = 0 \text{ को हल गरी } p \text{ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।}$$

विद्यार्थीलाई निम्नलिखित चरणहरू अपनाई समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

चरण I : समस्याको पहिचान (Understanding the Problem)

(अ) उक्त समस्या साधारण मूलको भएकाले सर्वप्रथम हरहरूको मूल हटाउने धारणा दिनुहोस् ।

(आ) हरमा $1-p$ र $\sqrt{p}-1$ भएकाले (-1) साभ्ना लिई $(p-1)$ बनाउने धारणा दिनुहोस् ।

(इ) $p-1 = \sqrt{p^2} - 1^2$ हुन्छ भनी $a^2 - b^2$ को सूत्रको प्रयोग गर्ने धारणा दिनुहोस् ।

चरण II : योजना निर्माण (Making the plan)

(अ) $1-p$ लाई (-1) साभ्ना लिई $p-1$ बनाउने

(आ) $\sqrt{p^2} - 1 = (\sqrt{p}+1)(\sqrt{p}-1)$ बनाउने

(इ) ल.स. लिने

(ई) क्रस गुणन गरी दुवैतर्फ वर्ग गर्ने

चरण III : योजना कार्यान्वयन (Carrying out the plan)

$$\begin{aligned} & \frac{-1}{1-p} + \frac{1}{\sqrt{p+1}} + \frac{1}{\sqrt{p-1}} = 0 \\ \Rightarrow & \frac{1}{p-1} + \frac{1}{\sqrt{p+1}} + \frac{1}{\sqrt{p-1}} = 0 \\ \Rightarrow & \frac{1}{\sqrt{p^2-1^2}} + \frac{1}{\sqrt{p+1}} + \frac{1}{\sqrt{p-1}} = 0 \\ \Rightarrow & \frac{1}{(\sqrt{p+1})(\sqrt{p-1})} + \frac{1}{\sqrt{p+1}} + \frac{1}{\sqrt{p-1}} = 0 \\ \Rightarrow & \frac{1+1(\sqrt{p-1})+1(\sqrt{p+1})}{(\sqrt{p+1})(\sqrt{p-1})} = 0 \\ \Rightarrow & \frac{1+\sqrt{p-1}+\sqrt{p+1}}{p-1} = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1+2\sqrt{p} = 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{p} = -1$$

दुवैतिर वर्ग गर्दा ,

$$4p = 1$$

$$p = \frac{1}{4}$$

चरण IV : परिमाणको परीक्षण (OLoking Back):

माथिको समस्या विद्यार्थीलाई पुनः अवलोकन गर्न लगाई एकआपसमा जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

2. दिइएको बिजीय भिन्नको हल गरी x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

$$\frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{2}{\sqrt{x-2}} - \frac{2}{2-x} = 0$$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 179 को अभ्यास 8.1 को प्रश्न न. 3, 4 र 5 का समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

सातौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) विजीय अभिव्यञ्जकका भिन्नहरूसँग सम्बन्धित व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्ट पेपर, A4 size paper

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्यको विवरण बाँड्नुहोस् ।

कुनै 2/2 ओटा एउटै हर भएका र एउटै हर नभएका अभिव्यञ्जकहरू लेख्नुहोस् । तिनीहरूमा भएको चल राशि कति हुँदा ती अभिव्यञ्जकहरूलाई परिभाषित गर्न सकिन्छ ? चल राशि कति हुँदा ती अभिव्यञ्जकलाई परिभाषित गर्न सकिँदैन, लेख्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहले तयार पारेको व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अन्त्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र आआफ्नो समूहको सक्रियताको रुब्रिक्सका आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ 9 घाताङ्क (Indices)

परिचय

बीजगणितमा चल घाताङ्क समावेश भएका समीकरणलाई घाताङ्कयुक्त समीकरण भनिन्छ। अर्को शब्दमा बीजगणितीय समीकरण जसमा चल घाताङ्कका रूपमा देखा पर्छन् भने त्यसलाई घाताङ्कसँगको समीकरण भनिन्छ, जस्तै: $2^x = 4$, $3^{x+1} = 81$ $3^x + \frac{1}{3^x} = 3\frac{1}{3}$ आदि।

घाताङ्कयुक्त समीकरणको प्रयोग गरी चक्रीय ब्याज निकाल्न, वृद्धि र ह्राससँग सम्बन्धित गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न सकिन्छ। विशेष गरी परिवर्तित दरहरूसँग सम्बन्धित विभिन्न प्रकारका समीकरण हल गर्न पनि प्रयोग गरिन्छ। घाताङ्कको नियम र अभिव्यञ्जकहरूको सरलीकरणमा घाताङ्कका नियमहरूको प्रयोग गर्ने सिपको विकास कक्षा 9 मा नै गरिसकिएको छ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) घाताङ्कयुक्त विजीय समीकरणसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले जम्मा 6 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरेको छ। तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

शिक्षण योजना/पाठयांश विभाजन

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	घाताङ्कका नियमहरूको पुनरवलोकन र घाताङ्कयुक्त समीकरणको परिचय	1	181, 187
2.	दुईओटा मात्र पद भएका घाताङ्कयुक्त समीकरणको हल	1	182, 183, 186
3.	घाताङ्कयुक्त समीकरणको हल	2	184, 185, 187, 188
4.	सर्तसहितका घाताङ्कयुक्त समीकरणको प्रमाणित	1	186, 188
5.	व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य	1	
	जम्मा	6	

(क) पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

- घाताङ्कका नियम र आधारभूत कार्यहरू

- गुणाङ्क आधार र घाताङ्कको पहिचान गर्न
- समीकरणको प्रकृतिमा ध्यान दिनुपर्ने, जस्तै :
 - दुवै पक्षमा समान आधार भएका समीकरण $4^x = 4^2$
 - फरक फरक आधार भएका समीकरण, जसलाई समान आधार बनाउन सकिन्छ।
जस्तै : $4^x = 16$
 $4^x = 4^2$
 - विभिन्न आधार भएका समीकरण जसलाई एउटै आधार बनाउन सकिँदैन।
जस्तै : $4^x = 15$

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरू प्रष्ट पार्नुहोस् :

- अधिकांश विद्यार्थीले गुणाङ्क, आधार र घाताङ्क (Power) छुट्टयाउन नसक्ने हुँदा, कुन कुन पद गुणन गर्ने, कति पटक गर्ने कुन कुन पदहरू जोड, घटाउ गर्ने अवधारणाहरूमा त्रुटि।
- $5x + 3x$ मा गुणाङ्कहरू जोड्न $(5 + 3)x = 8x$ हुने नियममा अल्मलिने र $8x^2$ लेखी गल्ती गर्ने
- $5x \times 3x = 15x^2$ लेख्नु पर्नेमा, गलत अवधारणाका कारण $8x^2$ लेख्नु आदि।

पहिलो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) घाताङ्कसम्बन्धी समस्यामा आधार, गुणाङ्क र घाताङ्क छुटाउन
- (ख) एकपदीय घाताङ्कको मान निकाल्न
- (ग) घाताङ्कयुक्त समीकरणको परिचय दिन

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्डहरू, चार्ट पेपर

क्रियाकलाप – 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस्।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा चार्ट पेपर बाँड्नुहोस् र अगिल्लो कक्षाको घाताङ्कसम्बन्धी नियमहरू लेख्न लगाउनुहोस्।

- (ग) प्रत्येक समूहले तयार पारेको घाताङ्कसम्बन्धी नियमलाई कक्षाकोठाको भित्तामा टाँसेर प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) विद्यार्थीलाई घाताङ्कका नियम प्रयोग गरी गरेको समस्यामा, आधार, गुणाङ्क घाताङ्क छुट्टयाउन लगाउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस्, जस्तै : $6x^2$ मा कुन गुणाङ्क, कुन घाताङ्क र कुन आधार हो भनी प्रश्न पनि राख्नुहोस् ।
- (ङ) प्रत्येक समूहलाई 6/6 ओटा घाताङ्कसम्बन्धी उदाहरण लेख्न लगाई छलफल गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप – 2

- (क) विद्यार्थीलाई एकपदीय घाताङ्कको मान निकाल्न तथा मानलाई घाताङ्कको रूपमा राख्ने समस्याहरू समाधान गर्न फ्लास कार्डमा भएका निम्न प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. घाताङ्कका रूपमा भएको $(5x)^3$ लाई गुणन खण्डको रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।
 2. $5 \times x \times x \times x \times x$ लाई घाताङ्कका रूपमा लेख्नुहोस् ।
 3. सरल गर्नुहोस् : $x^{a-b} \times x^{b-c} \times x^{c-a}$
 4. $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$ को मान निकाल्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीको प्रतिक्रिया संगसंगै सहजीकरण गर्दै जानुहोस् ।

क्रियाकलाप – 3

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एउटै प्रकारको प्रश्न दिनुहोस् र समूहमा छलफल गराई समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. $2x = 16$ कस्तो प्रकारको समीकरण हो ?
 2. $2^x = 16$ कस्तो प्रकारको समीकरण हो ?
 3. प्रश्न न. 1 र 2 मा x को स्थानमा के फरक पाउनु भयो ?
 4. यदि प्रश्न न. 1 मा x को मान कति हुँदा दिइएको समीकरण मान्य हुन्छ ?
 5. प्रश्न न. 2 मा x को मान कति हुँदा दिइएको समीकरण मान्य हुन्छ ?
- (ग) विद्यार्थीबाट प्राप्त भएको प्रतिक्रियाहरूलाई आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

6. प्रश्न न. 1 एउटा रेखीय समीकरण हो, जहाँ x एउटा चल राशि हो जुन आधार पनि हो ।

7. प्रश्न न. 2 मा घाताङ्कमा रहेको चल राशि हो त्यसकारण $2^x = 16$ एउटा घाताङ्कयुक्त

समीकरण हो । प्रश्न (i) मा x को मान 8 राख्दा सो समीकरण मान्य हुन्छ तर प्रश्न (ii) मा x को मान 8 राख्दा मान्य हुँदैन ।

(घ) अब विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न.181 मा भएको तालिकामा खाली ठाउँ भर्न लगाउनुहोस् र x को मान कति हुँदा दिइएको अवस्था मान्य हुन्छ, छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

कक्षाकार्य

(क) घाताङ्कयुक्त समीकरण भनेको के हो ?

(ख) y को मान कति हुँदा दिइएको अवस्था मान्य हुन्छ, तालिकामा भर्नुहोस् :

$$3^y = 9$$

y	-3	-2	-1	0	1	2	3
3^y							

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 187 को अभ्यास 9.1 को प्रश्न न. 1 को (क) र (ख) प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) दुईओटा मात्र पद भएका घाताङ्कयुक्त समीकरणको हल गर्न र जाँचेर देखाउन

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्डहरू, प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू

क्रियाकलाप – 1

(क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो पाठको पुनरवलोकन गर्दै आजको पाठतर्फ ध्यानाकर्षण गराउनुहोस् ।

(ख) सम्पूर्ण कक्षाका विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई निम्न सम्बन्धहरू लेखिएका चार्टपेपर बाँड्नुहोस् र अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

$$2^1 = 2$$

$$3^1 = 3$$

$$4^1 = 4$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$4^2 = 16$$

$$2^3 = 8$$

$$3^3 = 27$$

$$4^3 = 64$$

$$2^4 = 16$$

$$3^4 = 81$$

$$4^4 = 256$$

$$2^5 = 32$$

$$3^5 = 243$$

(अ)

(आ)

(इ)

1. कतिओटा 2 गुणन गर्दा त्यसको मान 32 सँग बराबर हुन्छ ?

2. कति ओटा 3 गुणन गर्दा त्यसको मान 27 सँग बराबर हुन्छ ?

3. कतिओटा 4 गुणन गर्दा त्यसको मान 256 सँग बराबर हुन्छ ?

(घ) माथि (अ), (आ) र (इ) मा भएका जानकारीहरूका आधारमा दिइएका प्रश्नमा x को मान कति

हुन्छ होला ? पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् :

प्रश्न

1. $2^x = 32$

2. $3^x = 27$

3. $4^x = 256$

$$\Rightarrow 2^x = 2^5$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^3$$

$$\Rightarrow 4^x = 4^4$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore x = 4$$

परीक्षण

परीक्षण

परीक्षण

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3$$

$$4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$= 32$$

$$= 27$$

$$= 256$$

(ड) विद्यार्थीलाई माथिको क्रियाकलापको के निष्कर्ष निस्कियो छलफल गर्न लगाउनुहोस् र निष्कर्षबाट प्राप्त महत्त्वपूर्ण तथ्यहरूलाई कापीमा टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

महत्त्वपूर्ण तथ्यहरू:

यदि $a^x = a^y$ भए $x = y$ हुन्छ ।

यदि $a^x = b^x$ भए $a = b$ हुन्छ ।

यदि $a^x = 1$ भए $x = 0$ हुन्छ ।

नोट

❖ आधारहरू बराबर भएको अवस्थामा घाताङ्क बराबर हुन्छन् ।

जस्तै : $a^m = a^n$ हुँदा $m = n$ जहाँ $a \neq 0, a \neq 1$

❖ के सबै अवस्थामा आधारहरू बराबर हुँदा घाताङ्क बराबर हुन्छन् त ?

जस्तै:

(अ) $1^2 = 1^3$ हुँदा

2 र 3 बराबर किन हुँदैन ? सोबारे कक्षामा छलफल गराउनुहोस् ।

(विशेष सर्तहरू र आधारभूत सिद्धान्तहरू)

(आ) $0^2 = 0^3$ हुँदा

2 र 3 बराबर किन हुँदैन ? सोबारे कक्षामा छलफल गराउनुहोस् ।

(विशेष सर्तहरू र आधारभूत सिद्धान्तहरू)

क्रियाकलाप – 2

(क) घाताङ्कयुक्त समीकरणको प्रकृति र सोसम्बन्धी समस्याहरू राखी कक्षामा छलफल गराई दिइएका प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

प्रश्नहरू

1. $4^x = 4^2$

2. $5^{x-1} = 125$

3. $3^x \times 2^4 = 48$

3. $4^{x-2} = 0.25$

समाधानहरू

1. $4^x = 4^2$ [दुवै पक्षमा समान आधार भएका समीकरण]

यहाँ दुवै पक्षमा आधार बराबर हुँदा घाताङ्क पनि बराबर हुन्छ त्यसकारण $x = 2$

जाँचेर हेर्न लगाउनुहोस् ।

यहाँ, x को मान 2 राख्दा,

$$4^2 = 4^2$$

$16 = 16$ सो समीकरण मान्य भयो ।

त्यसकारण $a^x = a^y$ छ भने $x = y$ हुन्छ भन्ने नियम टिप्न लगाउनुहोस् ।

2. $5^{x-1} = 125$ [फरक आधार भएका समीकरण, जसलाई समान आधार बनाउन सकिन्छ]

$$\Rightarrow (5)^{x-1} = (5)^3$$

यहाँ आधार एउटै भएकाले, घाताङ्कहरू बराबर हुन्छन् ।

$$\Rightarrow x - 1 = 3$$

$$\Rightarrow x = 3 + 1$$

$$\Rightarrow x = 4$$

परीक्षण गर्दा, $x = 4$

$$5^{4-1} = 125$$

$$5^3 = 125$$

$125 = 125$ सो समीकरण मान्य भयो ।

3. $3^x \times 2^4 = 48$ [सरल गरेर आधार समान बनाउन सकिन्छ]

$$\Rightarrow 3^x = \frac{48}{2^4}$$

$$\Rightarrow 3^x = \frac{2^4 \times 3}{2^4}$$

$$\Rightarrow 3^x = 2^{4-4} \times 3$$

$$\Rightarrow 3^x = 2^0 \times 3$$

$$\Rightarrow 3^x = 1 \times 3$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^1$$

त्यसकारण, $x = 1$

परीक्षण गर्दा, $x = 1$ राख्दा,

$$3^1 \times 2^4 = 48$$

$$3 \times 16 = 48$$

$48 = 48$ सो समीकरण मान्य भयो ।

4. $4^{x-2} = 0.25$

यहाँ,

$$\Rightarrow (2^2)^{x-2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 2^{2x-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2^{2x-4} = 2^{-2} \quad [\text{समान आधार भएमा}]$$

$$\Rightarrow 2x - 4 = -2$$

$$\Rightarrow 2x = -2 + 4$$

$$\Rightarrow 2x = 2$$

$$\therefore x = 1$$

परीक्षण गर्दा, $x = 1$ राख्दा

$$\Rightarrow 4^{1-2} = 0.25$$

$$\Rightarrow 4^{-1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{सो समीकरण मान्य भयो ।}$$

मूल्याङ्कन

5. $2^x = 8$ भए x को मान कति हुन्छ ?

6. यदि $a^x = a^{e+2} \times a^{f-2}$ भए x लाई e र f को रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

7. हल गर्नुहोस् :

(अ) $4^{x-1} = 2^{x+1}$

(आ) $5 \times 25^x = 125^{x+1}$

(इ) $2^{x-3} = 0.125$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 187 को अभ्यास 9.1 को 2 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

सिकाइ उपलब्धि

(क) घाताङ्कयुक्त समीकरण हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टपेपरहरू, फ्लास कार्डहरू

क्रियाकलाप – 1

(क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो दिनको घाताङ्कयुक्त समीकरणसम्बन्धी नियम पुनरवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 184 मा भएका उदाहरणहरू छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरहरूमा लेखिएका प्रश्नहरू समूहहरूमा बाँड्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. $3^{x+1} + \frac{3^{x+2}}{3} = 18$

2. $2^{3x-5} \times a^{x-2} = 2^{x-2} \times a^{1-x}$

3. $3^{x+4}\sqrt{4^{x+8}} = \sqrt[6]{128}$

समाधान

1. $3^x \times 3^1 + \frac{3^{x+2}}{3} = 18$

$$\Rightarrow 3^x \times 3^1 + 3^{x+2-1} = 18 \left[\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \text{ हुन्छ ।} \right]$$

$$\Rightarrow 3^x \times 3^1 + 3^{x+1} = 18$$

$$\Rightarrow 3^x \times 3^1 + 3^x \times 3^1 = 18 \quad [x^m \times x^n = x^{m+n} \text{ हुन्छ ।}]$$

$$\Rightarrow 3^x (3 + 3) = 18 \quad [3^x \text{ साभ्ना लिँदा}]$$

$$\Rightarrow 3^x \times 6 = 18$$

$$\Rightarrow 3^x = \frac{18}{6}$$

$$\Rightarrow 3^x = 3$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^1 \quad [\text{दुवैतिर आधार बराबर भएकाले घाताङ्क पनि बराबर हुन्छन् ।}]$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$2. \quad 2^{3x-5} \times a^{x-2} = 2^{x-2} \times a^{1-x}$$

यहाँ,

$$\Rightarrow \frac{2^{3x-5} \times a^{x-2}}{2^{x-2} \times a^{1-x}} = 1 \quad [\text{दायाँ पक्षले बायाँ पक्षलाई भाग गर्दा}]$$

$$\Rightarrow 2^{3x-5-x+2} \times a^{x-2-1+x} = 1 \quad [\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \text{ हुन्छ}]$$

$$\Rightarrow 2^{2x-3} \times a^{2x-3} = 1$$

$$\Rightarrow (2a)^{2x-3} = 1 \quad [x^m \times x^n = (xy)^m \text{ हुन्छ}]$$

$$\Rightarrow (2a)^{2x-3} = (2a)^0 \quad [x^0 = 1 \text{ बायाँतर्फ आधार } 2a \text{ भएकाले दायाँतर्फको } 1 \text{ लाई पनि आधार}$$

$2a$ को घाताङ्कको शून्य भएकाले]

$$\Rightarrow 2x - 3 = 0 \quad [\text{दुवैतर्फ आधार बराबर भएकाले}]$$

$$\Rightarrow 2x = 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$3. \quad 2x+4\sqrt{4^{x+8}} = 6\sqrt{128}$$

समाधान,

$$\Rightarrow (4^{x+8})^{\frac{1}{2x+4}} = (128)^{1/6} \quad [\sqrt[n]{a} = a^{1/n} \text{ हुन्छ}]$$

$$\Rightarrow 4^{\frac{x+8}{2x+4}} = (2^7)^{1/6} \quad [(x^m)^n = x^{mn} \text{ हुन्छ}]$$

$$\Rightarrow (2^2)^{\frac{x+8}{2(x+2)}} = 2^{7/6} \quad [\text{साभ्ना } 2 \text{ काटेको}]$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{x+8}{x+2}} = 2^{7/6}$$

$$\therefore \frac{x+8}{x+2} = \frac{7}{6} \quad [\text{दुवैतिर आधार बराबर भएकाले घाताङ्क पनि बराबर भएको}]$$

$$\Rightarrow 6(x+8) = 7(x+2)$$

$$\Rightarrow 6x + 48 = 7x + 14$$

$$\Rightarrow 6x - 7x = 14 - 48$$

$$\Rightarrow -x = -34$$

$$\therefore x = 34$$

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 187 को प्रश्न नम्बर 3 को (ग) देखि (ज) सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप – 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 185 मा भएका उदाहरणहरू र तिनको समाधानबारे छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) समूहको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. हल गर्नुहोस् :

$$(अ) 4^x + \frac{1}{4^x} = 16\frac{1}{16}$$

$$(आ) 5^{x+1} + 5^{2-x} = 126$$

उत्तरहरू

$$(अ) 4^x + \frac{1}{4^x} = 16\frac{1}{16}$$

$$\text{समाधान } 4^x + \frac{1}{4^x} = \frac{257}{16}$$

अब, मानौं $4^x = a$ ----- (i) [एउटा पदको अंशमा 4^x र अर्को पदको हरमा $4^x = a$ लिने]

$$\Rightarrow a + \frac{1}{a} = \frac{257}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + 1}{a} = \frac{257}{16} \text{ [ल.स. } a \text{ लिँदा]}$$

$$\Rightarrow 16(a^2 + 1) = 257 a \text{ [क्रस गुणन गर्दा]}$$

$$\Rightarrow 16a^2 + 16 = 257 a$$

$$\Rightarrow 16a^2 - 257a + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 16a^2 - 256a - 1a + 16 = 0 \text{ [गुणन गर्दा } 256 \text{ हुने र जोड } 257 \text{ हुने गरी खण्डीकरण गर्दा]}$$

$$\Rightarrow 16a(a - 16) - 1(a - 16) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 16)(16a - 1) = 0$$

अथवा,

$$a - 16 = 0$$

$$a = 16$$

$$4^x = 4^2 \text{ [a को मान प्रतिस्थापन गर्दा]}$$

$$\text{अतः } x = 2$$

वा,

$$\Rightarrow 16a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16a = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{16}$$

$$4^x = \frac{1}{4^2} \text{ [a को मान प्रतिस्थापन गर्दा]}$$

$$\Rightarrow 4^x = 4^{-2}$$

$$\Rightarrow x = -2$$

अतः x का मानहरू 2 र -2 हुन्छ ।

$$\text{(आ)} \quad 5^{x+1} + 5^{2-x} = 126$$

$$\Rightarrow 5^x \times 5^1 + 5^2 \times 5^{-x} = 126 \quad [x^{a+b} = x^a \times x^b \text{ हुन्छ }]$$

$$\Rightarrow 5^x \times 5 + \frac{5^2}{5^x} = 126 \quad [a^{-m} = \frac{1}{a^m} \text{ हुन्छ }]$$

$$\text{अब मानौं } 5^x = a$$

$$\Rightarrow 5a + \frac{25}{a} = 126$$

$$\Rightarrow \frac{5a^2 + 25}{a} = 126$$

$$\Rightarrow 5a^2 + 25 = 126a$$

$$\Rightarrow 5a^2 + 25 = 126a$$

$$\Rightarrow 5a^2 - 126a + 25 = 0$$

$$\Rightarrow 5a^2 - 125a - 1a + 25 = 0$$

$$\Rightarrow 5a(a - 25) - 1(a - 25) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 25)(5a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow a - 25 = 0 \text{ ----- (i)}$$

$$5a - 1 = 0 \text{ ----- (ii)}$$

$$\text{अथवा, } a - 25 = 0$$

$$\text{वा, } 5a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 25$$

$$\Rightarrow 5a = 1$$

$$\Rightarrow 5^x = 5^2$$

$$\therefore x = 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 5^x = 5^{-1}$$

$$\therefore x = -1$$

अतः x को मान -1, 2 हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

2. हल गर्नुहोस् : $5 \times 4^{x+1} - 16^x = 64$

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 187, 188 को प्रश्न न. 3 र 4 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) सर्तसहितका घाताङ्कयुक्त समीकरण प्रमाणित गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नमा लेखिएका ससाना चार्टपेपर, फ्याक्स कार्ड

क्रियाकलाप – 1

(क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो दिनको पाठका महत्त्वपूर्ण बुँदाहरू पुनरवलोकन गर्दै आजको पाठतर्फ ध्यानाकर्षण गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीहरूलाई पृष्ठ न. 186 को उदाहरण 7 छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा बसी कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र प्रश्नको समाधान गर्न सहजीकरण गर्दै जानुहोस् ।

प्रश्नहरू:

1. यदि $x = y^z$, $y = z^x$ र $z = x^y$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् $xyz = 1$

2. यदि $x = 3^{1/3} + 3^{-1/3}$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् : $3x(x^2 - 3) = 10$

समाधानहरू

1. समाधान

यहाँ, $x = y^z$ ----- (i)

$$y = z^x \text{ ----- (ii)}$$

$$z = x^y \text{ ----- (iii)}$$

अब समीकरण (i) बाट,

$$x = y^z$$

$$x = (z^x)^z \quad [\text{समीकरण (ii) बाट } y \text{ को मान प्रतिस्थापना गर्दा }]$$

$$x = (x^y)^{xz} \quad [\text{समीकरण (iii) बाट } z \text{ को मान प्रतिस्थापना गर्दा }]$$

$$x^1 = x^{xyz} \quad [(x^m)^n = x^{mn} \text{ हुन्छ }]$$

$$1 = xyz \quad [\text{दुवैतिरका आधारहरू बराबर भएकाले घाताङ्कहरू पनि बराबर हुनाले }]$$

$$xyz = 1 \text{ प्रमाणित भयो ।}$$

2. समाधान

$$\text{यहाँ दिइएको सर्त, } x = 3^{1/3} + 3^{-1/3} \text{ ----- (i)}$$

$$\text{प्रमाणित गर्नुपर्ने, } 3x(x^2 - 3) = 10$$

$$\Rightarrow x = 3^{1/3} + 3^{-1/3}$$

$$\Rightarrow x^3 = (3^{1/3} + 3^{-1/3})^3 \quad [\text{दुवैतिर घन गर्दा }]$$

$$\Rightarrow x^3 = (3^{1/3})^3 + (3^{-1/3})^3 + 3 \cdot 3^{1/3} \cdot 3^{-1/3} (3^{1/3} + 3^{-1/3}) \quad [(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \text{ हुनाले }]$$

$$\Rightarrow x^3 = 3^1 + 3^{-1} + 3 \cdot 3^{1/3 - 1/3} \cdot x \quad [\text{समीकरण 1 बाट मान प्रतिस्थापन गरेको }]$$

$$\Rightarrow x^3 = 3 + \frac{1}{3} - 3 \cdot 3^0 \cdot x$$

$$\Rightarrow x^3 = 3 + \frac{1}{3} + 3 \cdot 1 \cdot x \quad [a^0 = 1 \text{ हुनाले }]$$

$$\Rightarrow x^3 = 3 + \frac{1}{3} + 3x$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x = \frac{9+1}{3} \quad [\text{ल.स. 3 भएकाले }]$$

$$\Rightarrow x(x^2 - 3) = \frac{10}{3} \quad [\text{साभ्ना } x \text{ लिएको }]$$

$$\Rightarrow 3x(x^2 - 3) = 10$$

$$\Rightarrow 3x^2(x - 3) = 10 \quad \text{प्रमाणित भयो ।}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

3. यदि $x = 2^{1/3} - 2^{-1/3}$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$2x^3 + 6x - 3 = 0$$

4. दिइएको समीकरण $4 \times 3^{x+1} - 9^x - 27 = 0$ को हल गर्नुहोस् र हल गर्दा आउने x को मानहरूले

$$3^x - 4 \times 3^{x+1} + \frac{81}{3} = 0$$
 लाई पनि मान्य हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

5. यदि $2^x = 3^y = 12^z$ भए प्रमाणित गर्नुहोस् ।

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{y} = \frac{2}{x}$$

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तको पृष्ठ न. 188 को अभ्यास 9.1 को 6 र 7 का समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

छैटौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

(क) रेखीय समीकरण (linear equation), वर्ग समीकरण (Quadratic equation) र घाताङ्कयुक्त समीकरण (Exponential equation) हरूसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्या समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, आकर्षणका लागि विभिन्न रङका साइनपेन

क्रियाकलाप – 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्यको विवरण बाँड्नुहोस् ।

रेखीय समीकरण (linear equation), वर्ग समीकरण (Quadratic equation) र घाताङ्कयुक्त समीकरण (Exponential equation) बारेमा एउटा समूहगत प्रस्तुति तयार गर्नुहोस् । उक्त प्रस्तुतिका लागि निम्नलिखित क्षेत्रहरू आवश्यकतानुसार समेट्न सकिने छ :

(ग)

(अ) परिभाषा र स्वरूप

(आ) उदाहरण

(घ)

(इ) उल्लिखित समीकरणबिच भएका समानता एवम् भिन्नताहरू

(ई) केही व्यावहारिक उदाहरणहरू आदि ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

शिक्षकका लागि थप जानकारी

- अन्य विधिहरू मिलेसम्म समावेश गर्नुहोस् ।
- ICT को प्रयोग गर्नुहोस् ।
- सहयोगात्मक सिकाइ विधि प्रयोग गर्नुहोस् ।
- विद्यार्थीलाई बढीभन्दा बढी समस्या समाधानमा सक्रिय गराउनुहोस् ।
- बोर्डमा समस्याहरू दिई विद्यार्थीलाई अनियमित रूपमा छनोट गरी गर्न लगाउनुहोस् ।

पाठ 10

त्रिभुज र चतुर्भुजहरू (Triangle and Quadrilaterals)

परिचय

त्रिभुज र चतुर्भुजसम्बन्धी अध्ययन आधारभूत तहदेखि नै समावेश गरिएका छन्। त्रिभुजका प्रकार, गुणहरू, त्रिभुजका भुजा र कोणबिचको सम्बन्ध समरूप, अनुरूप, यसका सङ्गति भुजा र कोणको सम्बन्ध र त्यस्तै गरी समानान्तर चतुर्भुज, आयत, वर्ग, समबाहु चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज र तिनीहरूका विशेषताहरूको (गुणहरूको) सैद्धान्तिक एवम् प्रयोगात्मक परीक्षण तथा गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने कार्य कक्षा ९ मा नै गरिसकिएको छ।

यस एकाइमा त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफलसम्बन्धी कथनहरूलाई सैद्धान्तिक प्रमाणका आधारमा प्रमाणित गर्ने तरिका र उक्त कथनसँग सम्बन्धित व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ। यस एकाइलाई शिक्षण सिकाइ सहजीकरण गर्न, विभिन्न विधिहरू जस्तै: प्रदर्शन, प्रश्नोत्तर, रचनात्मक क्रियाकलापहरू एवम् व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य आदि प्रयोग र अभ्यास गर्ने कार्यमा जोड दिइएको छ। यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

- (क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरू, त्रिभुजहरू तथा समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजहरूको क्षेत्रफलको सम्बन्ध सैद्धान्तिक रूपमा पुष्टि गर्न
- (ख) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरू, त्रिभुजहरू तथा समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजहरूको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 9 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ।

तसर्थ यस पाठान्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

शिक्षण योजना/पाठयांश विभाजन

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यवस्तुको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	त्रिभुज र चतुर्भुजका विशेषताहरू र क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्रहरूको पुनरवलोकन	2	194 , 195
2.	एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिच रहेका त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफलको सम्बन्ध	2	195 – 196 , 205
3.	एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल, समानान्तर चतुर्भुजको आधा हुन्छ भन्ने सम्बन्ध	1	197 – 199 , 205
4.	एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेका त्रिभुजहरूको सम्बन्ध	1	201 , 201 , 206
5.	त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू समाधान	1	201 – 204

6.	एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका त्रिभुज र चतुर्भुज सम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	209
	जम्मा	9	

पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्व ज्ञान

Kirigami Method र Origami Method प्रयोग गरी अगिल्लो कक्षामा अध्ययन गरेका त्रिभुज र चतुर्भुजसम्बन्धी चित्रहरूलाई आपसमा पट्याउने (Folding) र काट्ने क्रियाकलापहरू गर्नुपर्छ ।

चतुर्भुजसम्बन्धी महत्त्वपूर्ण बुँदाहरू जस्तै :

- एउटा समानान्तर चतुर्भुजको विकर्णले यसलाई समद्विभाजन गर्छ ।
 - वर्गका सबै भागहरू र कोणहरू बराबर हुन्छन् ।
- सम्भव भए सम्म समस्याहरूलाई वास्तविक संसारसँग जोड्न सिकाउनु पर्छ ।

(ख) सिकाइ सहजीकरण गर्दा सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरू

- त्रिभुज र चतुर्भुजको आधार र उचाइ पहिचान गर्न सक्ने गल्ती
- समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्दा, आधारको आसन्न भुजा (Adjacent Side) हरूलाई उचाइ मानी हुने गल्तीहरू
- क्षेत्रफलको एकाइ, वर्ग एकाइ (Square Unit) लेख्न छुटाउने गल्तीहरू
- क्षेत्रफल र परिमितिको बुझाइमा समस्या अर्थात् क्षेत्रफल निकाल्दा परिमितिको सूत्र प्रयोग गर्ने सम्भावना

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका त्रिभुज र चतुर्भुजहरू पहिचान गर्न

(ख) सूत्र प्रयोग गरी त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजका क्षेत्रफल पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

वर्गाकार ग्राफ पेपर, केही कडा खालका कागजका टुक्राहरू, जियोबोर्ड आदि ।

पूर्वज्ञान पुनरावृत्ति क्रियाकलाप

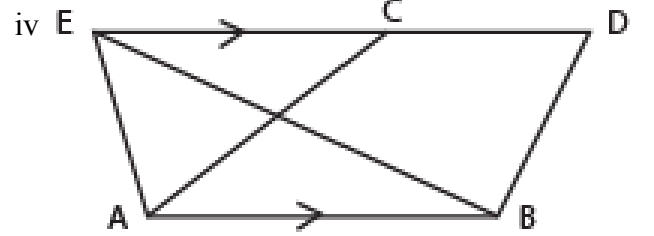
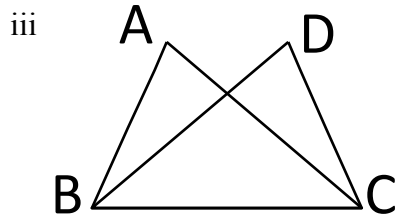
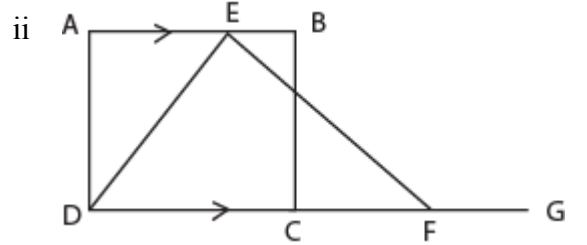
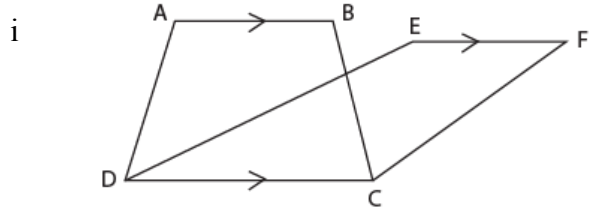
विद्यार्थीबिच विभिन्न त्रिभुज र चतुर्भुजका आकृतिहरूका विशेषताहरू र क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्रहरूका सम्बन्धमा छलफल गरी आएका प्रतिक्रियाअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप – 1

(क) कक्षामा सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहका विद्यार्थीलाई निम्नलिखित चित्रहरूको अवलोकन गर्न

लगाई, आफ्नो समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।



(ग) माथिको चित्रका आधारमा विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरू सोध्नुहोस् :

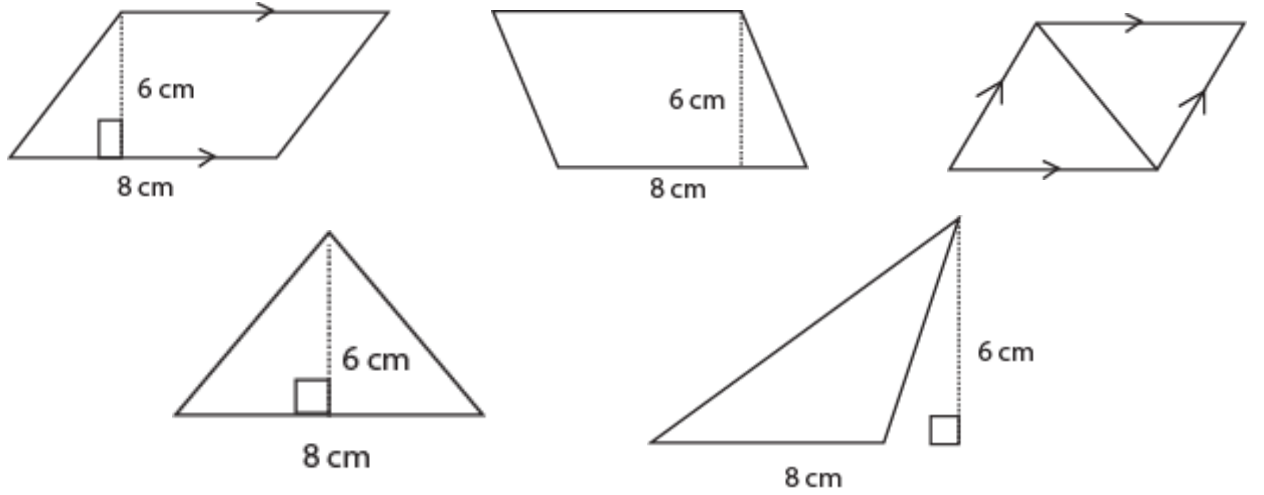
(अ) कुन चित्रमा एउटै आधार र फरक समानान्तर रेखामा चतुर्भुजहरू बनेका छन् ? चतुर्भुजको नाम लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) कुन चित्रमा फरक आधार र उही समानान्तर रेखामा त्रिभुज र चतुर्भुज बनेका छन् ? त्रिभुज र चतुर्भुजको नाम लेख्न लगाउनुहोस् ।

(इ) चित्र न. (iv) मा रहेका एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिचमा रहेका त्रिभुज र चतुर्भुजहरू पहिचान गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप – 2

(क) निम्नलिखित आकारका केही कडा खालका कागजका टुक्राहरू (आधार र लम्ब बराबर भएका) प्रत्येक समूहलाई एक सेट दिनुहोस् ।



(ख) यी क्रियाकलापहरू कागज पट्याउने विधिबाट गराउनुहोस् र विद्यार्थीलाई आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरूको समाधान कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

- समानान्तर चतुर्भुजलाई विकर्णले काट्दा कतिओटा त्रिभुज बने ?
- ती त्रिभुजहरू कुन तथ्यबाट अनुरूप देखाउन सकिन्छ ?
- अनुरूप त्रिभुजको क्षेत्रफल कसरी बराबर हुन्छ ?
- समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउने र नतिजा छलफल गराउने । के ती स.च.हरूको क्षेत्रफल बराबर भयो ? के ती स.च. हरूको उचाइ बराबर नभएको भए क्षेत्रफलहरू बराबर हुन सक्थ्यो ?
- यदि स.च. हरूका आधार एउटै बनाई एउटा स.च. माथि अर्को स.च. खप्दाई राख्दा के माथिल्ला सरल रेखाहरू पनि एउटै सरल रेखा बन्छन् ? किन छलफल गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप – 3

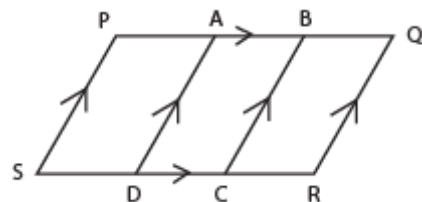
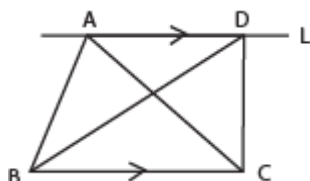
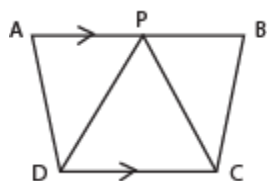
मेकानोस्ट्रिपको प्रयोगबाट समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजको क्षेत्रफल बारेमा प्रयोगात्मक अभ्यास गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

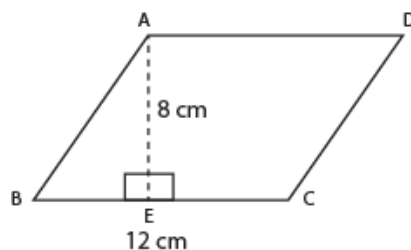
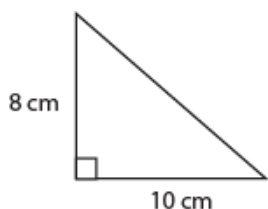
दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

- तलका मध्ये कुन आकृति एउटै आधारमा र उही समानान्तर रेखाहरूबिच रहेका छन् र साभ्ना आधार र दुई समानान्तर रेखाहरू पनि उल्लेख गर्नुहोस् :



- दिइएका आकृतिहरूको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 205 को अभ्यास 10.1 को प्रश्न न. 1 का समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

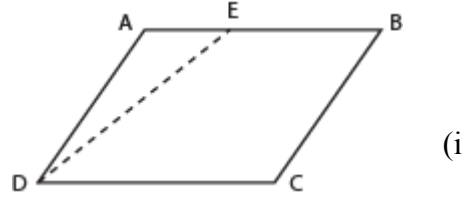
(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका समानान्तर चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफलको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

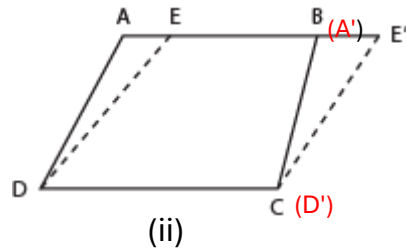
जियो बोर्ड, ग्राफ पेपर, ज्यामितीय बक्स

क्रियाकलाप – 1

(क) एउटा बाक्लो कागजको पानामा चतुर्भुज ABCD कोर्न लगाउनुहोस् । चित्र (i) मा देखाए जस्तै रेखाखण्ड DE कोर्न लगाउनुहोस् । यसलाई जियोबोर्डमा रबड ब्यान्डको प्रयोग गरेर पनि देखाउनुहोस् ।



(ख) अब चित्र (ii) मा देखाए जस्तै एउटा ट्रेसिड कागजको सहायताले त्रिभुज A'D'E' बनाउनुहोस्, जुन त्रिभुज $\triangle ADE$ सँग अनुरूप छ र यसलाई एउटा अलग कागजमा काट्न लगाउनुहोस् । त्यसपछि $\triangle A'D'E'$ लाई रेखाखण्ड BC सँग लगेर जोड्नुहोस् । चित्र (ii) मा देखाए जस्तै एउटै आधार DC र उही समानान्तर रेखाहरू AE' र DC बिचमा स.च. ABCD र स.च. EDCE' रहेको छ ।



यहाँ, $\triangle ADE \cong \triangle A'D'E'$

त्यसैले क्षेत्रफल $(\triangle ADE) = \text{क्षेत्रफल } (\triangle A'D'E')$

स.च. ABCD = $\triangle ADE + \square EBCD$

= $A'D'E + \square EBCD$

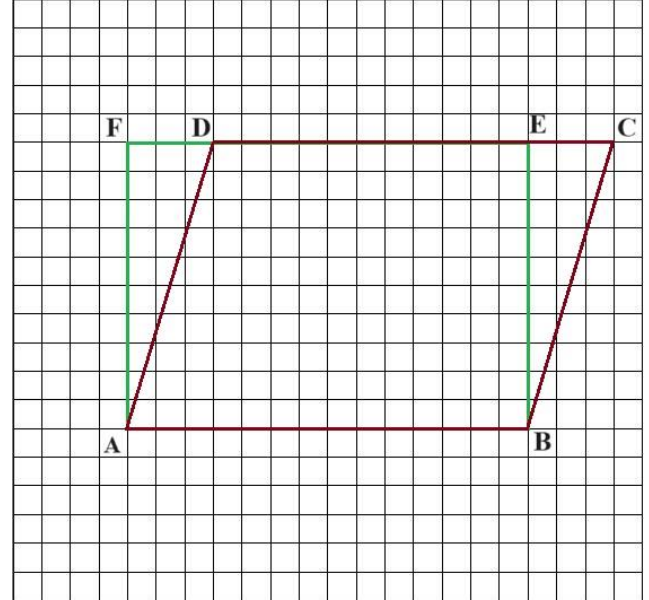
= EDCE'

(ग) यसरी एउटै आधार र दुई समानान्तर चतुर्भुजका क्षेत्रफल बराबर हुन्छन् भनी धारणा निर्माणपछि, विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 195 को साध्य 1 गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

1. दिइएको ग्राफ चित्र अध्ययन गरी तलका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् :

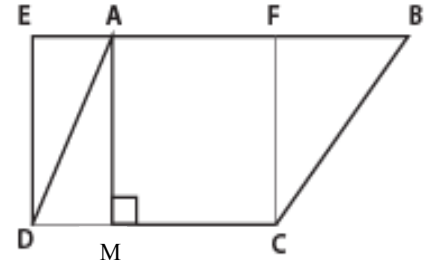
- (अ) स.च. ABCD को ग्राफमा ओगटेको भाग गणना गरी लेख्नुहोस् ।
- (आ) आयत ACEF को ग्राफमा ओगटेको भाग गणना गरी लेख्नुहोस् ।
- (इ) स.च. र आयतले ओगटेका भागहरूको गणनाबाट के कस्तो नतिजा प्राप्त हुन्छ ? लेख्नुहोस् ।



2. दिइएको चित्रमा एउटा स.च. ABCD र आयत EDCF एउटै आधार DC र उही समानान्तर रेखाहरू EB र DC बिच रहेका छन् भने,

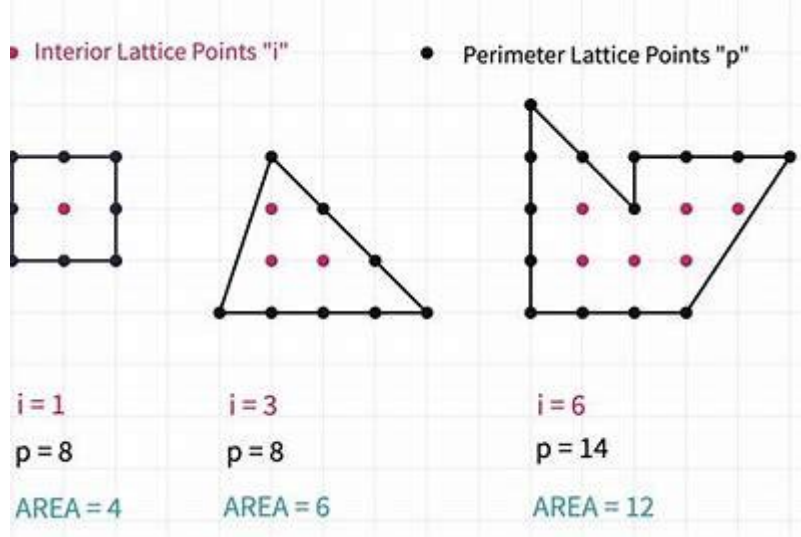
(अ) स.च. ABCD को क्षेत्रफल र आयत EDCF को क्षेत्रफलमा कस्तो सम्बन्ध हुन्छ ?

(आ) यदि आधार $DC = 6$ cm र उचाइ $(AM) = 5$ cm भए आयत EDCF र स.च. ADCB को क्षेत्रफल कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप – 2

खेल: Pick's theorem बाट माथिको जस्तै समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने खेल खेलाउनुहोस् । तलका उदाहरणहरू हेर्नुहोस् र सोहीअनुसार अन्य खेलहरू निर्माण गर्नुहोस् :

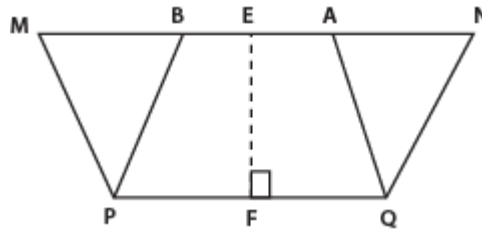


गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 205 को अभ्यास 10.1 को 2 का समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप – 3

(क) एउटै आधार PQ र उही समानान्तर रेखाहरू PQ र MN बिच रहेका समानान्तर चतुर्भुज PQAM र समानान्तर चतुर्भुज PQNB को क्षेत्रफल बराबर हुन्छ भनी कक्षाकोठामा विद्यार्थीलाई क्षेत्रफलको सूत्र प्रयोग गरेर पनि प्रमाणित गर्न सकिन्छ भन्ने धारणा निर्माण गराउनुहोस् ।



(ख) निम्न चरणहरू अपनाउन लगाउनुहोस् ।

चरण I : समस्याको पहिचान (Understanding the problem)

थाहा दिइएको र प्रमाणित गर्नुपर्ने धारणा छलफलबाट दिन लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : यहाँ एउटै आधार PQ र उही समानान्तर रेखाहरू PQ र MN बिचमा समानान्तर चतुर्भुजहरू PQAM र PQNB बनेका छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : स.च. PQAM को क्षेत्रफल = स.च. PQNB को क्षेत्रफल

चरण II : योजना निर्माण (Making Plan)

उक्त साध्य हल गर्न यदि आवश्यक परेमा जुक्ति वा रचना गर्नुपर्ने धारणा दिने

[नोट : यदि दिइएका जानकारीहरू सिधै प्रयोग गर्न नसकिने र ज्यामितीय चित्रहरूबिच सम्बन्ध खोजी गर्न केही थप रेखाहरू सिद्धान्तमा रही रचना गर्नुपर्ने वा जुक्तिका रूपमा व्यक्त गर्नुपर्ने हुन्छ ।]

रचना : रेखा MN को कुनै बिन्दु E बाट PQ मा EF लम्ब खिचौं ।

चरण III : योजनाको कार्यान्वयन (Carrying out the plan)

यस चरणमा विद्यार्थीलाई निष्कर्षमा पुऱ्याउन ज्यामितीय साध्यलाई प्रमाणित गर्न तथ्य र कारणहरू क्रमबद्ध लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रमाण

तथ्यहरू	कारणहरू
1. स.च. PQAM को क्षेत्रफल = $PQ \times EF$	1. स.च. को क्षेत्रफल = आधार \times उचाइ हुने भएकाले
2. स.च. PQNB को क्षेत्रफल = $PQ \times EF$	2. स.च. को क्षेत्रफल = आधार \times उचाइ हुने भएकाले
3. स.च. PQAM को क्षेत्रफल = स.च. PQNB को क्षेत्रफल	3. तथ्य 1 र 2 बाट (बराबरी तथ्यअनुसार)

चरण IV: परीक्षण (OLoking Back)

तर्कपूर्ण तथ्यहरूलाई पुनः एक पटक दोहोऱ्याएर हेर्न लगाउनुहोस् । यसलाई अर्को कुनै जुक्ति लगाएर पनि प्रमाणित गर्न सकिन्छ कि फेरि विचार गर्ने बानी विद्यार्थीमा प्रोत्साहित गराउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 195 को साध्य 1 चरणबद्ध रूपमा प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् र त्यस्तै उदाहरण 1 को समस्यामा पनि छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(अ) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका समानान्तर चतुर्भुज र आयतको क्षेत्रफल बराबर

हुन्छ ?

(आ) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका समानान्तर चतुर्भुज र वर्गको क्षेत्रफल बराबर

हुन्छ ?

(इ) के एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच समानान्तर चतुर्भुज र वर्ग सम्भव हुन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।

पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेको समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

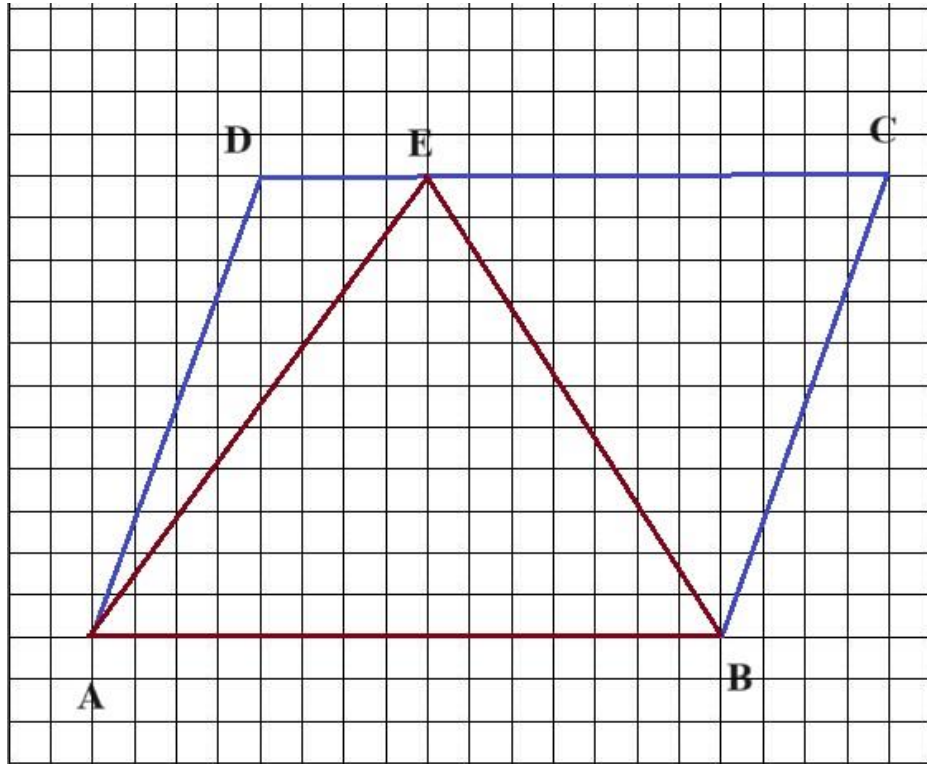
शैक्षणिक सामग्री

जियो बोर्ड, ग्राफ पेपर, ज्यामितीय बक्स

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाकोठामा विद्यार्थीको सङ्ख्याअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा ग्राफ पेपर (graph sheet) दिनुहोस् र चित्रमा देखाइएअनुसार एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच त्रिभुज ABE र चतुर्भुज ABCD रचना गर्न लगाउनुहोस् ।



(ग) त्रिभुज र स.च. का क्षेत्रहरू आकृतिले घेरिएका (Number of complete square enclosed by the figure) वर्ग आकारका कोठाहरू गणना गर्न लगाई टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

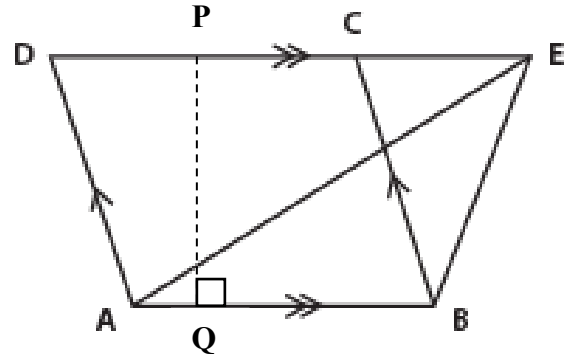
(ग) आधाभन्दा बढी भागहरू आकृतिले घेरिएका वर्गहरूको सङ्ख्या र तिनीहरूको आधा भागहरू घेरिएको वर्गहरूको सङ्ख्या गणना गर्न लगाउनुहोस् । आधा भागभन्दा कम भागहरू चित्रद्वारा घेरिएका वर्गहरूलाई बेवास्ता (Ignore) गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई प्रश्न गर्नुहोस् ? त्रिभुज र स.च.को गणनाबाट के नतिजा प्राप्त भयो ? प्रत्येक समूहको नतिजा कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) यसरी प्राप्त नतिजालाई चरणबद्ध रूपमा सैद्धान्तिक प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) समानान्तर चतुर्भुज ABCD र त्रिभुज EAB एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र DE बनेका छन् भने ΔEAB को क्षेत्रफल र चतुर्भुज ABCD को आधा हुन्छ भनी प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।



(ख) निम्न चरणहरू अपनाउन लगाउनुहोस् :

चरण I : समस्याको पहिचान

थाहा दिइएको र प्रमाणित गर्नुपर्ने धारणा छलफलबाट दिन लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र DE बिचमा त्रिभुज EAB र स.च. ABCD बनेका छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : ΔEAB को क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ स.च. ABCD को क्षेत्रफल

चरण II : योजना निर्माण

उक्त साध्य प्रमाणित गर्न यदि आवश्यक परेमा जुक्ति वा रचना गर्नुपर्ने धारणा दिने

रचना : रेखा DE को कुनै बिन्दु P बाट AB मा PQ लम्ब खिचौं ।

चरण III : योजनाको कार्यान्वयन

यस चरणमा विद्यार्थीलाई निष्कर्षमा पुऱ्याउन ज्यामितीय साध्यहरूलाई प्रमाणित गर्न तथ्य र कारणहरू क्रमबद्ध लेख्न लगाउनुहोस् ।

तथ्यहरू	कारणहरू
1. ΔEAB को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AB \times PQ$	1. त्रिभुजको क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} b \times h$
2. स.च. ABCD को क्षेत्रफल $= AB \times PQ$	2. स.च. को क्षेत्रफल $= b \times h$
3. ΔEAB को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ स.च. ABCD को क्षेत्रफल	3. तथ्य (1) र (2) बाट बराबरी तथ्यअनुसार

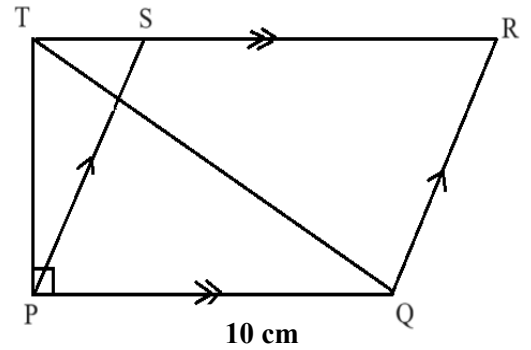
चरण IV : परिणामलाई जाँच

तर्कपूर्ण तथ्यहरूलाई पुनः एक पटक दोहोर्याएर हेर्न लगाउनुहोस् र यसलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 198 को साध्य 2 तरिकाबाट गर्न प्रोत्साहित गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रका आधारमा ΔPQT को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (i) दिइएको चित्रका आधारमा स.च. PQRS को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ii) दिइएको त्रिभुज र स.च. को सम्बन्ध लेख्नुहोस् । **8 cm**



गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 205 को अभ्यास 10.1 को प्रश्न 2 का समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

छैटौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफलको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

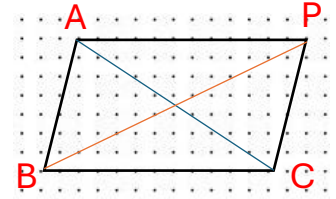
क्रियाकलाप – 1

(क) कक्षाकोठामा विद्यार्थीलाई जियो बोर्ड (Geo Board) मा रबर ब्यान्डको प्रयोग गरेर एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफलको धारणा निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) ΔABC को क्षेत्रफल गणना गरी पत्ता लगाउने

ΔPBC को क्षेत्रफल गणना गरी पत्ता लगाउने

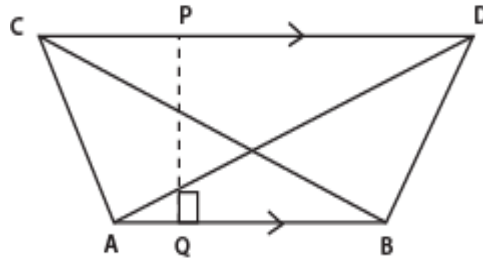
(ग) प्राप्त नतिजालाई निष्कर्ष निकाली छलफल गर्न लगानुहोस् ।



क्रियाकलाप – 2

(क) यसरी एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफलको धारणा निर्माण पछि निम्नलिखित चरणहरू अपनाई सैद्धान्तिक प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

चरण I : समस्याको पहिचान



थाहा दिइएको र प्रमाणित गर्नुपर्ने धारणा छलफलबाट दिन लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको : एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखाहरू AB र CD बिचमा त्रिभुजहरू ABC र ABD रहेका छन् ।

प्रमाणित गर्नु पर्ने : ΔABC को क्षेत्रफल = ΔABD को क्षेत्रफल

चरण II : योजना निर्माण

उक्त साध्य हल गर्न यदि आवश्यक परेमा जुक्ति वा रचना गर्नुपर्ने धारणा दिने

रचना : रेखा CD को कुनै बिन्दु P बाट AB मा PQ लम्ब खिचन लगाउनुहोस् ।

चरण III : योजना कार्यान्वयन

यस चरणमा विद्यार्थीलाई निष्कर्षमा पुऱ्याउन ज्यामितीय साध्यहरूलाई प्रमाणित गर्न तथ्य र कारणहरू क्रमबद्ध लेखन लगाउनुहोस् ।

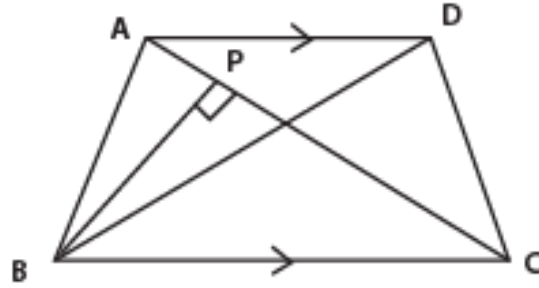
तथ्यहरू	कारणहरू
1. ΔABC को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} AB \times PQ$	1. Δ को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार \times उचाइ
2. ΔABD को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} AB \times PQ$	2. Δ को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार \times उचाइ
3. ΔABC को क्षेत्रफल $= \Delta ABD$ को क्षेत्रफल	3. तथ्य (1) र (2) बाट (बराबरी तथ्यअनुसार)

चरण IV : परिणामलाई जाँच

तर्कपूर्ण तथ्यहरूलाई एक पटक दोहोर्‍याएर हेर्न लगाउनुहोस् र यसलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 200 को साध्य 3 गर्न प्रोत्साहित गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रमा ABC र BCD एउटै आधार BC र उही समानान्तर रेखाहरू AD र BC बिच रहेका छन् । बिन्दु B बाट AC मा लम्ब खिचिएको छ ।



(अ) त्रिभुज BAD को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने त्रिभुजको नाम लेख्नुहोस् ।

(आ) यदि $AC = 18 \text{ cm}$ र $BP = 10 \text{ cm}$ भए त्रिभुज BCD को क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 206 को अभ्यास 10.1 को प्रश्न 3 को सबै प्रश्नहरूको समाधान गर्नुहोस् ।

सातौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) साध्य 1, 2, र 3 का कथनहरूको प्रयोग गरी पाठ्यपुस्तक पृष्ठ न. 206 को अभ्यास 10.1 मा भएको प्रश्न नं. 4 का गणितीय समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामिति बक्स

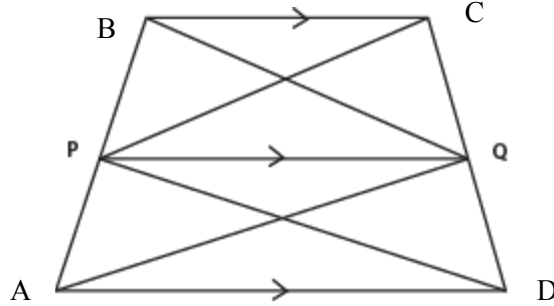
क्रियाकलाप - 1

(क) अगिल्लो कक्षामा अध्ययन गरिएको कथनहरूलाई पुनरवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रश्न न. 4 मा रहेको कुनै एउटा प्रश्न कक्षाकोठामा विद्यार्थीलाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न

दिइएको चित्रमा ABCD एउटा समलम्ब चतुर्भुज हो, जसमा $AD \parallel PQ \parallel BC$ छन् । ΔAQB को क्षेत्रफल र ΔDPC को क्षेत्रफल बराबर हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।



चरण I : समस्याको पहिचान (Understanding the problem)

चित्रको अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् र थाहा दिएको र प्रमाणित गर्नु पर्ने धारणाहरू कक्षाकोठामा छलफल गराउनुहोस् ।

थाहा दिइएको बाट : यहाँ ABCD एउटा स.ल.च. छ, जहाँ, $AD \parallel PQ \parallel BC$ छन् ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : ΔAQB को क्षेत्रफल = ΔDPC को क्षेत्रफल

चरण II : योजना निर्माण (Making Plan)

उक्त साध्य प्रमाणित गर्न आवश्यक परेमा मात्र रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

चरण III : योजनाको कार्यान्वयन (Plan Implementation)

यस चरणमा विद्यार्थीलाई निष्कर्षमा पुऱ्याउन ज्यामितीय समस्याहरूलाई प्रमाणित गर्न तथ्य र कारणहरू क्रमबद्ध लेख्न लगाउनुहोस् ।

तथ्यहरू	कारणहरू
1. $\Delta APQ = \Delta DPQ$	1. एउटै आधार PQ र उही समानान्तर रेखाहरू PQ र AD बिच बनेका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल बराबर हुनाले
2. $\Delta PQB = \Delta PQC$	2. कारण (1) जस्तै
3. $\Delta APQ + \Delta PQB = \Delta DPQ + \Delta PQC$	3. तथ्य (1) र (2) लाई जोड्दा
4. $\Delta AQB = \Delta DPC$	4. सिङ्गो टुक्रे तथ्यअनुसार

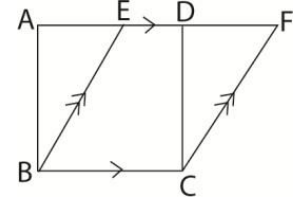
यसरी निष्कर्षमा,

ΔAQB को क्षेत्रफल = ΔDPC को क्षेत्रफल बराबर भयो ।

(ग) यस्तै प्रकारका प्रश्नहरू पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 201 देखि 204 सम्म, उदाहरण 3 देखि 7 सम्मका प्रश्नहरू कक्षाकोठामा विद्यार्थीमाझ छलफल गराई प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

दिइएको चित्रमा एउटै आधार BC र उही समानान्तर रेखाहरू AF र BC समानान्तर चतुर्भुज EBCF र वर्ग ABCD छन् ।

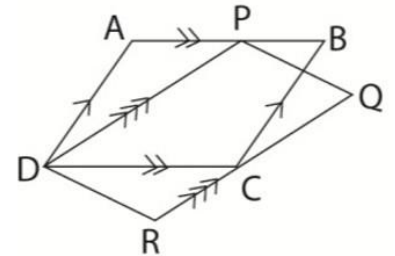


(अ) वर्ग र समानान्तर चतुर्भुजमा मिल्ने कुनै एउटा गुण लेख्नुहोस् ।

(आ) प्रमाणित गर्नुहोस् : स.च. EBCF = वर्ग ABCD को क्षेत्रफल

(इ) दिइएको चित्रमा ABCD र PQRD दुई समानान्तर चतुर्भुजहरू हुन् प्रमाणित गर्नुहोस् :

स.च. ABCD को क्षेत्रफल = स.च. PQRD को क्षेत्रफल



गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 206 देखि 209 सम्म रहेका अभ्यास 10.1 को प्रश्न नं. 4 का समस्याहरू प्रमाणित गर्नुहोस् ।

आठौं र नवौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका समानान्तर चतुर्भुज, त्रिभुजको सम्बन्धका बारेमा व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ग्राफ पेपर, फरक फरक रडका सिसाकलम, ज्यामिति बक्स

क्रियाकलाप – 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई व्यावहारिक समस्याहरू समाधानको विवरण लेखिएका एक एकओटा चार्टपेपर दिनुहोस् ।

ग्राफ पेपर वा वर्गाङ्कित कागजमा फरक फरक रड प्रयोग गरी एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिच बनेका :

- i. समानान्तर चतुर्भुजहबिचको सम्बन्ध
- ii. समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुजको सम्बन्ध
- iii. त्रिभुजहरूको सम्बन्ध स्पष्ट देखिने गरी तयार पार्नुहोस् ।

- (ग) प्रत्येक समूहले तयार पारेको कार्यलाई कक्षा कोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) अन्त्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र आआफ्नो समूहको सक्रियताका आधारमा रुब्रिक्सको सहायताले मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप – 2

विद्यार्थीबिच मेकानोस्ट्रिप्सको प्रयोग गरी विभिन्न समानान्तर चतुर्भुजहरू, समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुज तथा त्रिभुजहरूको सम्बन्धहरू प्रयोगात्मक रूपमा जाँच गर्न लगाउनुहोस् ।

नमुना रुब्रिक्स

व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

समूहगत व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

क्षेत्र	आधार	सूचक	अङ्क	प्राप्ताङ्क
1	गणितीय ज्ञानको शुद्धता	त्रिभुज एवम् समानान्तर चतुर्भुजहरूसँग सम्बन्धित सम्बन्धहरू र क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित अवधारणाहरू ग्राफ पेपरबाट तयार गर्न तथा गणना कार्यहरूमा कुनै त्रुटि नभएको	2	
		त्रिभुज एवम् समानान्तर चतुर्भुजहरूसँग सम्बन्धित सम्बन्धहरू र क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित अवधारणाहरू ग्राफ पेपरबाट तयार सही ढङ्गबाट तयार गरिएको तर गणना कार्यहरूमा केहि त्रुटि भएको तर आवश्यकता सल्लाह प्राप्त गर्दा तुरुन्त सटिक रूपमा सुधार गरेमा	1.5	
		त्रिभुज एवम् समानान्तर चतुर्भुजहरूसँग सम्बन्धित सम्बन्धहरू र क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित अवधारणाहरू ग्राफ पेपरबाट तयार गर्दा केही त्रुटिहरू भएका तथा गणना कार्यहरूमा पनि केही त्रुटि भएको	1	
		त्रिभुज एवम् समानान्तर चतुर्भुजहरूसँग सम्बन्धित सम्बन्धहरू र क्षेत्रफलसँग सम्बन्धित अवधारणाहरू ग्राफ पेपरबाट तयार गर्दा अत्यधिक त्रुटिहरू भएका तथा गणना कार्यहरूमा पनि धेरै ठाउँहरूमा त्रुटि भएको	0.5	

विद्यार्थी व्यक्तिगत व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स अनुसूची २ प्रयोग गर्नुहोस् ।

शिक्षकका लागि थप जानकारी

- विद्यार्थीको भावनाअनुरूप सूचना र सञ्चार प्रविधि (ICT) को प्रयोग गर्ने
- व्यक्तिगत तथा साना साना समूह कार्य गर्ने
- जियोबोर्ड र Graph Sheet बाट क्षेत्रफलसम्बन्धी ज्यामितीय धारणा निर्माण गर्ने

पाठ 11 रचना (Construction)

परिचय

ज्यामितीय रचना ज्यामितिमा एक आधारभूत सिप वा कला हो । ज्यामितीय रचनाका मदतले कोण, सरल रेखाखण्ड र विभिन्न प्रकारका बहुभुज, चाप र अन्य धेरै ज्यामितीय आकृति कोर्न सकिन्छ । यस सिपले विद्यार्थीमा ज्यामितीय वस्तुहरूका बारेमा कल्पना गर्न, तर्क गर्ने क्षमताको विकास गराउनुका साथै गणितीय प्रमाणहरूका आधार बलियो बनाउँछ । रचना गर्ने सिपले त्रिभुज र चतुर्भुजको गुणहरूसँग सम्बन्धित विभिन्न समस्याहरू समाधान गर्न सक्छ । त्यस्तै गरी यसले वस्तुकला, इन्जिनियरिङ डिजाइन दैनिक कार्यमा आउने आकारहरूको निर्णय पनि गर्न सकिन्छ ।

विभिन्न त्रिभुज र चतुर्भुजहरूको रचना गर्ने कार्य कक्षा 8 र 9 मा नै गरिसकिएको छ । यस एकाइमा बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र चतुर्भुजको रचना गर्ने सिप वा तरिका समावेश गरिएको छ ।

पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठमा बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र चतुर्भुजको रचना गर्न सक्ने सिकाइ उपलब्धि रहेका छन् । यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र चतुर्भुजको रचना गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 8 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ ।

तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

शिक्षण योजना / पाठयांश विभाजन

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	समानान्तर चतुर्भुजहरूको गुणहरूको पुनरवलोकन तथा वर्गाङ्कित कागजका माध्यमबाट त्रिभुज र चतुर्भुजको सम्बन्धको खोजी	1	210
2.	बराबर क्षेत्रफल भएका दुईओटा समानान्तर चतुर्भुजहरूको रचना	1	211,212,219
3.	बराबर क्षेत्रफल भएका दुईओटा त्रिभुजहरू रचना	1	213,214,219
4.	बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजहरूको रचना	1	215,216,219
5.	दिइएको चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने त्रिभुजको रचना	2	217,218,220
6.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	211,212,219
	जम्मा	8	

पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

1. कम्पास र रूलरको प्रयोग गरी 0° देखि 180° सम्मका कोणहरू खिच्न
2. कोणहरूलाई चाँदले मापन गर्ने सिप विकास
3. विभिन्न प्रकारका त्रिभुज र चतुर्भुजहरूको विशेषताहरू थाहा पाउनु
4. दिइएको नापका आधारमा विभिन्न प्रकारका त्रिभुज र चतुर्भुजहरूको कम्पास र रूलरको सहायताले रचना गर्नु

(ख) सम्भावित गलत बुझाई तथा अवधारणहरू

(सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले गर्ने गल्तीहरू)

1. त्रिभुज र चतुर्भुजसम्बन्धी साध्यहरूलाई (कथन) वेवास्था गर्नु
2. आकारहरू निर्माण गर्दा आवश्यक कोणहरू, रेखाखण्डहरू नाप्ने क्रममा त्रुटि गर्नु
3. दिइएको त्रिभुजको बराबर क्षेत्रफल भएको स.च निर्माण गर्दा समानान्तर रेखाहरू कोर्ने क्रममा त्रुटिहरू गर्नु

पहिलो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) समानान्तर चतुर्भुजको परिभाषा भन्न र विशेषताहरूको सूची तयार गर्न
- (ख) वर्गाङ्कित कागजको माध्यमबाट बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र चतुर्भुजको सम्बन्ध खोजी गर्न

शैक्षणिक सामग्री

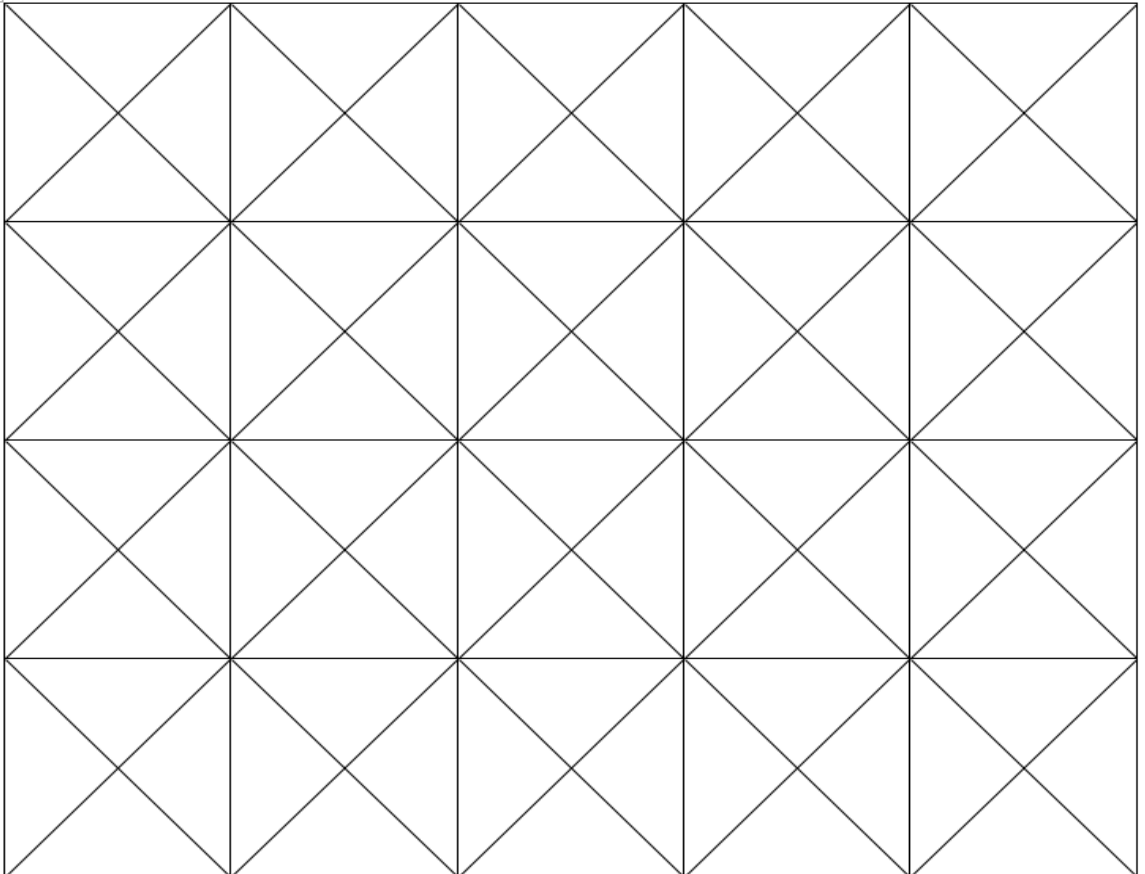
ज्यामितीय सामग्रीहरू, फ्लासकार्ड, वर्गाङ्कित चार्टपेपर, ICT.

क्रियाकलाप - 1

- (क) अगिल्लो पाठको त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफलसम्बन्धी कथनहरूलाई पुनरवलोकन गर्दै कक्षा सुरु गर्नुहोस् ।
- (ख) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीलाई चार समूहमा विभाजन गरी समानान्तर चतुर्भुजको परिभाषा, विशेषता र त्रिभुज र चतुर्भुजसम्बन्धी कथनहरूलाई A4 साइज पेपरमा लेखी प्रत्येक समूहलाई पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) प्रत्येक समूहमा रहेका विद्यार्थीलाई चार्टपेपरमा तयार पारिएको एउटा वर्गाङ्कित कागज दिनुहोस्, जस्तै : चित्र



(ख) प्रत्येक समूहलाई दिइएको चित्र अध्ययन गर्न लगाई निम्न तथ्यहरूको खोजी गर्ने कार्यमा सहजीकरण गर्नुहोस् :

1. बराबर क्षेत्रफल हुने समानान्तर चतुर्भुजहरू (एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरूबिच बनेका)
2. बराबर क्षेत्रफल हुने समानान्तर चतुर्भुज र त्रिभुज
3. बराबर क्षेत्रफल हुने आयत र त्रिभुज
4. बराबर क्षेत्रफल हुने चतुर्भुज र त्रिभुज

(ग) प्रत्येक समूहले खोजी गरेको आकृतिलाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) समानान्तर चतुर्भुजको 3 ओटा विशेषताहरूको सूची तयार गर्नुहोस् ।

दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) बराबर क्षेत्रफल हुने समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्न

शैक्षणीक सामग्री

ज्यामितीय सामग्री, चार्टपेपर, फ्लासकार्ड

क्रियाकलाप - 1

(क) विद्यार्थीलाई अगिल्लो दिनको पाठको पुनरवलोकन गर्दै आजको पाठतर्फ ध्यानाकर्षण गराउनुहोस् ।

(ख) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार 4 वा 5 समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नम्बर 211 को क्रियाकलाप 1 छलफल गरी अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

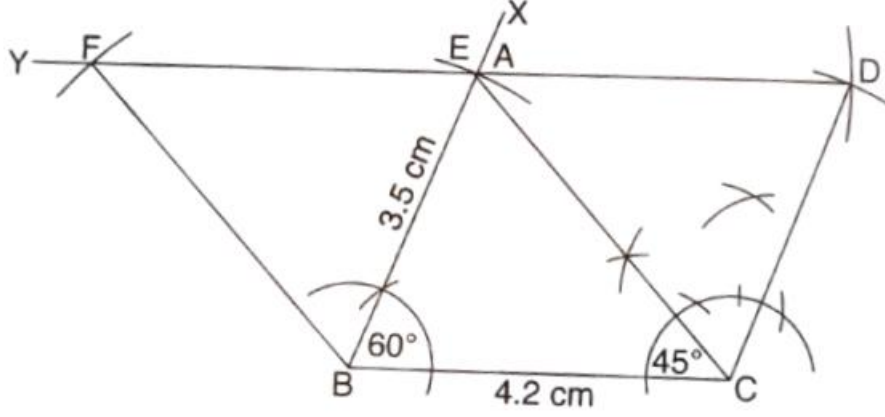
(घ) केही समयको छलफलपछि त्यही समूहमा कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नका चार्ट प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

भुजाहरू $AB = 3.5\text{cm}$, $BC = 4.2\text{cm}$ र $\angle ABC = 60^\circ$ भएको समानान्तर चतुर्भुजसँग बराबर क्षेत्रफल हुने एउटा कोण 45° भएको समानान्तर चतुर्भुज रचना गर्नुहोस् ।

अतः

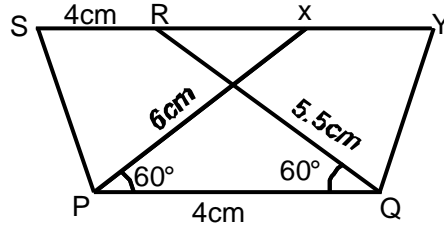
आवश्यक समानान्तर चतुर्भुज BCEF तयार भयो । एउटै आधार AB र उही समानान्तर रेखा BC // DY बिच रहेको यसको क्षेत्रफल स.च. ABCD सँग बराबर हुन्छ ।



क्रियाकलाप - 2

PQ = 4cm, QR = 5.5cm र $\angle PQR = 60^\circ$ भएको समानान्तर चतुर्भुज PQRS सँग बराबर क्षेत्रफल भएको एउटा किनारा 6cm भएको स.च. को रचना गर्नुहोस् ।

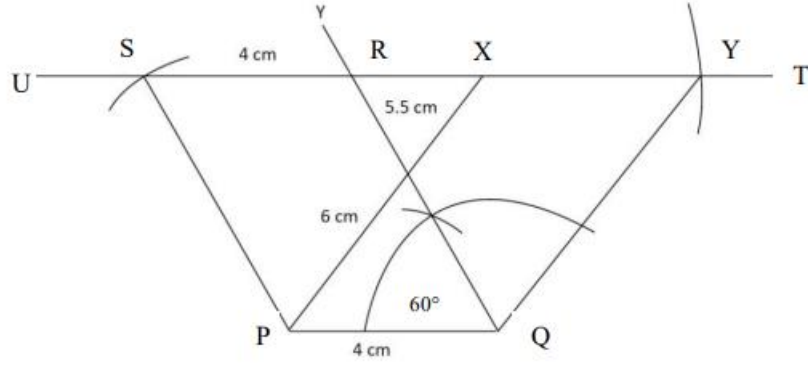
(क) दिइएको अवस्थाका आधारमा स.च. PQRS को नमुना चित्र खिची मानहरू भर्न लगाउनुहोस् ।



(ख) क्रियाकलाप 1 अनुसार नै, PQ = 4cm, QR = 5.5cm र $\angle PQR = 60^\circ$ भएको स.च. PQRS खिचन लगाउनुहोस् । RS लाई U र T सम्म लम्ब्याउनुहोस् ।

(ग) बिन्दु P बाट 6cm को चापल UT मा चिह्न लगाउनुहोस् र X नाम दिनुहोस् । सोही नापले चापले बिन्दु Q बाट Q बाट UT मा चिह्न लगाउनुहोस् र Y नाम दिनुहोस् ।

(घ) रूलर र सिसाकलमको प्रयोग गरी बिन्दुहरू P र X तथा Q र Y जोड्नुहोस् ।



(ङ) यसरी बनेको स.च. PQRS र PQXY को क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ? समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष लेख्ने सहजीकरण गर्नुहोस् ।

निष्कर्ष : आवश्यक समानान्तर चतुर्भुज PQXY हो । जसमा एउटै आधार PQ र उही समानान्तर

रेखाहरू $PQ \parallel UY$ बिच बनेका स.च. PQXY र स.च. PQRS भएकाले क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

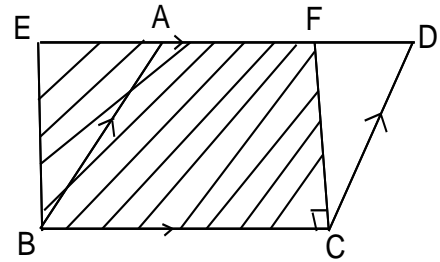
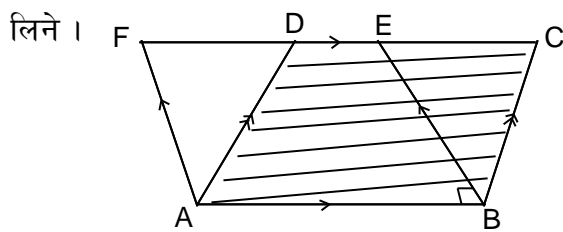
1. प्रत्येक भुजा 4cm भएको वर्ग ABCD को रचना गर्नुहोस् । सो वर्गको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने एउटा समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस्, जसको एउटा भुजा 6cm होस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 219 को अभ्यास 11 को अभ्यास 1 का प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

नोट

1. दिइएको स.च. वा आयतको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने आयत वा स.च.को रचना गर्दा आधार एउटै



2. स.च. भन्नाले आयत, वर्ग र समबाहु चतुर्भुजलाई पनि बुझिन्छ, भन्ने धारणा स्पष्ट गर्ने र सोको रचना गर्दा स.च. रचनाको नै चरणहरू अवलम्बन गर्ने

तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुजको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्री, चार्टपेपर, फ्लासकार्ड

क्रियाकलाप - 1

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखाहरू बिचमा रहेका त्रिभुजहरूको सम्बन्धबारे विद्यार्थीमाभ्र प्रश्न राखी केही समय पुनरवलोकन क्रियाकलाप गराउनुहोस् ।

(ख) कक्षाका विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 213 को क्रियाकलाप 2 समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) केही समयको छलफलपछि, समूहमा बसेर कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

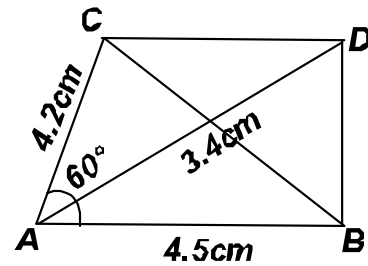
$\angle CAB = 60^\circ$, $AB = 4.5\text{cm}$ र $AC = 4.2\text{cm}$ भएको त्रिभुज ABC सँग बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज खिच्नुहोस् जसको एउटा किनारा 5.4cm छ ।

(ड) विद्यार्थीलाई दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा त्रिभुज रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

चरणहरू

i) रूलर र सिसाकलमको प्रयोग गरी नमुना चित्र खिच्न लगाउनुहोस् ।

ii) दिइएको मानहरू नमुना चित्रमा भर्न लगाउनुहोस् ।



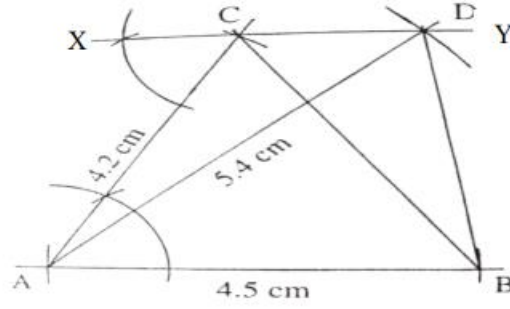
iii) $\angle CAB = 60^\circ$, $AB = 4.5\text{cm}$ र $AC = 4.2\text{cm}$ भएको त्रिभुज ABC सँग बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज खिच्नुहोस् जसको एउटा किनारा 5.4cm छ ।

iv) C मा $\angle CAB$ बराबरको कोण खिची बिन्दु A बाट जाने $XY \parallel BB$ खिच्न लगाउनुहोस् ।

v) A बाट 5.4cm अर्धव्यासको चाप लिई XY मा काट्नुहोस् र D नाम दिनुहोस् ।

vi) बिन्दु A र D, B र D जोड्नुहोस् ।

(च) यसरी बनेको त्रिभुज ΔABC को क्षेत्रफल ΔABD को क्षेत्रफलसँग बराबर हुन्छ, किन होला ?
समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।



अतः आवश्यक त्रिभुज ADB तयार भयो । ΔABC र ΔADB एउटै आधार BC र उही समानान्तर रेखा $AB \parallel XY$ मा रहेका त्रिभुजहरू भएकोले यिनीहरूको क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ।

क्रियाकलाप - 2

(क) तलको प्रश्न प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

$a = 5.5\text{cm}$, $b = 5.6\text{cm}$ र $c = 4.7\text{cm}$ भएको त्रिभुज ABC को रचना गरी उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने अर्को त्रिभुजको रचना गर्नुहोस्, जसको एउटा कोण 60° होस् ।

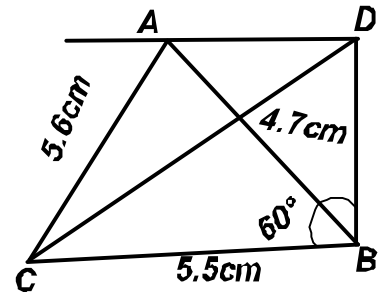
(ख) दिइएको प्रश्नका आधारमा निम्नलिखित कुराहरू समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

i) क्रियाकलाप (1) र क्रियाकलाप (2) को प्रश्नमा के भिन्नता छ ?

ii) a , b र c त्रिभुजका के हुन् ? के दिइएको भुजाहरू a , b र c ले त्रिभुज ABC को रचना गर्न सकिन्छ ?

iii) ΔABC सँग बराबर हुने अर्को त्रिभुजमा एउटा कोण 60° कसरी बनाउने ।

(ग) विद्यार्थीबाट आएको प्रतिक्रियाहरूलाई क्रमशः सहजीकरण गर्दै जानुहोस् र दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा नमुना चित्र खिची मानहरू भर्न लगाउनुहोस् ।



(घ) विद्यार्थीलाई क्रियाकलाप (1) का जस्तै चरणहरू अपनाई आवश्यक पर्ने त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ड) अन्त्यमा समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

$AB = 5\text{cm}$, $BC = 4.5\text{cm}$ र $\angle CAB = 60^\circ$ भएको एउटा त्रिभुज ABC को रचना गरी उक्त

त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने अर्को त्रिभुजको रचना गर्नुहोस् जसको एउटा भुजाको नाप 6.2cm छ ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ स. 219 मा भएको अभ्यास 11 को 2 नम्बरका सबै प्रश्नहरूको रचना गर्नुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

(क) बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्री, फ्लासकार्ड, चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

(क) एउटै आधार र उही समानान्तर रेखारुबिच रहेका त्रिभुज र समानान्तर चतुर्भुजको सम्बन्धबारे विद्यार्थीमा प्रश्न राखी केही समय पुनरावृत्ति क्रियाकलाप गराउनुहोस् ।

(ख) कक्षाका विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ स. 215 को क्रियाकलाप 3 अध्ययन गरी समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) केही समयको छलफलपछि, समूहमा बसेर कार्य गर्न चार्टपेपर लेखिएका प्रश्नहरू प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

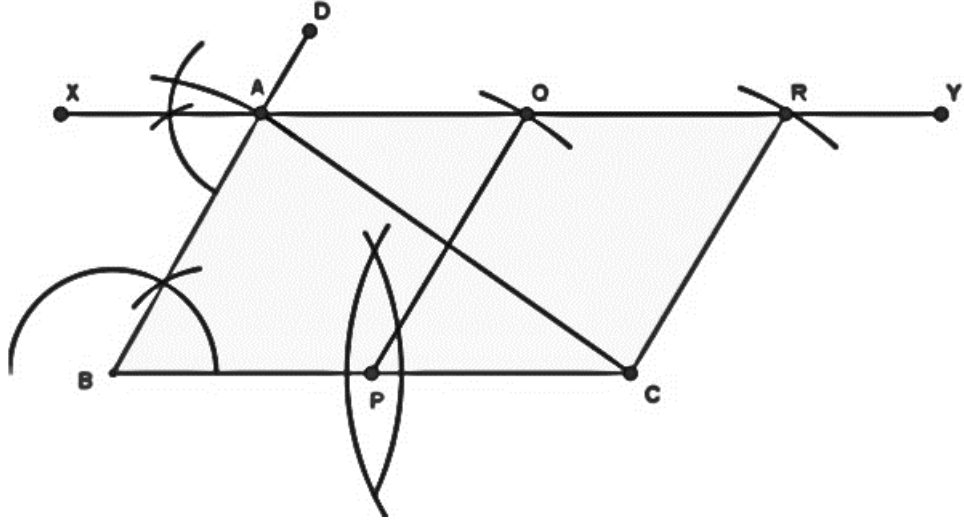
प्रश्न

$AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$ र $\angle CAB = 60^\circ$ भएको एउटा त्रिभुज ABC खिच्नुहोस् । उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग बराबर क्षेत्रफल भएको एउटा भुजा $PB = 5.2\text{cm}$ भएको समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।

(ड) अब विद्यार्थीलाई आफू सँगसँगै दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा निम्न चरणहरू क्रमशः अपनाई

रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

- दिइएको अवस्थाका आधारमा त्रिभुज ABC को नमुना चित्र खिची मानहरू भर्न लगाउनुहोस् ।
 - $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$ र $\angle ABC = 60^\circ$ भएको एउटा त्रिभुज खिचन लगाउनुहोस् ।
 - भुजा BC सँग समानान्तर हुने बिन्दु A बाट जाने रेखा XY खिचन लगाउनुहोस् ।
 - 5.2cm अर्धव्यास भएको चाप लिएर बिन्दु C बाट XY मा चाप काटी R नाम दिन लगाउनुहोस् ।
 - भुजा BC को मध्यबिन्दु P पत्ता लगाई P बाट CR बराबरको अर्धव्यासको चापले XY मा चिह्न लाई Q नाम दिन लगाउनुहोस् । बिन्दुहरू P र Q तथा C र R जोड्नुहोस् ।
- (च) आवश्यक स.च. PCRQ हो जसको क्षेत्रफल ΔABC सँग बराबर हुन्छ ? समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष लेखन लगाउनुहोस् ।



- (छ) के यसलाई अन्य तरिकाबाट पनि रचना गर्न सकिन्छ ? अन्य तरिकाहरू अपनाएर रचना गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

नोट: माथिको चित्रमा त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने स.च. को रचना गर्दा उही समानान्तर रेखाहरूबिच बन्ने भएकाले तिनीहरू दुवैको उचाइ समान हुने भयो । यस परिस्थितिमा परिवर्तन हुन सक्ने भुजा आधार मात्र हो । तसर्थ यहाँ आधारको मध्यबिन्दुका मदतले त्रिभुजको आधारको लम्बाइ आधा गरिन्छ भन्ने धारणा विद्यार्थीलाई क्रियाकलापसहित बुझाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) निम्नलिखित कार्यहरू गर्न समूहमा तलको प्रश्न दिनुहोस् ।

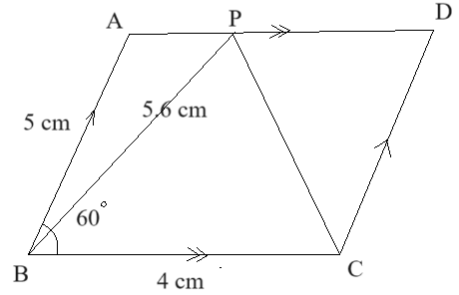
प्रश्न

$AB = 5\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ र $\angle ABC = 60^\circ$ भएको एउटा समानान्तर चतुर्भुज ABCD खिचनुहोस् ।

उक्त स.च. सँग बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज PBE जसको एउटा भुजा $PB = 5.6\text{cm}$ को रचना गर्नुहोस् ।

- (ख) प्रत्येक समूहका विद्यार्थीलाई क्रियाकलाप (1) मा दिइएको प्रश्न र क्रियाकलाप (2) मा दिइएको प्रश्नको भिन्नता समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।
- (ग) केही समयको छलफलपछि क्रियाकलाप (1) र क्रियाकलाप (2) मा भएका प्रश्नहरूको जानकारी गराउनुहोस् र दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा रचना गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।
- (घ) निम्नलिखित चरणहरू क्रमशः प्रयोग गर्नुहोस् :

i) दिइएको अवस्थामा स.च. ABCD को नमुना चित्र तयार गरी मानहरू भर्न लगाउनुहोस् ।



ii) $BC = 4\text{cm}$ भएको सिधा रेखा खिचन लगाउनुहोस् ।

iii) कम्पासको प्रयोग गरी $\angle HBC = 60^\circ$ भएको कोण खिचन लगाउनुहोस् ।

iv) HB मा 5 cm को चापले काटी A नाम दिनुहोस् ।

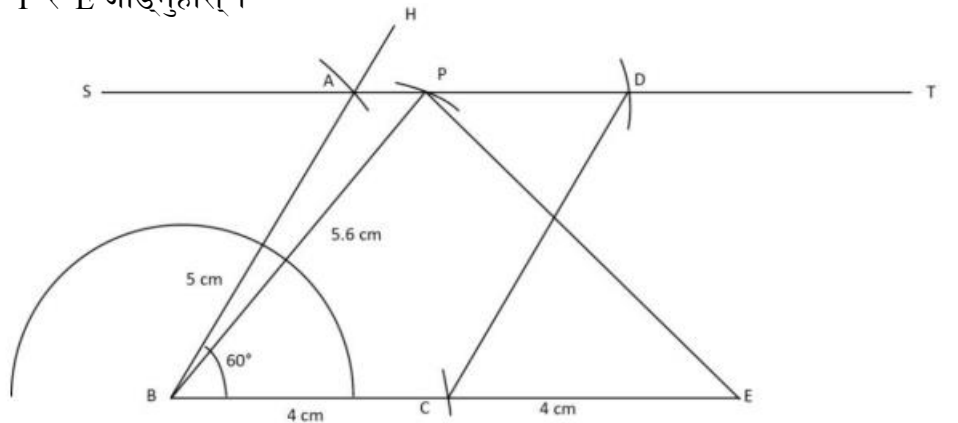
v) C बाट AB बराबरको चाप र a बाट BC बराबरको चाप खिची काटिएको बिन्दुलाई D नाम दिनुहोस् ।

vi) A र D बाट जति सिधा रेखा ST खिचनुहोस् । समानान्तर चतुर्भुज ABCD तयार भयो ।

vii) भुजा $BC = CE$ हुने गरी BC लाई E सम्म लम्बाउनुहोस् ।

viii) बिन्दु B बाट 5.6cm अर्धव्यासको चाप लिई AD मा चिह्न लगाउनुहोस् ।

ix) बिन्दुहरू B र P तथा P र E जोड्नुहोस् ।



- (ङ) यसरी बनेको त्रिभुज APE को क्षेत्रफल स.च. ABCD सँग बराबर हुन्छ किन ? समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

अतः एउटै आधारमा र उही समानान्तर रेखाबिच बनेका स.च. को क्षेत्रफल त्रिभुजको दोब्बर हुन्छ ।

त्रिभुजको आधार दोब्बर गर्दा बन्ने त्रिभुजको क्षेत्रफल स.च.को क्षेत्रफलसँग बराबर हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 216 मा भएको क्रियाकलाप 4 को प्रश्नअनुसारको रचना पूरा गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 219 को अभ्यास 11 को प्रश्न न. 3 मा उल्लेख भएका रचनाहरू गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज र चतुर्भुजहरूको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्री, फ्लासकार्ड, चार्टपेपर

क्रियाकलाप - 1

(क) विद्यार्थीलाई आगिल्लो पाठको पुनरवलोकन गर्नुहोस् ।

(ख) कक्षाका विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 217 को क्रियाकलाप 5 अध्ययन गरी समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

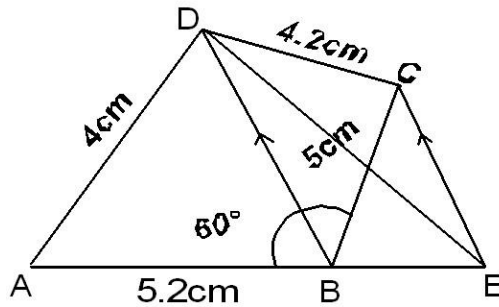
(घ) केही समयको छलफलपछि समूहमा बसेर कार्य गर्न चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू प्रत्येक समूहलाई बाँड्नुहोस् ।

प्रश्न

$AB = 5.2\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $CO = 4.2\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$ र $\angle ABC = 60^\circ$ भएको एउटा चतुर्भुज

ABCD खिची उक्त चतुर्भुजसँग बराबर क्षेत्रफल हुने त्रिभुज ADE को रचना गर्नुहोस् ।

(ङ) दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा चतुर्भुज ABCD को नमुना चित्र खिची मानहरू भर्न लगाउनुहोस् ।



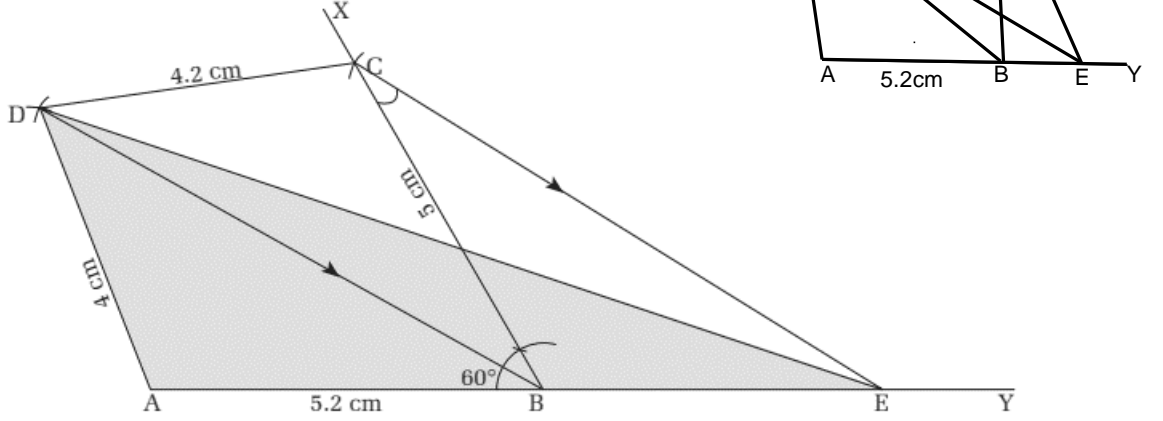
(च) पहिलो चरणमा विद्यार्थीलाई चतुर्भुज ABCD कम्पास र रूलरको सहायताले खिचन लगाउनुहोस् ।

i) $AB = 5\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $CD = 4.2\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$ र $\angle ABC = 60^\circ$ भएको एउटा चतुर्भुज ABCD खिचन लगाउनुहोस् ।

ii) विकर्ण B र D जोड्नुहोस् ।

iii) $\angle ABC = \angle BCE$ हुने गरी BD सँग समानान्तर रेखा CE खिचनुहोस् ।

अब, AB लाई सिधा लम्ब्याएर बिन्दु E सँग जोड्न लगाउनुहोस् । र बिन्दुहरू D र E जोड्नुहोस् ।



(छ) यसरी बनेको त्रिभुज ADE को क्षेत्रफल बराबर चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग कसरी बराबर भयो ? समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

(ज) परीक्षण गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै : ΔABC को क्षेत्रफल = ΔBDE एउटै आधार र उही समानान्तर रेखालाई $\Delta DBC + \Delta ADB = \Delta BDE + \Delta ADB$ र दुवैतिर ΔADB जोड्दा चतुर्भुज ABCD त्रिभुज ADE

अतः ΔADE को क्षेत्रफलसँगै चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल बराबर हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) निम्नलिखित कार्य गर्न त्यही समूहलाई तलको प्रश्न बोर्डमा दिनुहोस् ।

प्रश्न

$PQ = 2.6\text{cm}$, $QR = 3.4\text{cm}$ र $PR = 4\text{cm}$ भएको एउटा त्रिभुज PQR को रचना गर्नुहोस् र उक्त त्रिभुजसँग बराबर क्षेत्रफल हुने आयतको रचना गर्नुहोस् ।

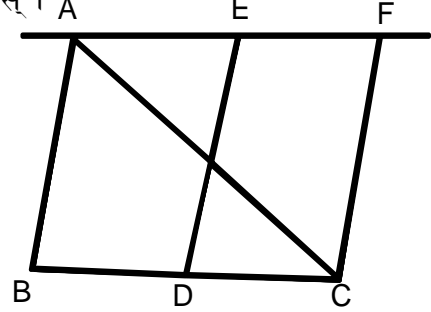
(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 218 को उदाहरण 1 अध्ययन गरी त्यही समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) क्रियाकलाप (1) र क्रियाकलाप (2) मा दिइएको प्रश्नको भिन्नता के छ बताउन लगाउनुहोस् ।

(घ) अब विद्यार्थीलाई निम्न चरणहरू क्रमशः बताउँदै दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा रचना गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

चरणहरू

i) ΔABC को नमुना चित्र तयार गरी मानहरू भर्न लगाउनुहोस् ।



ii) $AB = 2.6\text{cm}$, $BC = 3.4\text{cm}$ र $CA = 4\text{cm}$ भएको ΔABC कम्पास र रूलरको सहायताले खिचन लगाउनुहोस् ।

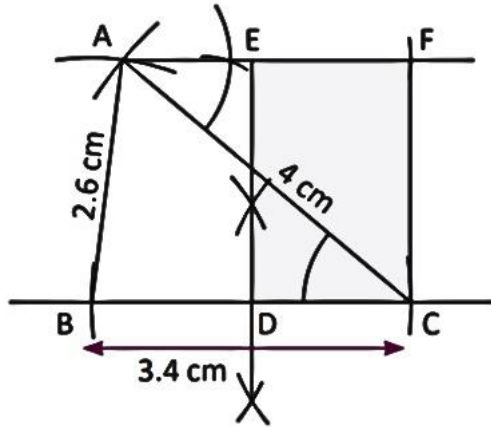
iii) आधार BC को मध्यबिन्दु D पत्ता लगाउनुहोस् । र उक्त बिन्दुमा समकोण खिचन लगाउनुहोस् ।

iv) बिन्दु A बाट जाने BC सँग समानान्तर हुने रेखा AF खिचन लगाउनुहोस् जहाँ $\angle ACB = \angle FAC$ हुन्छ ।

v) बिन्दु D मा खिचिएको लम्बले ED मा काटिएको बिन्दुलाई E नाम दिन लगाउनुहोस् ।

vi) DC बराबरको चापले EF मा काटी F नाम दिन लगाउनुहोस् ।

vii) बिन्दुहरू F र C जोड्नुहोस् ।



अतः आवश्यक आयत EDCF हो जसको क्षेत्रफल त्रिभुज ABC सँग बराबर छ ।

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

- (a) $AB = 4.5\text{cm}$, $BC = 5.5\text{cm}$, $CD = 5.7\text{cm}$ र $DA = 4.9\text{cm}$ र विकर्ण $BD = 5.9\text{cm}$ भएको चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने ΔDAF को रचना गर्नुहोस् ।
- (b) $AB = 3.5\text{cm}$, $BC = 4.5\text{cm}$ र $AC = 5.6\text{cm}$ भएको ΔABC को रचना गर्नुहोस् र उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी एउटा चतुर्भुज पनि रचना गर्नुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 220 को अभ्यास 11 का न. (4) र (5) का प्रश्नहरू पूरा गर्नुहोस् ।

आठौँ र नवौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) त्रिभुज र चतुर्भुजको रचनासम्बन्धी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

बाँसका सिकका, छवाली वा जुस पाइप

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई पाँचओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 11 को 1 देखि 5 नम्बरका कुनै प्रश्नहरू मध्येबाट फरक फरक प्रश्न दिनुहोस्, जस्तै :

समूह-I
1को (5)

समूह-II
2को (a)

समूह-III
3को (c)

समूह-IV
4को (a)

समूह-V
5को (c)

(ग) बाँसका सिकका, छवाली वा जुसको पाइप प्रयोग गरी प्रत्येक समूहले रचनाको एक एकओटा

नमूना निर्माण गरी काडबोर्डमा टाँसी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अन्त्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र आआफ्नो समूहको सक्रियताका आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

रचना शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

→ दिइएको जानकारीहरूलाई राम्रोसँग अध्ययन गरी आवश्यक खेसा गर्ने र नाम राख्ने

→ रचना र नामकरण गर्दा सिसाकलमको मात्र प्रयोग गर्ने

→ रचनाका चरणहरू उल्लेख नगर्दा पनि हुन्छ तर चरणहरू अवलम्बन गर्नु पर्दछ ।

→ आफ्नो रचना मिले वा नमिलेको सैद्धांतिक रूपमा जाँच गर्ने ।

→ दिइएको स.च. वा आयतको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने आयत वा स.च.को रचना गर्दा आधार एउटै लिने

→ दिइएको आयत वा स.च.को क्षेत्रफलसँग बराबर हुने त्रिभुजको रचना गर्दा, त्रिभुजको लागि आधार आयत वा स.च.को आधारको दोब्बर लिने ।

→ दिइएको चतुर्भुजको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने त्रिभुजको रचना गर्दा साभ्ना भुजालाई दायाँ वा बायाँतर्फ राख्ने ।

→ सबै प्रकारको रचनाहरूको नमूना चित्र बनाई कक्षा-कोठाको भित्तामा टाँस गर्ने ।

नोट : विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

शिक्षकका लागि थप जानकारी

→ सूचना तथा सञ्चार प्रविधि (ICT) को प्रयोग गर्ने

→ Slides बनाई प्रस्तुति गर्ने

→ GeoGebra Apps हरूको प्रयोग गर्ने

→ Math-Lab मा लगी सम्बन्धित क्रियाकलाप गराउने

पाठ 12 वृत्त (Circle)

परिचय

दैनिक जीवनमा हामीले वृत्ताकार वस्तुहरूको प्रयोग प्रशस्त मात्रामा गर्दछौं । ज्यामितीय आकारहरूमध्ये वृत्ताकार पनि एक महत्त्वपूर्ण आकार हो । हामी हरेक दिन प्रकृतिमा भएका एवम् मानव निर्मित वृत्ताकार वस्तुहरू देख्छौं । उदाहरणका लागि फूलहरूमा वृत्तका केन्द्र, आकाशमा देखिने वृत्ताकार आकारहरू र प्लेट, टीका, चुरा, गाडीको पाङ्ग्रा आदि । त्यसकारण वृत्त, ज्यामितीय आधारभूत आकारहरूमध्ये एक हो जसलाई कुनै एउटा निश्चित बिन्दु (केन्द्र) बाट समान दुरीमा रहेका समतलका सबै बिन्दुहरूको समूहको रूपमा परिभाषित गरिन्छ ।

वृत्तका विभिन्न भागहरू जस्तै : केन्द्र, परिधि, व्यास, अर्धव्यास, जीवा, वृत्तखण्ड, क्षेत्रका, चाप इत्यादिका बारेमा र यससँग सम्बन्धित सम्बन्धहरू प्रयोगात्मक तथा सैद्धान्तिक रूपमा कक्षा 9 मा नै गरिसकिएको छ ।

यस एकाइमा वृत्तसम्बन्धी साध्यहरू, सोसँग सम्बन्धित समस्याहरू र प्रयोगात्मक परीक्षणात्मक परीक्षणमा आधारित समस्या समाधान गर्न खोजिएको छ ।

पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठमा देहायबमोजिमका सिकाइ उपलब्धिहरू रहेका छन् :

(क) वृत्तको केन्द्रीय कोण, परिधि कोण र ती कोण परिवेष्टित गर्ने चापबिचको सम्बन्ध खोजी गर्न

(ख) एउटै चापमा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधि कोण तथा परिधि कोणहरूबिचको सम्बन्ध प्रयोगात्मक तथा सैद्धान्तिक रूपमा पुष्टि गर्न

(ग) चक्रीय चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरूबिचको सम्बन्ध प्रयोगात्मक र सैद्धान्तिक रूपमा पुष्टि गर्न

(घ) वृत्तका कोण र चापका तथ्यहरूसँग सम्बन्धित समस्याहरू समाधान गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 10 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ ।

तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठ्यांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन

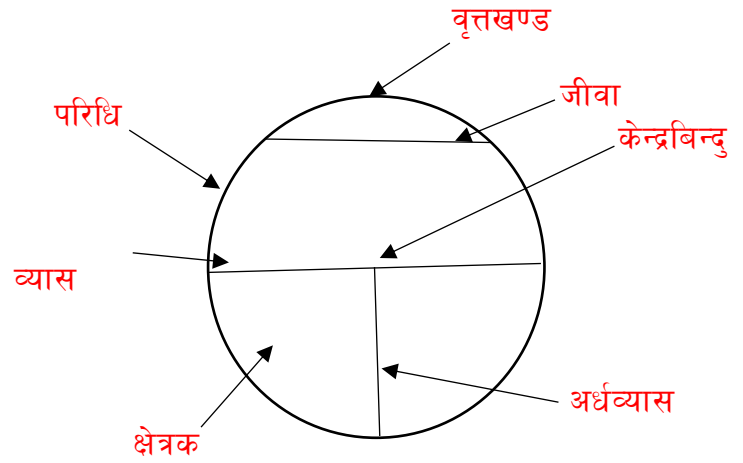
क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यवस्तुको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	वृत्तको विभिन्न भाग र तिनीहरूबिचका सम्बन्ध तथा पुनरवलोकन	1	221
2.	केन्द्रीय कोण, परिधि कोणको परिचय र ती कोणहरूको प्रमुख चापको सम्बन्ध	2	221,222
3.	एउटै चापमा आधारित परिधि कोण केन्द्रीय कोणको सम्बन्ध	1	223,224,232
4.	अर्धवृत्तमा बनेको परिधिको सम्बन्ध	1	225,226,232

5.	एउटै चापमा आधारित परिधि कोणहरूको सम्बन्ध	1	226,227
6.	चक्रीय चर्तुभुजको परिभाषा र चक्रीय चर्तुभुजका सम्मुख कोणहरूको सम्बन्ध	1	228,229,231
7.	वृत्तको अभ्यास र मिश्रित अभ्यासमा भएका गणितीय समस्या समाधान	1	231,233,234,235
8.	व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान तथा प्रयोगात्मक कार्य	2	235
	जम्मा	10	

पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

वृत्तका विभिन्न भागहरू जस्तै :



बारेमा छलफलका माध्यमबाट वृत्तको संरचना र शब्दावलीको परिचय गराउनु पर्ने

- वृत्तको परिधि र व्यासको सम्बन्ध
- चाप मापन र चाप लम्बाइबिचको भिन्नता

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

(सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू)

पहिलो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) वृत्तका विभिन्न भाग र तिनीहरूबिचको सम्बन्ध पहिचान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, कैंची, ज्यामितीय रचनाका सामग्रीहरू

पूर्वज्ञान पुनरावृत्ति क्रियाकलाप

विद्यार्थीलाई अगिल्ला कक्षामा अध्ययन गरेका वृत्तका भागहरूको शब्दावली पुनरावृत्ति कार्यबाट सुरु गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 1

वृत्तबोर्डको प्रयोगबाट वृत्तका विभिन्न भागहरूको धारणा दिनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

(क) विद्यार्थीलाई एउटा चार्टपेपरमा निश्चित अर्धव्यास दिई वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।

(ख) सो चार्टपेपरलाई कैँचीले काटेर वृत्त निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ग) त्यसलाई आधा बनाई पट्याउन लगाउनुहोस् ।

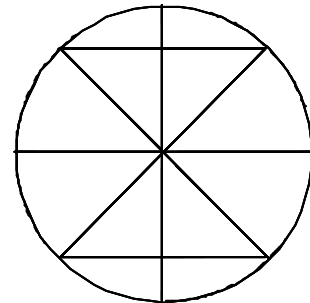
(घ) पट्याएर खोल्दा देखिने रेखालाई के भनिन्छ, छलफल गराउनुहोस् ।

(ङ) फेरि त्यही वृत्तलाई $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ भागमा पट्याएर खोल्न लगाउनुहोस् ।

(च) पट्याएर एउटा जीवा बनाउन लगाउनुहोस् ।

(छ) जीवा ठिक आधा हुने गरी जीवामा लम्ब हुने गरी फेरि पट्याउन लगाउनुहोस् र त्यसलाई खोल्न लगाउनुहोस् ।

(ज) ती क्रियाकलापहरूको कथन लेख्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।



क्रियाकलाप - 3

(क) माथिका क्रियाकलापबाट विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्नहरू राख्नुहोस् ।

i) वृत्तको केन्द्रबाट जीवामा रेखित लम्ब र जीवाहरूको सम्बन्ध के हुन्छ, लेख्नुहोस् ?

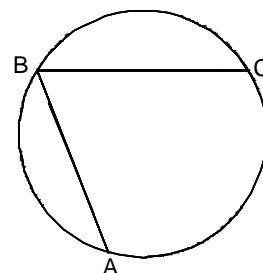
ii) वृत्तको केन्द्रबाट जीवाको मध्यबिन्दुमा खिचिएको रेखा र उक्त जीवाबिचको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

iii) वृत्तका बराबर जीवाहरूसँग केन्द्रबिन्दुको सम्बन्ध के हुन्छ, लेख्नुहोस् ?

iv) वृत्तको केन्द्रबिन्दुबाट बराबर दुरीमा रहेका जीवाहरूबिचको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) दिइएको चित्रमा AB र BC वृत्तका जीवा हुन् । उक्त चित्रलाई कापीमा ट्रेस गर्नुहोस् र वृत्तको केन्द्रबिन्दु पत्ता लगाउनुहोस् ।



(ख) यदि एउटा वृत्तको अर्धव्यास 10cm र एउटा जीवाको लम्बाइ 16cm भए केन्द्रबिन्दुदेखि उक्त जीवासम्मको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

दोस्रो र तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको पहिचान गर्न
- (ख) वृत्तको केन्द्रीय कोण, परिधि कोण र ती कोण परिवेष्टित गर्ने चापबिचको सम्बन्ध खोजी गर्न

शैक्षणिक सामग्री

केन्द्रीय कोण र परिधि कोण अङ्कित चार्टपेपर, ICT tools, mathsign, GeoGebra वृत्त बोर्ड

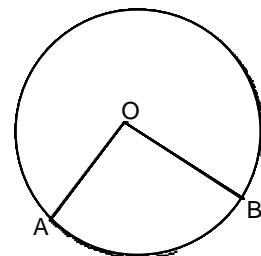
क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई आआफ्नो कापीमा पेन्सिल र कम्पासको प्रयोग गरी केन्द्रबिन्दु O भएको वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।

(ख) उक्त वृत्तको परिधिमा दुईओटा बिन्दुहरू A र B लिन लगाउनुहोस् ।

र बिन्दु A र लाई केन्द्र O सँग

जोड्न लगाउनुहोस् । (Fig I)



(ग) परिधिका दुई बिन्दुहरूलाई केन्द्रसँग जोड्दा बनेको कोणको नाम लेख्न लगाउनुहोस् । (Fig I)

(घ) फेरि सोही वृत्तको परिधिमा एउटा बिन्दु P लिन लगाउनुहोस् । (Fig II) र AP र BP व्यास वृत्तका दुई जीवाहरू जोड्न लगाउनुहोस् ।

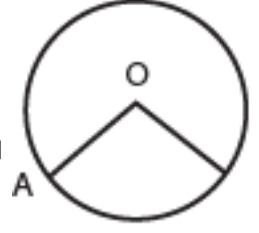


Fig II

(ङ) दुईओटा जीवाहरू परिधिमा काटिएर बनेका कोणको नाम लेख्न लगाउनुहोस् ।

(च) अन्त्यमा माथिका क्रियाकलापबाट विद्यार्थीलाई निष्कर्ष लेख्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

निष्कर्षहरू

- दुईओटा अर्धव्यासले केन्द्रमा बनाएको कोणलाई केन्द्रीय कोण भनिन्छ । Fig 1 मा $\angle AOB$ केन्द्रीय कोण हो ।
- वृत्तका दुईओटा जीवाहरू परिधिमा जोडिएर बनेको कोणलाई परिधिको कोण भनिन्छ । Fig II मा $\angle APB$ परिधि कोण हो ।

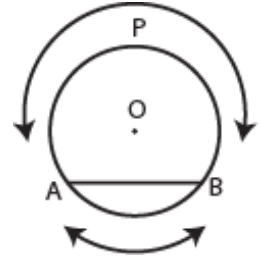
क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई O केन्द्रबिन्दु भएको फेरि एउटा वृत्त खिचन

लगाउनुहोस् र चित्रमा देखाए जस्तै AB एउटा जीवा लिन लगाउनुहोस् ।

(ख) यहाँ वृत्तको परिधिको केही भागलाई चाप (Arc) भनिन्छ, भनी चित्रमा

APB र AB चाप हुन भनी देखाउनुहोस् ।



(ग) विद्यार्थीलाई चित्रको अवलोकनबाट निम्नलिखित कुराहरू प्रस्तुतयाउनुहोस् ।

(घ) कुनै चाप अर्धवृत्तभन्दा सानो भएमा Minor arc र अर्धवृत्तभन्दा ठुलो भएमा major arc भनिन्छ ।

यहाँ \widehat{APB} Major arc र \widehat{AB} minor arc हुन् भनी देखाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 3

(क) विद्यार्थीलाई केन्द्रबिन्दु O भएको कम्तीमा 3 ओटा वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।

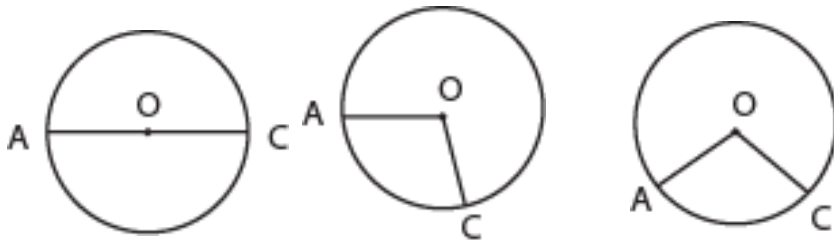


Fig I

Fig II

Fig III

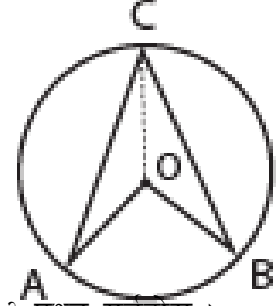
(ख) विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्नहरू राख्दै सहजीकरण गर्दै जानुहोस् :

- केन्द्रीय कोण 180° हुँदा त्यसको सम्मुख चाप उक्त परिधिको कति भाग हुन्छ ?
- केन्द्रीय कोण एक वृत्तको एक चौथाइ हुँदा, त्यसको सम्मुख चाप उक्त परिधिको कति भाग हुन्छ ?
- के केन्द्रीय कोण र सम्मुख चापबिच प्रत्यक्ष सम्बन्ध छ ?

(ग) विद्यार्थीलाई चित्रको अवलोकनबाट प्रस्ट पार्नुहोस्, यहाँ, $\angle AOC \equiv \widehat{AOC}$ लाई चाप AC को डिग्रीमा नाप भनी पढ्ने गरिन्छ । केन्द्रीय कोण र सम्मुख चापबिच प्रत्यक्ष सम्बन्ध हुन्छ । यहाँ सङ्केत \equiv लाई समप्रभावी (Equal influence) भनेर पनि पढ्ने गरिन्छ ।

क्रियाकलाप 4

- प्रत्येक विद्यार्थीलाई सिसाकलम र कम्पासको प्रयोग गरी 'O' भएको एउटा वृत्त खिच्न लगाउनुहोस् ।
- चित्रमा देखाए जस्तै O र C जोड्न लगाउनुहोस् ।



- के OA, OB र OC वृत्तका के हुन् ? के यी भागहरू बराबर हुन्छन् ? प्रश्न गर्नुहोस् ।
- त्यस्तै $\triangle OAC$ र $\triangle OBC$ कस्ता त्रिभुज हुन् ? यी त्रिभुजहरूका कुन भुजाहरू र कुन कोणहरू बराबर हुन्छन् ? छलफल गराउनुहोस् ।
- विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्दै निम्न क्रियाकलापहरू छलफलका माध्यमबाट अगि बढाउनुहोस् । यहाँ, समद्विबाहु $\triangle OAC$ मा ,

$$\begin{aligned} \angle OAC + \angle OCA + \angle AOC &= 180^\circ \\ &= 2\angle OCA = 180^\circ - \angle AOC \text{ --- (i) } [\angle OAC = \angle OCA] \end{aligned}$$

फेरि समद्विबाहु $\triangle OBC$ मा,

$$\begin{aligned} \angle OCB + \angle OBC + \angle BOC &= 180^\circ \\ &= 2\angle OCB = 180^\circ - \angle BOC \text{ --- (ii) } [\angle OCB = \angle OBC] \end{aligned}$$

समीकरण (i) र (ii) लाई जोड्न लगाउनुहोस् ।

$$= 2(\angle OCA + \angle OCB) = 360^\circ - (\angle AOC + \angle BOC)$$

$$= 2\angle ACB = 360^\circ - \text{बृहत } \angle AOB$$

$$= 2\angle ACB = \angle AOB$$

$$= 2\angle ACB \equiv \widehat{AB}$$

- अन्त्यमा विद्यार्थीलाई निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

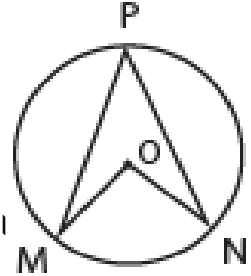
निष्कर्ष

परिधिको कोणको दोब्बर र सम्मुख चापबिचको सम्बन्ध समप्रभावी हुन्छ। यसलाई सङ्केतमा $2 \angle ACB \equiv AB$ ले जनाइन्छ।

मूल्याङ्कन

(क) दिइएको चित्रमा O वृत्तको केन्द्रबिन्दु भए, निम्न प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस्।

- वृत्तको केन्द्रीय कोणको परिभाषा लेख्नुहोस्।
- केन्द्रीय कोण $\angle MON$ र सङ्गति चाप MN बिचको सम्बन्ध लेख्नुहोस्।
- यदि $\angle MON = 60^\circ$ भए चाप MN बिचको सम्बन्ध लेख्नुहोस्।
- वृत्तको परिधि कोणको नाप र परिभाषा लेख्नुहोस्।
- परिधि कोण र सङ्गति चापबिचको सम्बन्ध उल्लेख गर्नुहोस्।



गृहकार्य

- वृत्तका विभिन्न भागहरूको चित्रसहित परिभाषित गर्नुहोस्।
- केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको सम्बन्ध र तिनीहरूसँग सम्बन्धित चाप तथा जीवाहरूको सम्बन्ध प्रस्ट्याउने गरी कागजका मोडेलहरू तयार पार्नुहोस्।

चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) एउटै चापमा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्रीहरू, कार्डबोर्ड, चार्टपेपर

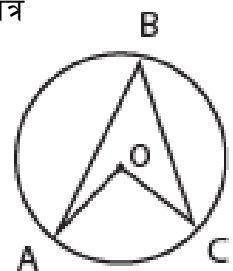
क्रियाकलाप – 2

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस्।

(ख) प्रत्येक समूहका विद्यार्थीलाई एउटा कार्डबोर्डको टुक्रा दिई दिइएको जस्तो चित्र

शैक्षणिक पाटीमा बनाई उनीहरूलाई कार्डबोर्डमा खिचन लगाउनुहोस्।

(ग) प्रत्येक समूहलाई कोण B बराबरको 2 ओटा टुक्रा निकाल्न लगाउनुहोस्।



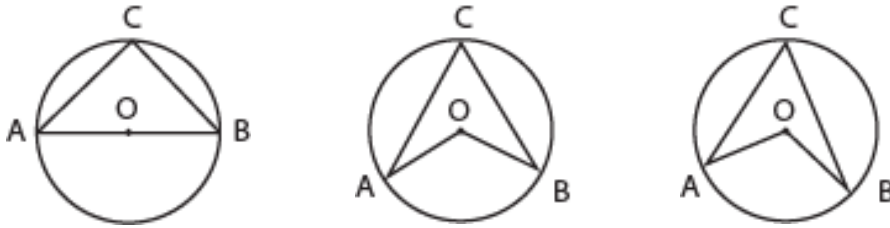
(घ) उक्त परिधिकोणको दुई टुक्रालाई कोण AOC मा फिट गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) उक्त परीक्षणबाट विद्यार्थीलाई निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

एउटै चापमा आधारित दुईओटा परिधिकोण बराबर एउटा केन्द्रीय कोण हुने रहेछ ।

क्रियाकलाप - 2

(क) प्रयोगात्मक चरणमा प्रत्येक विद्यार्थीलाई पेन्सिल र कम्पासको सहायताले केन्द्री कोण चाँदले नाप्न मिल्ने गरी 3 cm भन्दा बढी अर्धव्यास लिएर एउटै चापमा आधारित परिधि कोण र केन्द्रीय कोण खिचन लगाउनुहोस् ।



(ख) चाँदको प्रयोग गरी कोण AOB र कोण ACB नापी तलको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र नं.	$\angle ACB$	$\angle AOB$	नतिजा
I			
II			
III			

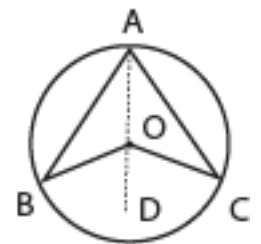
(ग) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ? कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र के सबैको एउटै निष्कर्ष आयो ? छलफल गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 3

(क) एउटै चापमा आधारित परिधि कोणको मान केन्द्रीय कोणको आधा हुन्छ । अर्थात् केन्द्रीय कोण परिधि कोणको दुई गुणा हुन्छ भन्ने माथिको क्रियाकलापको निष्कर्षलाई निम्न चरणहरू अपनाई सैद्धान्तिक प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

चरण I : समस्याको पहिचान

प्रत्येक विद्यार्थीलाई पेन्सिल र कम्पासको मदतले, 'O' केन्द्रबिन्दु भएको वृत्त खिचन लगाउनुहोस् । जसमा केन्द्रीय कोण $\angle BOC$ र परिधि कोण $\angle BAC$ एउटै चाप BC मा रहेका छन् ।



प्रमाणित गर्नुपर्ने : $\angle BOC = 2 \angle BAC$

चरण II : योजना निर्माण

उक्त साध्य हल गर्न आवश्यक परेमा जुक्ति वा रचना गर्नुपर्ने धारणा दिने

रचना : बिन्दुहरू A र O लाई जोडी बिन्दु O सम्म लम्ब्याउनुहोस् ।

चरण III : योजना कार्यान्वयन

यस चरणमा सैद्धान्तिक प्रमाणलाई निष्कर्षमा प्रस्ताउनु तथ्य र कारणलाई क्रमबद्ध लेख्न विद्यार्थीलाई लगाउनुहोस् ।

तथ्यहरू	कारणहरू
1. $\angle OAB = \angle OBA$	1. OA र OB वृत्तका अर्धव्यास भएकाले
2. $\angle BOD = \angle OAB + \angle OBA$	2. $\triangle AOB$ मा OA लाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण
3. $\angle BOD = 2 \angle OAB$	3. तथ्य (1) र (2) बाट
4. $\triangle AOC$ मा $\angle OAC = \angle OCA$	4. OA र OC वृत्तका अर्धव्यास भएकाले
5. $\angle COD = \angle OCA + \angle OAC$	5. $\triangle AOC$ मा OA लाई लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण
6. $\angle COD = 2 \angle OAC$	6. 4 र 5 बाट
7. $\angle BOD + \angle COD = 2\angle OAB + 2\angle OAC$ अतः $\angle BOC = 2\angle BAC$	7. 3 र 6 लाई जोड्दा

चरण IV : परिणामलाई जाँच

तर्कपूर्ण तथ्यहरूलाई एक पटक दोहोर्‍याएर हेर्न लगाउनुहोस् र पृष्ठ न. 224 को साध्य 1 तरिकाबाट गर्न पनि प्रोत्साहित गर्नुहोस् ।

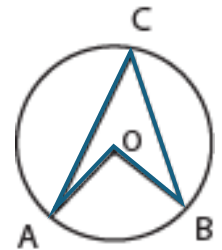
मूल्याङ्कन

(अ) केन्द्रबिन्दु O भएको वृत्तमा एउटै चाप AB मा आधारित केन्द्रीय कोण $\angle AOB$ र परिधि कोण $\angle ACB$ छन् ।

i) $\angle AOB$ र $\angle ACB$ को सम्बन्ध

ii) यदि केन्द्रीय कोणको नाप $(7x)^\circ$ र परिधि कोणको नाप $(3x + 5)^\circ$

भए x को मान कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।



गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 232 को अभ्यास 12 को 1 को (ग) (घ) र 3 को (क) का समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

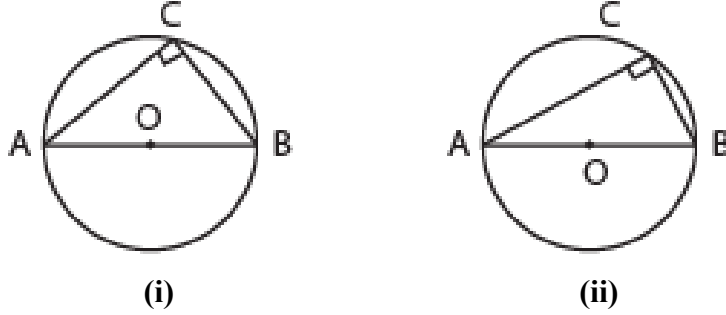
- (क) अर्ध वृत्तमा बनेको परिधिकोकोण एक समकोण हुन्छ, भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्न र सैद्धान्तिक प्रमाणित गर्न सक्नेछन् ।
- (ख) अर्ध वृत्तमा बनेको परिधि कोणसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्री, चार्ट पेपर

क्रियाकलाप – 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपरमा पेन्सिल र कम्पासको सहायताले 'O' केन्द्रबिन्दु भएका कम्तीमा 2 ओटा वृत्त खिचन लगाउनुहोस् । (फरक फरक अर्धव्यास भएका)



- (ग) वृत्तको व्यास AB मा आधारित भएर परिधि कोण $\angle ACB$ खिचन लगाउनुहोस् ।
- (घ) चाँदको सहायताले $\angle ACB$ को मान तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न.	$\angle ACB$	परिणाम
i)		
ii)		

निष्कर्ष

- (ङ) माथिको तालिकाका आधारमा तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।
- i) प्रत्येक विद्यार्थीको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ?
- ii) सबै विद्यार्थीको एउटै निष्कर्ष आयो वा फरक आयो ?

निष्कर्ष : अर्धवृत्तमा बनेको कोण एक समकोण अर्थात् 90° हुन्छ ।

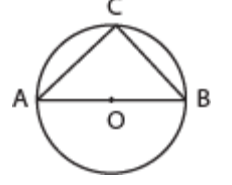
क्रियाकलाप – 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई पेन्सिल र कम्पासको सहायताले केन्द्र बिन्दु O भएको वृत्त खिचन लगाउनुहोस् ।
जसमा AOB वृत्तको व्यास पनि खिचन लगाउनुहोस् ।

(ग) $\angle ACB$ व्यासमा आधारित परिधि कोण खिचन लगाउनुहोस् ।

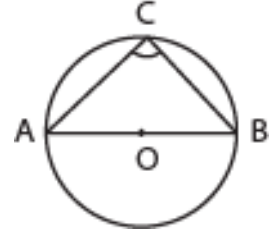
(घ) अब व्यास AB मा आधारित परिधि कोण $\angle ACB$ को मान एक समकोण अर्थात् 90° हुन्छ भन्ने तथ्यलाई सैद्धान्तिक विधिबाट प्रमाणित गर्न समूहमा छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।



(ङ) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 226 को क्रियाकलाप 5 अन्तर्गत (आ) भन्दा फरक तरिकाबाट प्रमाणित गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् । यदि विद्यार्थीले फरक तरिकाले गर्न नसकेमा पाठ्यपुस्तकको पेज न. 226 अनुसार प्रमाणित गर्न लगाउनुहोस् ।

थाहा दिइएको

केन्द्रबिन्दु O भएको वृत्तमा AOB वृत्तको व्यास हो । $\angle ACB$ व्यासमा आधारित परिधि कोण हो ।

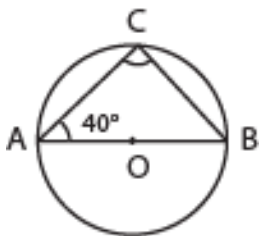


प्रमाणित गर्नु पर्ने : $\angle ACB = 90^\circ$

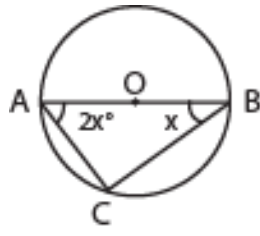
तथ्यहरू	कारणहरू
1. $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$	1. परिधिको कोण केन्द्रीय कोणको आधा हुन्छ ।
2. $\angle AOB = 180^\circ$	2. $\angle AOB$ सिधाकोण भएकाले
3. $\angle ACB = \frac{1}{2} 180^\circ$	3. तथ्य (1) र (2) बाट प्रमाणित भयो ।

मूल्याङ्कन

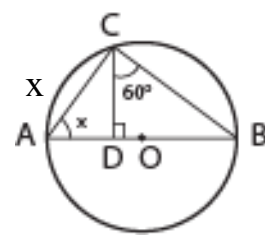
1. तलका वृत्तहरूमा केन्द्रबिन्दु O छ भने कोणहरूको मान पत्ता लगाउनुहोस् ।



$\angle ABC = ?$



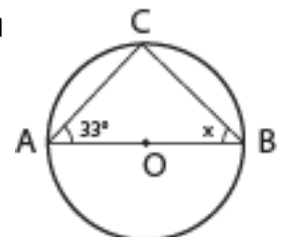
$x = ?$



$x = ?$

2. केन्द्र O भएको वृत्तमा AB व्यास छ र $\angle ACB$ एउटा परिधि कोण बनेको छ ।

i) $\angle ACB$ को नाप कति होला ?



- ii) चित्रमा $\angle BAC = 35^\circ$ र $\angle ABC = x$ भए $\angle ADC$ को मान कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- iii) यदि $AC = 4$ cm र $BC = 3$ cm भए ΔABC को क्षेत्रफल कति हुन्छ ?
- iv) अर्धवृत्त ACB मा बनेको परिधि कोण एक समकोण हुन्छ भनी प्रयोगद्वारा सिद्ध गर्नुहोस् ।

छैटौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) एउटै चापमा आधारित परिधिका कोणहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

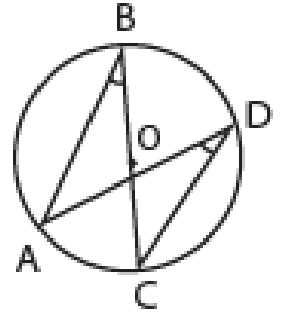
शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्री, चार्टपेपर, कैंची, ICT

क्रियाकलाप – 1

अवलोकन चरण :

- (क) विद्यार्थीको सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्टपेपर दिनुहोस् ।
- (ग) चित्रमा देखाइए जस्तै गरी वृत्तमा परिधि कोणहरू खिचन लगाउनुहोस् ।
- (घ) कैंचीको सहायताले एउटा परिधि कोणलाई कटेर अर्को कोणमा खप्ताउन लगाउनुहोस् ।

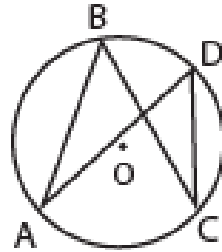


(ङ) यसका आधारमा प्रत्येक समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष लेखन लगाउनुहोस् ।

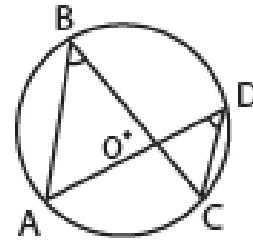
क्रियाकलाप – 2

प्रयोगात्मक चरण

(क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई फरक फरक नाप भएका दुईओटा वृत्तहरूमा एउटै चापमा आधारित परिधि कोणहरू खिचन लगाउनुहोस् ।



(i)



(ii)

(ख) चाँदको सहायताले सही नाप तालिकामा लेखन लगाउनुहोस् ।

Fig	$\angle ABC$	$\angle ADC$	नतिजा
(i)			
(ii)			

(ग) निष्कर्ष लेखन लगाउनुहोस् ।

(घ) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ? कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । के सबैको एउटै निष्कर्ष आयो ? छलफल गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप – 2

सैद्धान्तिक चरण

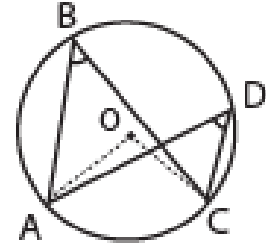
(क) यसरी एउटै चापमा आधारित परिधिका कोणहरू बराबर हुन्छन् भन्ने धारणा निर्माणपछि निम्न चरणहरू अपनाई सैद्धान्तिक प्रमाणित गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

चरण I : समस्याको पहिचान

थाहा दिइएको : केन्द्र O भएको एउटा वृत्त छ,

जसमा $\angle ACB$ र $\angle ADB$ एउटै चाप AB मा आधारित भएका छन् ।

प्रमाणित गर्नु पर्ने : $\angle ACB = \angle ADB$



चरण II : योजना निर्माण

उक्त साध्य समाधान गर्न यदि आवश्यक परेमा जुक्ति वा रचना गर्नुपर्ने धारणा दिनुहोस् ।

रचना : वृत्तको केन्द्र O लाई बिन्दुहरू A र B सँग क्रमैसँग जोडौं ।

चरण III : योजना कार्यान्वयन

यस चरणमा विद्यार्थीलाई निष्कर्षमा पुऱ्याउन ज्यामितीय साध्यलाई प्रमाणित गर्न तथ्य र कारणहरू क्रमबद्ध लेखन लगाउनुहोस् ।

प्रमाण

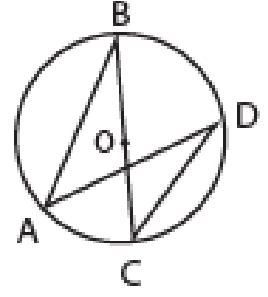
तथ्यहरू	कारणहरू
1. $\angle AOB = 2 \angle ACB$	1. एउटै चाप AB मा आधारित परिधिको कोण र केन्द्रीय कोणको सम्बन्ध
2. $\angle AOB = 2 \angle ADB$	2. कारण 1 जस्तै
3. $2 \angle ACB = 2 \angle ADB$ $\therefore \angle ACB = \angle ADB$	3. तथ्य 1 र 2 बाट

चरण III : परिणामको जाँच

तर्कपूर्ण तथ्यहरूलाई एक पटक दोहोऱ्याएर हेर्न लगाउनुहोस् र यसलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 227 को साध्य 2 भन्दा फरक तरिकाले गर्न पनि प्रोत्साहित गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) दिइएको वृत्तमा परिधि कोणहरू $\angle ABC$ र $\angle ADC$ एउटै चाप AC मा आधारित छन् ।



i) $\angle ABC$ र $\angle ADC$ बिचको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

ii) यदि $\angle ABC = (5x + 15)^\circ$ र $\angle ADC = (3x + 21)^\circ$ भए $\angle ADC$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

दुईओटा वृत्तहरू खिची $\angle ABC$ र $\angle ADC$ बिचको सम्बन्ध प्रयोगात्मक रूपमा परीक्षण गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 232 को अभ्यास 12 को 1 को (क), (ख), (ङ), (च) र प्रश्न न. 3 को (ख) समाधान गर्नुहोस् ।

सातौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) चक्रीय चतुर्भुजको परिभाषा दिन
- (ख) चक्रीय चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरूबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

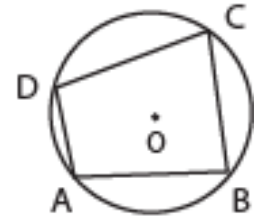
शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्रीहरू, चार्टपेपर, कैंची, चक्रीय चतुर्भुजका चार्टहरू, ICT

क्रियाकलाप 1

अवलोकन चरण

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्टपेपर दिनुहोस् ।
- (ग) 'O' केन्द्र भएको वृत्त खिचन लगाउनुहोस् र उक्त वृत्तको परिधिमा बिन्दुहरू A, B, C र D लिन लगाउनुहोस् । क्रमशः बिन्दुहरू A र B, B र C, C र



D जसमा चार शीर्षबिन्दुहरू वृत्तको परिधिमा रहेका छन्, यसलाई चक्रीय चतुर्भुज भनिन्छ, भन्ने धारणा निर्माण गर्ने ।

- (घ) विद्यार्थीलाई चार्टपेपरमा वृत्त बनाउन लगाई वृत्त काटेर चित्र न. 1 मा जस्तै चक्रीय चतुर्भुज निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ड) दिइएको चित्रमा चक्रीय चतुर्भुजको सम्मुख कोणहरू $\angle ABC$ र $\angle ADC$ काटेर चित्र नं. ii मा मिलाउन लगाउनुहोस् ।

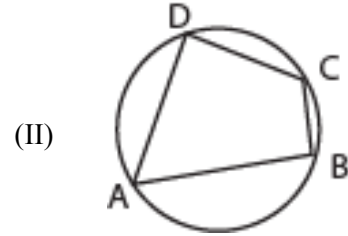
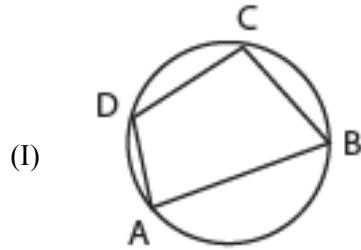
(च) दिइएको चित्रमा परिधिको कोण $\angle B$ र $\angle D$ मिलाउँदा सिधा रेखामा पर्ने धारणा दिने

(छ) विद्यार्थीलाई निष्कर्ष लेख्न लगाउने

क्रियाकलाप 2

प्रयोगात्मक चरण

(क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई पेन्सिल र कम्पासको सहायताले फरक फरक अर्धव्यास भएका कम्तीमा २ ओटा चक्रीय चतुर्भुज खिच्न लगाउनुहोस् ।



(ख) चाँदको सहायताले वृत्तमा बनेका परिधि कोणहरूको सही नाप लिई तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) परीक्षण गर्नुपर्ने : (i) $\angle A + \angle C = 180^\circ$

(ii) $\angle B + \angle D = 180^\circ$

तालिका

चित्र न.	$\angle A$	$\angle C$	नतिजा
I			
II			

चित्र न.	$\angle B$	$\angle D$	नतिजा
I			
II			

(घ) निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ड) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट के निष्कर्ष निस्कियो ? कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् कि सबैको एउटै निष्कर्ष आयो छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष : $\angle A + \angle C = 180^\circ$ र $\angle B + \angle D = 180^\circ$ भएकोले चक्रीय चतुर्भुजको सम्मुख कोणहरू परिपूरक हुन्छन् ।

क्रियाकलाप – 3

सैद्धान्तिक चरण

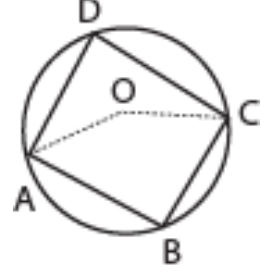
(क) यसरी चक्रीय चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू परिपूरक हुन्छन् भन्ने धारणा निर्माणपछि, निम्न चरणहरू अपनाई सैद्धान्तिक प्रमाणित गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

चरण I : समस्याको परिचान

थाहा दिइएको बाट : केन्द्रबिन्दु O भएको वृत्त र चक्रीय चतुर्भुज ABCD छ ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

$$\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$$



चरण II : योजना निर्माण

उक्त साध्य समाधान गर्न यदि आवश्यक परेमा जुक्ति वा रचना गर्नुपर्ने धारणा दिनुहोस् ।

रचना : बिन्दुहरू A र C लाई वृत्तको केन्द्र O सँग जोडौं ।

चरण III : योजना कार्यान्वयन

यस चरणमा विद्यार्थीलाई, निष्कर्षमा पुऱ्याउन ज्यामितीय समस्यालाई प्रमाणित गर्न तथ्य र कारणहरू क्रमबद्ध लेख्न लगाउनुहोस् ।

प्रमाण:

तथ्यहरू	कारणहरू
1. अधिककोण $\angle AOC = 2 \angle ADC$	1. एउटै चाप ABC मा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधिको कोण
2. बृहत्कोण $\angle AOC = 2 \angle ABC$	2. एउटै चाप ADC मा आधारित केन्द्रीय कोण र परिधिको कोण
3. $2 \angle ADC + 2 \angle ABC =$ अधिक कोण AOC + बृहत् कोण AOC $2(\angle ADC + \angle ABC) = 360^\circ$ $\angle ADC + \angle ABC = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$	3. तथ्य 1 र 2 बाट र सरल गर्दा
4. यसै गरी $\angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$	4. माथिकै जस्तै गरी

चरण IV : परिणामलाई जाँच

तर्कपूर्ण तथ्यहरूलाई एक पटक दोहोर्‍याएर हेर्न लगाउनुहोस् र यसलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 228 र 229 मा को साध्य 3 भन्दा फरक तरिकाले गर्न प्रोत्साहित गर्नुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 231 को उदाहरण 25 गर्न विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्नुहोस् ।

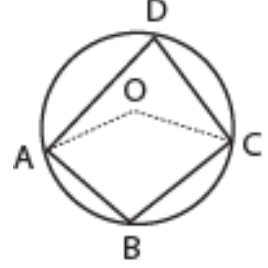
मूल्याङ्कन

(अ) दिइएको चित्रमा ABCD एउटा चक्रिय चतुर्भुज हो भने

i) $\angle ABC$ र $\angle ADC$ को सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

ii) $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC$ हुन्छ भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

iii) यदि $\angle ABC = 120^\circ$ भए, $\angle AOC$ को मान कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।



गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 223 को 3 नं. को (ग), (घ) का समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

आठौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) वृत्ताकार साध्यहरू प्रयोग गरी विभिन्न गणितीय सैद्धान्तिक समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षामा सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चार्टपेपरमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) समूहमा छलफल गरी प्रश्नका उत्तर कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् र आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

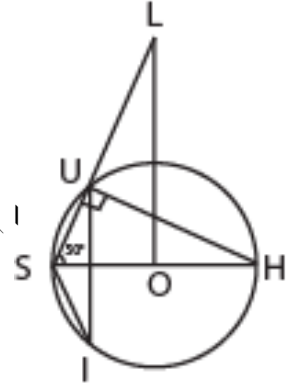
प्रश्नहरू

1. चित्रमा देखाइएको केन्द्रबिन्दु O भएको वृत्तमा SH व्यास हो । S, I, H र U परिधिका बिन्दुहरू जहाँ $OL \perp SH$ छ ।

(अ) $\angle SUH$ को नाप कति हुन्छ ? कारणसहित लेख्नुहोस् ।

(आ) प्रमाणित गर्नुहोस् : $\angle SIU = \angle OLS$

(इ) यदि $\angle USH = 50^\circ$ भए $\angle SIU$ को नाप कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।



उत्तरहरू:

(अ) $\angle SUH = 90^\circ$ [अर्धवृत्तमा बनेको कोण एक समकोण हुने भएकाले]

(आ) प्रमाणित गर्नु पर्ने : $\angle SIU = \angle OLS$

तथ्यहरू	कारणहरू
1. $\angle SUH = 90^\circ$	अर्धवृत्तमा बनेको कोण 90° हुने भएकाले
2. ΔSHU र ΔSOL मा i. $\angle SUH = \angle SOL$ ii. $\angle USH = \angle LSO$ iii. $\angle SHU = \angle OLS$	दुवै कोण 90° हुने भएकाले दुवै त्रिभुजको साभा कोण हुनाले त्रिभुजको बाँकी कोण बराबर हुनाले
3. $\angle SHU = \angle SIU$	एउटै चाप SU मा बनेको परिधि कोण
4. $\angle OLS = \angle SIU$ $\therefore \angle SIU = \angle OLS$	तथ्य 2 (iii) र 3 बाट प्रमाणित भयो ।

(इ) $\angle USH = 50^\circ$

$\angle SIU = ?$

1. ΔSHU मा

$$= \angle USH + \angle SHU + \angle HUS = 180^\circ \text{ [त्रिभुजका भित्री कोणको योगफल } 180^\circ \text{ हुनाले]}$$

$$= 50^\circ + \angle SHU + 90^\circ = 180^\circ$$

$$= \angle SHU = 180^\circ - 140^\circ$$

$$= \angle SHU = 40^\circ$$

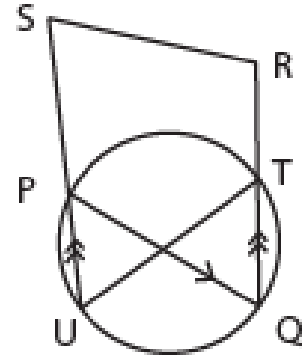
2. $\angle SIU = \angle SHU$ [एउटै चाप SU मा बनेको परिधि कोण]

$$\therefore \angle SIU = 40^\circ$$

ख) दिइएको चित्रमा PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज भए UTRS एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

थाहा दिइएको : PQRS एउटा समानान्तर चतुर्भुज छ ।

प्रमाणित गर्नुपर्ने : UTRS एउटा चक्रीय चतुर्भुज हो ।



प्रमाण

तथ्य	कारणहरू
1. $\angle PSR = \angle PQR$	स.च. PQRS को विपरित कोण बराबर हुनाले
2. $\angle PQR = \angle PUT$	एउटै चाप \widehat{PT} मा बनेको परिधि कोण
3. $\angle PSR = \angle PUT$	तथ्य 1 र 2 बाट
4. $\angle PUT + \angle UTR = 180^\circ$	$RT \parallel SU$, क्रमागत भित्री कोण हुनाले
5. $\angle PSR + \angle UTR = 180^\circ$	तथ्य 3 र 4 बाट
6. UTRS एउटा चक्रीय चतुर्भुज भयो ।	तथ्य छबाट चतुर्भुजको विपरित कोण 180° हुनाले ।

प्रमाणित भयो ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 233, 234 र 235 को अभ्यास 12 को प्रश्न न. 4 देखि 8 सम्मका प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

नवौं र दसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) वृत्तका भागका परिभाषा र साध्यसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य तथा प्रयोगात्मक कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ज्यामितीय सामग्री, चार्टपेपर, मसिनो धागो, तार, ट्रेसिड पेपर

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षामा सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई व्यावहारिक गणितीय समस्या समाधान तथा प्रयोगात्मक कार्यको विवरण लेखी एक एकओटा चार्टपेपर दिनुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. केन्द्रीय कोण र परिधि कोणको सम्बन्ध र तिनीहरूसँग सम्बन्धित चाप तथा जीवाहरूको सम्बन्ध प्रस्ट्याउने गरी कागजका मोडेलहरू बनाउनुहोस् ।

2. केन्द्रहरू क्रमशः X र Y भएका दुई बराबर वृत्तहरू ABP र CDQ खिच्नुहोस् । बराबर चापहरू AB र CD बनाई जीवाहरू AB र CD जोड्नुहोस् । AB र CD नाप्नुहोस् र आएको नतिजालाई तालिकामा भर्नुहोस् ।

(अ) के जीवा $AB =$ जीवा CD छ ?

(आ) के जीवा AB र CD ले केन्द्रमा बनाएका कोणहरू बराबर छन् ?

(इ) के जीवा AB ले वृत्तको परिधिमा बनाएको कोण केन्द्रीय कोणको आधा छ ।

(ग) प्रत्येक समूहले तयार पारेको कार्यलाई पालैपालो कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अन्त्यमा विद्यार्थीको प्रस्तुति र आआफ्नो समूहको सक्रियताका आधारमा मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ 13 तथ्याङ्कशास्त्र (Statistics)

परिचय

तथ्याङ्कशास्त्र तथ्याङ्क सङ्कलन, सङ्गठ, विश्लेषण, व्याख्या, र प्रस्तुतीकरणमा केन्द्रित गणितको एक शाखा हो। यसले व्यक्तिलाई सङ्ख्यात्मक जानकारीको अर्थपूर्ण निष्कर्ष निकाल्न सक्षम बनाउँछ। यस पाठमा तथ्याङ्कका मुख्य अवधारणाहरूमध्ये मध्यक, मध्यिका, रित, र चतुर्थांशहरू समावेश छन्।

मध्यकलाई औसत पनि भनिन्छ। यसले कुनै पनि तथ्याङ्कका समूहको केन्द्रीय प्रवृत्तिको प्रतिनिधित्व गर्दछ। यो सबै मानहरू जोडेर र मानहरूको कुल सङ्ख्याले भाग गरेर गणना गरिन्छ। मध्यिका तथ्याङ्क समूहको मध्य मान हो। मध्यक तथ्याङ्कलाई बढ्दो वा घट्दो क्रममा व्यवस्थित गरिन्छ र पत्ता लगाइन्छ। यदि त्यहाँ मानहरूको समान सङ्ख्या छ भने, मध्यिका दुई मध्य मानहरूको औसत हो। रितले तथ्याङ्कका समूहमा सबैभन्दा धेरै पटक दोहोरिएको मानलाई जनाउँछ।

चतुर्थांशहरूले तथ्याङ्कका समूहलाई चार बराबर भागहरूमा विभाजन गर्दछ। प्रत्येकमा 25% तथ्याङ्क समावेश हुन्छन्। पहिलो चतुर्थक (Q_1) ले 25 औं प्रतिशतलाई प्रतिनिधित्व गर्दछ, दोस्रो चतुर्थांश (Q_2) मध्यिका हो, र तेस्रो चतुर्थांश (Q_3) ले 75 औं प्रतिशतलाई प्रतिनिधित्व गर्दछ।

यी अवधारणाहरूले विद्यार्थीलाई तथ्याङ्कको व्याख्या गर्न, मानहरू तुलना गर्न, र विभिन्न विषयहरूमा निष्कर्ष निकाल्न मद्दत गर्दछ। यस पाठमा सूत्रहरू प्रयोग गरी विभिन्न अविच्छिन्न तथ्याङ्कहरूका मध्यक, मध्यिका, रित एवम् चतुर्थांशहरू तथा केही शाब्दिक समस्याहरू हल गरिने छन्।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकिएका सिकाइ उपलब्धि निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) तथ्याङ्कबाट केन्द्रीय प्रवृत्तिका मापन र चतुर्थांशहरू पत्ता लगाउन

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 15 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ। तसर्थ

यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	अङ्कगणितीय मध्यक सम्बन्धित समस्याहरू	3	239 – 248
2.	मध्यकसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	
3.	अविच्छिन्न तथ्याङ्कको मध्यिकासम्बन्धी समस्याहरू	2	249 – 252 , 257 – 258
4.	मध्यिकासम्बन्धी थप समस्याहरू	1	253 , 257 – 258
5.	अविच्छिन्न तथ्याङ्कको रित	2	259 – 261
6.	चतुर्थांशको परिचय पुनरवलोकन र केही शाब्दिक प्रश्नोत्तर	2	261 – 266 , 268
7.	चतुर्थांश सम्बन्धित थप समस्याहरू	1	267 , 269
8.	मध्यिका र चतुर्थांशसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	2	
	जम्मा	15	

सिकाई सहजीकरण गर्दा सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरूमा प्रष्ट पार्नुहोस् :

- छरपस्ट रूपमा आएका तथ्याङ्कहरूलाई उचित वर्गान्तरअनुसार अविच्छिन्न श्रेणीक्रम तयार गर्न समस्या, जस्तै: 12, 13, 11, 10, 15, 8, 20, 21, 24 मा अविच्छिन्न वर्गान्तर 0 – 10, 10 – 20, 20 – 30 आदि लिने हो भने तथ्याङ्कहरू 10 र 20 वास्तवमा कुन वर्गान्तरमा पर्दछ भनी पहिचान गर्न समस्या रहेको पाइन्छ ।
- अविच्छिन्न श्रेणी क्रममा रहेका तथ्याङ्कहरूको वर्गान्तरको मध्यमान पत्ता लगाउन समस्या हुने,
- मध्यक एवम् रित जस्तै मध्यका तथा चतुर्थांश पत्ता लगाउँदा दिइएको अविच्छिन्न श्रेणीक्रम यदि क्रमिक बढ्दो क्रममा नभएको खण्डमा सोभै मानहरू पत्ता लगाउने कार्य गर्दा धेरै गल्ती हुने ।
- सूत्रहरूको छनोट एवम् प्रयोगमा समस्या हुने ।

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाई उपलब्धि

(क) अङ्कगणितीय मध्यकसम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका विद्यार्थीलाई दिइएको तथ्याङ्कका मध्यक पत्ता लगाउन लगाई उक्त मानलाई व्याख्या गर्न लगाउनुहोस् ।

20 , 10 , 30 , 40 , 80 , 60 , 110 , 90

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई तलको चार्ट प्रस्तुत गरी उल्लिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच चार्टमा भएका बुँदाहरू छलफल गराउँदा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

श्री मङ्गल मा.वि. मा आधारभूत तहमा अध्ययन गर्ने केही विद्यार्थीको उमेर (वर्ष) तल दिइएको छ :

13 , 12 , 19 , 15 , 16 , 14 , 10 , 11 , 12 , 10 , 12 , 13 , 10 , 11 , 15 ,
17 , 14 , 12 , 13 , 10 , 11 , 14 , 16 , 15 , 16 , 15 , 14 , 11 , 14 , 12

1. विद्यार्थीको औसत उमेर कति रहेछ ?
2. कति जना विद्यार्थीको उमेर औसत उमेरभन्दा कम र बढी रहेछ ?
3. माथि दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा मध्यिका, पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. सबैभन्दा धेरै कति जना विद्यार्थीको समान उमेर रहेछ ? यसलाई के भनिन्छ ?

क्रियाकलाप - 3

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीमा केही समय अविच्छिन्न श्रेणीका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।
- (ग) वैयक्तिक तथ्याङ्कलाई कसरी अविच्छिन्न श्रेणीमा व्यक्त गर्न सकिन्छ सोबारे पनि केही समय छलफल गराउनुहोस् ।
- (घ) विद्यार्थीविच अविच्छिन्न श्रेणीमा भएका तथ्याङ्कहरूको मध्यक पत्ता लगाउने सूत्र उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

$$(अ) \text{ प्रत्यक्ष विधिबाट मध्यक निकाल्दा } (\bar{x}) = \frac{\sum f m}{N}$$

$$(आ) \text{ छोटकरी विधिबाट मध्यक निकाल्दा } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f d}{N}$$

जहाँ,

$$x = \text{ तथ्याङ्क } \quad f = \text{ तथ्याङ्कको बारम्बारता}$$

$$N = \sum f \quad m = \text{ मध्यमान}$$

प्रश्नहरू

- (अ) यदि $\sum f m = 3250$ र $\sum f = N = 25$ भए मध्यक पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\sum f m = 3250 \text{ र } \sum f = N = 25$$

$$\therefore (\bar{x}) = \frac{\sum f m}{N}$$

$$= \frac{3250}{25}$$

$$= 130$$

(आ) यदि $A = 150$, $\sum f d = 250$ र $\sum f = N = 20$ भए मध्यक पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ, $A = 150$, $\sum f d = 250$ र $\sum f = N = 20$

$$\therefore (\bar{x}) = A + \frac{\sum f d}{N}$$

$$= 150 + \frac{250}{20}$$

$$= 162.5$$

(इ) श्री महेन्द्रोदय मा.वि. को कक्षा 9 मा अध्ययनरत विद्यार्थीको पहिलो त्रैमासिक परीक्षामा गणित विषयमा प्राप्त भएका प्राप्ताङ्क दिइएको छ ।

42 , 48 , 42 , 53 , 58 , 62 , 72 , 61 , 31 , 26 ,
 55 , 64 , 58 , 48 , 38 , 12 , 17 , 28 , 38 , 39 ,
 58 , 62 , 74 , 71 , 68 , 54 , 59 , 42 , 43 , 38

i) दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

ii) प्राप्त तथ्याङ्कका आधारमा उक्त विद्यालयको औसत प्राप्ताङ्क पत्ता लगाउनुहोस् ।

i) यहाँ,

दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको अविच्छिन्न श्रेणी तालिकामा प्रस्तुत गर्दा, यस तथ्याङ्कमा सबैभन्दा सानो प्राप्ताङ्क 12 र सबैभन्दा ठुलो प्राप्ताङ्क 72 भएकाले पहिलो श्रेणी 10 – 20 र अन्तिम श्रेणी 70 – 80 हुन्छ ।

प्राप्ताङ्क	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
विद्यार्थी सङ्ख्या	2	2	5	6	7	5	3

ii) यहाँ,

प्राप्ताङ्क	मध्यमान (m)	विद्यार्थी सङ्ख्या (f)	f m
10 – 20	15	2	30
20 – 30	25	2	50
30 – 40	35	5	175
40 – 50	45	6	270
50 – 60	55	7	385
60 – 70	65	5	325
70 – 80	75	3	225
		$\sum f = N = 30$	$\sum fm = 1460$

हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned}\therefore (\bar{x}) &= \frac{\sum fm}{N} \\ &= \frac{1460}{30} \\ &= 48.67\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

(अ) यदि 30 अङ्कभन्दा कम प्राप्ताङ्क भएका विद्यार्थीले पुनः परीक्षा दिई 30 देखि 40 वर्गान्तरभित्र अङ्क प्राप्त गरेको खण्डमा औसत प्राप्ताङ्क कति हुन्छ होला ?

(आ) माथिको तथ्याङ्कमा छोटो विधिबाट मध्यक पत्ता लगाउने हो भने कति प्राप्त हुन्छ ? निकाल्नुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 247 को प्रश्न न. 1 देखि 3, 5 र 6 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) अङ्कगणितीय मध्यक सम्बन्धित थप समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएको चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहहरूलाई आपसमा छलफल गरि दिइएको प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस कार्यमा विद्यार्थीले गरेका समाधान प्रक्रियाहरू अवलोकन गरी आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. कुनै एउटा नर्सरीमा भएका कुनै एउटा प्रजातिका बोटहरूको उचाइ नाप्दा औसत उचाइ 36 cm प्राप्त भयो भने 40 cm देखि 50 cm सम्मका कति बोटहरू रहेछन् पत्ता लगाउनुहोस् ।

उचाइ (in cm)	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
बोटको सङ्ख्या (f)	3	8	15	p	4

उत्तर

उचाइ (in cm)	मध्यमान (m)	बोटको सङ्ख्या (f)	f m
10 – 20	15	3	45
20 – 30	25	8	200
30 – 40	35	15	525
40 – 50	45	p	45p
50 – 60	55	4	220
		$\sum f = N = 30 + p$	$\sum fm = 990 + 45p$

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{मध्यक } (\bar{x}) = \frac{\sum fm}{N}$$

$$\Rightarrow 36 = \frac{990 + 45p}{30 + p}$$

$$\Rightarrow 1080 - 990 = 45p - 36p$$

$$\Rightarrow 36(30 + p) = 990 + 45p$$

$$\Rightarrow 90 = 9p$$

$$\Rightarrow 1080 + 36p = 990 + 45p$$

$$\therefore p = 10$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

2. कुनै कम्पनीमा कार्यरत कर्मचारीहरूको औसत तलब (हजारमा) रु. 45 भए, 'k' को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

तलब (रु. हजारमा)	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
कर्मचारीको सङ्ख्या (f)	4	7	9	18	k	7	3

3. कुनै एउटा स्थानमा पछिल्लो 6 महिनाको विभिन्न दिनमा भएको औसत वर्षा 28.5 mm भए, 'd' को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

वर्षा (mm)	0 – 10	20 – 30	40 – 50	10 – 20	30 – 40	50 – 60
पानी परेको दिन (f)	7	6	8	d	12	2

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 248 को प्रश्न न. 4 का प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो र पाँचौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) विद्यार्थीले मध्यकसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू, उचाइ नाप्ने सामग्रीहरू

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।

(ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीको उचाइ मापन गरी विवरण टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) यसरी आएको विवरणलाई सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गरी मध्यक पत्ता निकाल्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) प्राप्त नतिजालाई (तालिकालाई) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

छैटौं र सातौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) मध्यिकाको परिचय पुनरवलोकन गर्न र केही शाब्दिक प्रश्नोत्तर गर्न

(ख) मध्यिका सम्बन्धित समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षाका विद्यार्थीलाई दिइएको तथ्याङ्कको मध्यक र मध्यिका पत्ता लगाउन लगाई उक्त मानलाई व्याख्या गर्न लगाउनुहोस् ।

5 , 15 , 35 , 20 , 40 , 50 , 10 , 90

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई तलको चार्ट प्रस्तुत गरी उल्लिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच चार्टमा भएका प्रश्न पुनरावृत्तिका लागि छलफल गराउँदा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. एउटा 50 जनाको समूहमा भएका विद्यार्थीको उमेर सोधेर सङ्कलन गर्दा तलको तथ्याङ्क पाइयो :

16 , 13 , 12 , 13 , 9 , 11 , 14 , 16 , 15 , 18 , 15 , 14 , 11 , 10 , 12 ,
12 , 15 , 11 , 10 , 15 , 16 , 12 , 11 , 10 , 12 , 13 , 10 , 12 , 16 , 17 ,
10 , 13 , 11 , 12 , 13 , 14 , 13 , 14 , 15 , 11 , 12 , 10 , 11 , 10 , 14 ,
10 , 11 , 13 , 13 , 15

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई वैयक्तिक श्रेणीमा बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) तथ्याङ्कलाई बढ्दो क्रममा राखेपछि ठिक बिचमा कुन तथ्याङ्क पर्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई वैयक्तिक श्रेणीमा बढ्दो क्रममा प्रस्तुत गर्दा,

9 , 10 , 10 , 10 , 10 , 10 , 10 , 10 , 10 , 10 , 11 , 11 , 11 , 11 , 11 , 11 , 11 , 11 , 11 , 12 , 12 , 12 , 12 , 12 , 12 ,

,

12 , 13 , 13 , 13 , 13 , 13 , 13 , 13 , 13 , 13 , 14 , 14 , 14 , 14 , 14 , 15 , 15 , 15 , 15 , 15 , 15 , 16 , 16 , 16 , 16 , 17 ,

18

(आ) यहाँ,

क्रियाकलाप - 3

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच अविच्छिन्न श्रेणीमा भएका तथ्याङ्कहरूको मध्यिका पत्ता लगाउने सूत्र उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

$$\text{मध्यिका (Md)} = l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{2} - \text{c.f.} \right)$$

l = मध्यिका पर्ने वर्गान्तरको तल्लो मान

N = जम्मा बारम्बारता

f = मध्यिका पर्ने वर्गान्तरको बारम्बारता

c.f. = मध्यिका पर्ने वर्गान्तरभन्दा ठिक माथिको सञ्चित बारम्बारताको मान

h = वर्गान्तरको मान

प्रश्नहरू

1. दिइएको तथ्याङ्कबाट मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् ।

प्रतिघण्टा ज्याला (रु.)	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100	100 – 110	110 – 120	120 – 130
कामदारको सङ्ख्या	5	6	7	4	9	10	4	6

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थीको सङ्ख्या (f)	सञ्चित बारम्बारता (c.f.)
50 – 60	5	5
60 – 70	6	11
70 – 80	7	18
80 – 90	4	22
90 – 100	9	31
100 – 110	10	41
110 – 120	4	45
120 – 130	6	51
	$\sum f = N = 51$	

$$\text{मध्यिका पर्ने वर्गान्तर} = \left(\frac{N}{2} \right)^{\text{th}} \text{ पद} = \left(\frac{51}{2} \right)^{\text{th}} \text{ पद} = 25.5^{\text{th}} \text{ पद}$$

$$\therefore \text{मध्यिका पर्ने वर्गान्तर} = 90 - 100$$

$$\therefore l = 90, \quad h = 10, \quad \text{c.f.} = 22, \quad f = 9 \quad \text{र} \quad \frac{N}{2} = 25.5$$

$$\begin{aligned} \text{अब, मध्यिका (Md)} &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{2} - \text{c.f.} \right) \\ &= 90 + \frac{10}{9} (25.5 - 22) \\ &= 93.89 \end{aligned}$$

2. श्री सरस्वती मा.वि. को कक्षा 10 मा अध्ययनरत विद्यार्थीको पहिलो

त्रैमासिक परीक्षामा गणित विषयमा प्राप्त भएको प्राप्ताङ्क तल दिइएको छ :

43, 48, 42, 58, 58, 62, 75, 61, 31, 26,
52, 64, 58, 42, 37, 10, 17, 28, 39, 39,
51, 62, 78, 71, 68, 56, 59, 46, 43, 32

i) दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

ii) प्राप्त तथ्याङ्कका आधारमा मध्यिका प्राप्ताङ्क पत्ता लगाउनुहोस् ।

i) यहाँ,

दिइएको तथ्याङ्कलाई 10/10 को श्रेणी अन्तर लिइएको अविच्छिन्न श्रेणी तालिकामा प्रस्तुत गर्दा, यस तथ्याङ्कमा सबैभन्दा सानो प्राप्ताङ्क 10 र सबैभन्दा ठूलो प्राप्ताङ्क 75 भएकाले पहिलो श्रेणी 10 – 20 र अन्तिम श्रेणी 70 – 80 हुन्छ ।

प्राप्ताङ्क	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
विद्यार्थी सङ्ख्या	2	2	5	6	7	5	3

ii) यहाँ,

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थी सङ्ख्या (f)	सञ्चित वारम्भारता (c.f.)
10 – 20	2	2
20 – 30	2	4
30 – 40	5	9
40 – 50	6	15
50 – 60	7	22
60 – 70	5	27
70 – 80	3	30
	$\sum f = N = 30$	

हामीलाई थाह छ,

$$\text{मध्यिका पर्ने वर्गान्तर} = \left(\frac{N}{2} \right)^{\text{th}} \text{ पद} = \left(\frac{30}{2} \right)^{\text{th}} \text{ पद} = 15^{\text{th}} \text{ पद}$$

$$\therefore \text{मध्यिका पर्ने वर्गान्तर} = 40 - 50$$

$$\therefore l = 40, h = 10, \text{ c.f.} = 9, f = 6 \text{ र } \frac{N}{2} = 15$$

$$\begin{aligned} \text{अव, मध्यिका (Md)} &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{2} - \text{c.f.} \right) \\ &= 40 + \frac{10}{6} (15 - 9) \\ &= 40.28 \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

3. यदि वर्गान्तर 10-20 मा कुनै पनि विद्यार्थी पर्दैनन् भने मध्यिका कति हुन्छ ?
4. दिइएको तथ्याङ्कबाट मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस् ।

तापक्रम ९सेल्सियस	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49
दिन	2	2	5	6	7

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 257 को प्रश्न न. 1, 2 र 4 प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

आठौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) मध्यिका सम्बन्धित समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहहरूलाई आपसमा छलफल गरी दिइएका प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रियामा विद्यार्थी आएका समाधान प्रक्रिया अवलोकन गरी आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. कुनै एउटा अविच्छिन्न तथ्याङ्कमा मध्यिका पर्ने वर्गान्तर 12-16, बारम्बारताको योगफल (N) = 24, मध्यिका पर्ने वर्गान्तरभन्दा ठिक माथिको सञ्चित बारम्बारता मान 9, बारम्बारता (f) = p र मध्यिकाको मान (Md) = 14.4 भए, p को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$l = 12, h = 4, N = 24,$$

$$c.f. = 9, f = p, Md = 14.4$$

We have,

$$Md = l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{2} - c.f. \right)$$

$$\Rightarrow 14.4 = 12 + \frac{4}{p} \left(\frac{24}{2} - 9 \right)$$

$$\Rightarrow 14.4 - 12 = \frac{4}{p} (12 - 9)$$

$$\Rightarrow 2.4 = \frac{4}{p} \times 3$$

$$\Rightarrow 2.4 p = 12$$

$$\therefore p = 5$$

2. दिइएको तथ्याङ्कको यदि मध्यिका $\frac{190}{3}$ भए थाह नभएको बारम्बारता 'a' को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
विद्यार्थीको सङ्ख्या	5	8	a	12	7	8

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थीको सङ्ख्या (f)	सञ्चित बारम्बारता (c.f.)
0 – 20	5	5
20 – 40	8	13
40 – 60	a	13 + a
60 – 80	12	25 + a
80 – 100	7	32 + a
100 – 120	8	40 + a
	$\sum f = N = 40 + a$	

$$\text{मध्यिका} = \frac{190}{3}$$

$$\therefore \text{मध्यिका पर्ने वर्गान्तर} = 60 - 80$$

$$\therefore l = 60, h = 20, c.f. = 13 + a, f = 12 \text{ र } \frac{N}{2} = \frac{40 + a}{2}$$

We have,

$$\begin{aligned}
\text{मध्यिका (Md)} &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{2} - \text{c.f.} \right) \\
\Rightarrow \frac{190}{3} &= 60 + \frac{20}{12} \left(\frac{40+a}{2} - (13+a) \right) \\
\Rightarrow \frac{190}{3} - 60 &= \frac{20}{12} \left(\frac{40+a-2(13+a)}{2} \right) \\
\Rightarrow \frac{190-180}{3} &= \frac{20}{12} \left(\frac{40+a-26-2a}{2} \right) \\
\Rightarrow \frac{10}{3} &= \frac{20}{12} \left(\frac{14-a}{2} \right) \\
\Rightarrow \frac{10}{3} &= \frac{20(14-a)}{24} \\
\Rightarrow 240 &= 60(14-a) \\
\Rightarrow 4 &= 14-a \\
\therefore a &= 10
\end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

- कुनै एउटा अविच्छिन्न तथ्याङ्कमा, मध्यिका पर्ने वर्गान्तर 400–500, बारम्बारताको योगफल (N) = 44, मध्यिका पर्ने वर्गान्तरभन्दा ठिक माथिको सञ्चित बारम्बारता मान 8, बारम्बारता (f) = 20 र मध्यिकाको मान पत्ता लगाउनुहोस्।
- कुनै एउटा अविच्छिन्न तथ्याङ्कमा मध्यिका पर्ने वर्गान्तर 20–30, बारम्बारताको योगफल (N) = 24, मध्यिका पर्ने वर्गान्तरभन्दा ठिक माथिको सञ्चित बारम्बारता मान k, बारम्बारता (f) = 5 र मध्यिकाको मान (Md) = 30 भए, k को मान पत्ता लगाउनुहोस्।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 253 उदाहरण 3 र 253 को प्रश्न न.3 प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस्।

नवौं र दसौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

अविच्छिन्न तथ्याङ्कको रित पत्ता लगाउन सक्नेछन् ।

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू, मानिसको तौल नाप्ने सामान

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।
- (ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीको तौल मापन गरि विवरण टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) यसरी आएको विवरणलाई खण्डित श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ङ) अब रित कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (च) प्राप्त नतिजालाई (तालिकालाई) कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीबिच अविच्छिन्न श्रेणीमा भएका तथ्याङ्कहरूको रितबारे केही समय छलफल गराउनुहोस् र रित पत्ता लगाउने सूत्र उदाहरणसहित प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

$$\text{रित (Mode)} = L + \frac{f_1 - f_0}{2 f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

L = रित पर्ने वर्गान्तरको तल्लो सीमा

f_0 = रित पर्ने वर्गान्तरभन्दा तल्लो वर्गान्तरको बारम्बारता

f_1 = रित पर्ने वर्गान्तरको बारम्बारता

f_2 = रित पर्ने वर्गान्तरभन्दा माथिल्लो वर्गान्तरको बारम्बारता

h = रित पर्ने वर्गान्तरको मान

(ग) विद्यार्थीविच तलका प्रश्नहरूबारे केही समय छलफल गराउनुहोस् र यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

(अ) अविच्छिन्न श्रेणीको रित पत्ता लगाउने सूत्रमा रित पर्ने वर्गान्तरको तल्लो सीमा (L) किन जोडिएको होला ?

(आ) के रितको मान दशमलवमा आउन सक्छ ?

(इ) यदि अविच्छिन्न श्रेणी कुनै दुई श्रेणीहरूको समान अधिकतम बारम्बारता भएको खण्डमा रित कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

1. यदि दिइएको तथ्याङ्कबाट रित पत्ता लगाउनुहोस् :

प्राप्ताङ्क	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
विद्यार्थीको सङ्ख्या	5	8	5	12	7	8

यहाँ,

सबैभन्दा धेरै बारम्बारता 12 छ । उक्त बारम्बारताको वर्गान्तर 60 – 80 हो ।

$$L = \text{रित पर्ने वर्गान्तरको तल्लो सीमा} = 60$$

$$f_0 = \text{रित पर्ने वर्गान्तरभन्दा तल्लो वर्गान्तरको बारम्बारता} = 5$$

$$f_1 = \text{रित पर्ने वर्गान्तरको बारम्बारता} = 12$$

$$f_2 = \text{रित पर्ने वर्गान्तरभन्दा माथिल्लो वर्गान्तरको बारम्बारता} = 7$$

$$h = \text{रित पर्ने वर्गान्तरको मान} = 20$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{रित (Mode)} &= L + \frac{f_1 - f_0}{2 f_1 - f_0 - f_2} \times h \\ &= 60 + \frac{12 - 5}{2 \times 12 - 5 - 7} \times 20 \\ &= 60 + \frac{7}{12} \times 20 \\ &= 71.67 \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

2. दिइएको तथ्याङ्कबाट मध्यक र मध्यिकाको मानहरू निकाली मध्यक, मध्यिका र रित तुलना गर्नुहोस् ।

उमेर (वर्ष)	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40
मनिसहरूको सङ्ख्या	6	8	9	5	4	7

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 260 को प्रश्न न. 1, 2 र 3 प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

एघारौँ र बाह्रौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) चतुर्थांशको परिचय पुनरवलोकन गर्न र केही शाब्दिक प्रश्नोत्तर गर्न

(ख) चतुर्थांश सम्बन्धित समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका विद्यार्थीलाई दिइएको तथ्याङ्कको पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउन लगाई उक्त मानलाई व्याख्या गर्न लगाउनुहोस् ।

20 , 10 , 30 , 40 , 80 , 60 , 110 , 90

क्रियाकलाप - 2

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई तलको चार्ट प्रस्तुत गरी उल्लिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच चार्टमा भएका प्रश्न पुनरावृत्तिका लागि छलफल गराउँदा आवश्यकतानुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. तिलिङ्गाटार मा.वि का कक्षा 10 मा अध्ययनरत विद्यार्थीको तौल (के.जी.) तल दिइएको छ ।

47 , 42 , 45 , 50 , 48 , 45 , 47 , 39 , 45 , 42 , 50 , 45 , 48 , 47 , 44 ,
39 , 40 , 45 , 48 , 47 , 42 , 50 , 42 , 45 , 48 , 40 , 44 , 48 , 49 , 45

(अ) दिइएको तथ्याङ्कलाई सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

(अ) तथ्याङ्कलाई सञ्चित बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

तौल (के.जी.)	विद्यार्थी सङ्ख्या	सञ्चित बारम्बारता
39	2	2
40	2	2 + 2 = 4
42	4	4 + 4 = 8
44	2	8 + 2 = 10
45	7	10 + 7 = 17
47	4	17 + 4 = 21
48	5	21 + 5 = 26
49	1	26 + 1 = 27
50	3	27 + 3 = 30
	जम्मा सङ्ख्या (N) = 30	

$$\begin{aligned}
\text{(आ) } Q_1 \text{ पर्ने स्थान} &= \frac{1}{4}(N + 1) \text{ औं पद} \\
&= \frac{1}{4}(30 + 1) \text{ औं पद} \\
&= 7.75 \text{ औं पद} \\
&= 42 \text{ kg}
\end{aligned}$$

त्यस्तै,

$$\begin{aligned}
Q_3 \text{ पर्ने स्थान} &= \frac{3}{4}(N + 1) \text{ औं पद} \\
&= \frac{3}{4}(30 + 1) \text{ औं पद} \\
&= 23.25 \text{ औं पद} \\
&= 48 \text{ kg}
\end{aligned}$$

तलका प्रश्नमा केही समय छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) अविच्छिन्न श्रेणीबाहेकका श्रेणीहरूबाट चतुर्थांश पत्ता लगाउँदा चतुर्थांश पर्ने स्थान निकाल्ने सूत्रमा किन N सँग 1 जोडिन्छ ?

क्रियाकलाप - 3

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच अविच्छिन्न श्रेणीमा भएका तथ्याङ्कहरूको मध्यिका पत्ता लगाउने सूत्र उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

$$\text{पहिलो चतुर्थांश (} Q_1 \text{)} = l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{4} - \text{c.f.} \right)$$

$$\text{पहिलो चतुर्थांश (} Q_3 \text{)} = l + \frac{h}{f} \left(\frac{3N}{4} - \text{c.f.} \right)$$

$$l = \text{मध्यिका पर्ने वर्गान्तरको तल्लो मान}$$

N = जम्मा बारम्बारता

f = मध्यिका पर्ने वर्गान्तरको बारम्बारता

c.f. = मध्यिका पर्ने वर्गान्तरभन्दा ठिक माथिको सञ्चित बारम्बारताको मान

h = वर्गान्तरको मान

प्रश्नहरू

1. दिइएको तथ्याङ्कबाट पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
विद्यार्थीको सङ्ख्या	1	4	5	14	11	11	3	1

प्राप्ताङ्क	विद्यार्थीको सङ्ख्या (f)	सञ्चित बारम्बारता (c.f.)
0 – 10	1	1
10 – 20	4	5
20 – 30	5	10
30 – 40	14	24
40 – 50	11	35
50 – 60	11	46
60 – 70	3	49
70 – 80	1	50
	$\sum f = N = 50$	

पहिलो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर = $\left(\frac{N}{4}\right)^{\text{th}}$ पद = $\left(\frac{50}{4}\right)^{\text{th}}$ पद = 12.5^{th} पद

\therefore पहिलो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर = 30 – 40

\therefore $l = 30$, $h = 10$, $c.f. = 10$, $f = 14$ र $\frac{N}{4} = 12.5$

अब, पहिलो चतुर्थांश (Q1) = $l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{4} - c.f. \right)$

$$= 30 + \frac{10}{14} (12.5 - 10)$$

$$= 31.79$$

फेरि,

तेस्रो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर = $\left(\frac{3N}{4}\right)^{\text{th}}$ पद = $\left(\frac{3 \times 50}{4}\right)^{\text{th}}$ पद = 37.5^{th} पद

\therefore तेस्रो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर = 50 – 60

$$\therefore l = 50, h = 10, \text{ c.f.} = 35, f = 11 \text{ र } \frac{3N}{4} = 37.5$$

$$\begin{aligned} \text{अव, तेस्रो चतुर्थांश (Q3)} &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{2} - \text{c.f.} \right) \\ &= 50 + \frac{10}{11} (37.5 - 35) \\ &= 52.27 \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

2. दिइएको तथ्याङ्कबाट पहिलो र तेस्रो चतुर्थांश पत्ता लगाउनुहोस् ।

वर्गान्तर	0 – 10	20 – 30	40 – 50	10 – 20	30 – 40	50 – 60
बारम्बारता	4	6	10	20	10	6

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 268 को प्रश्न न. 1, 2, 4 र 5 प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

तेह्रौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) चतुर्थांश सम्बन्धित समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू

क्रियाकलाप 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहहरूलाई प्रश्नहरू लेखिएको चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
 (ग) प्रत्येक समूहलाई आपसमा छलफल गरी दिइएको प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस कार्यमा विद्यार्थीलाई आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. कुनै एउटा अविच्छिन्न तथ्याङ्कमा, तेस्रो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर 30 – 40, बारम्बारताको योगफल (N) = 18, तेस्रो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तरभन्दा ठिक माथिको सञ्चित बारम्बारता मान k, बारम्बारता (f) = 4 र तेस्रो चतुर्थांशको मान $Q_3 = 33.75$ भए, k को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$l = 30, \quad h = 10, \quad N = 18$$

$$\text{c.f.} = k, \quad f = 4, \quad Q_3 = 33.75$$

We have,

$$Q_3 = l + \frac{h}{f} \left(\frac{3N}{4} - \text{c.f.} \right)$$

$$\Rightarrow 33.75 = 30 + \frac{10}{4} \left(\frac{3 \times 18}{4} - k \right)$$

$$\Rightarrow 33.75 - 30 = \frac{10}{4} \left(\frac{54 - 4k}{4} \right)$$

$$\Rightarrow 3.75 = \frac{540 - 40k}{16}$$

$$\Rightarrow 60 = 540 - 40k$$

$$\Rightarrow 40k = 540 - 60$$

$$\Rightarrow 40k = 480$$

$$\therefore k = 12$$

2. यदि दिइएको तथ्याङ्कको पहिलो चतुर्थांश $\frac{76}{3}$ भए, थाह नभएको बारम्बारता 'm' को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

वर्गान्तर	20 - 24	24 - 28	28 - 32	32 - 36	36 - 40
बारम्बारता	2	m	6	3	1

वर्गान्तर	बारम्बारता (f)	सञ्चित बारम्बारता (c.f.)
20 - 24	2	2
24 - 28	m	2 + m
28 - 32	6	8 + m
32 - 36	3	11 + m
36 - 40	1	12 + m
	$\sum f = N = 12 + m$	

$$\text{पहिलो चतुर्थांश} = \frac{76}{3}$$

$$\therefore \text{पहिलो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर} = 24 - 28$$

$$\therefore l = 24, \quad h = 4, \quad \text{c.f.} = 2, \quad f = m \quad \text{र} \quad \frac{N}{4} = \frac{12 + m}{4}$$

हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned}
Q_1 &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{N}{4} - \text{c.f.} \right) \\
\Rightarrow \frac{76}{3} &= 24 + \frac{4}{m} \left(\frac{12+m}{4} - 2 \right) \\
\Rightarrow \frac{76}{3} - 24 &= \frac{4}{m} \left(\frac{12+m-8}{4} \right) \\
\Rightarrow \frac{76-72}{3} &= \frac{4}{m} \left(\frac{4+m}{4} \right) \\
\Rightarrow \frac{4}{3} &= \frac{4}{m} \left(\frac{4+m}{4} \right) \\
\Rightarrow \frac{4}{3} &= \frac{4(4+m)}{4m} \\
\Rightarrow \frac{4}{3} &= \frac{4+m}{m} \\
\Rightarrow 4m &= 12 + 3m \\
\therefore m &= 12
\end{aligned}$$

3. यदि दिइएको तथ्याङ्कको तेस्रो चतुर्थांश 390 भए, थाह नभएको बारम्बारता 'p' को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

दैनिक नाफा (रु. सयमा)	0 – 100	100 – 200	200 – 300	300 – 400	400 – 500	500 – 600
पसलहरूको सङ्ख्या	12	18	27	p	17	6

समाधान

दैनिक नाफा	पसलहरूको सङ्ख्या (f)	सञ्चित बारम्बारता (c.f.)
0 – 100	12	12
100 – 200	18	30
200 – 300	27	57
300 – 400	p	57 + p
400 – 500	17	74 + p
500 – 600	6	80 + p
	$\sum f = N = 80 + p$	

$$\text{तेस्रो चतुर्थांश} = 390$$

$$\therefore \text{तेस्रो चतुर्थांश पर्ने वर्गान्तर} = 300 - 400$$

$$\therefore \therefore l = 300, \quad h = 100, \quad \text{c.f.} = 57, \quad f = p \quad \text{र} \quad \frac{3N}{4} = \frac{3(80+p)}{4}$$

हामीलाई थाह छ,

$$\begin{aligned} Q_3 &= l + \frac{h}{f} \left(\frac{3N}{4} - \text{c.f.} \right) \\ \Rightarrow 390 &= 300 + \frac{100}{p} \left(\frac{3(80+p)}{4} - 57 \right) \\ \Rightarrow 390 - 300 &= \frac{100}{p} \left(\frac{3(80+p)}{4} - 57 \right) \\ \Rightarrow 90 &= \frac{100}{p} \left(\frac{240 + 3p - 228}{4} \right) \\ \Rightarrow 90 &= \frac{100}{p} \left(\frac{12 + 3p}{4} \right) \\ \Rightarrow 90 &= \frac{100(12 + 3p)}{4p} \\ \Rightarrow 360p &= 1200 + 300p \\ \Rightarrow 60p &= 1200 \\ \therefore p &= 20 \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

4. दिइएको तथ्याङ्कको पहिलो चतुर्थांश 25 भए y को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

प्राप्ताङ्क	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
विद्यार्थीको सङ्ख्या	9	11	y	20	30	16

Q.5.

दिइएको तथ्याङ्कको तेस्रो चतुर्थांश 62 भए k को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

उमेर (वर्ष)	40 – 44	44 – 48	48 – 52	52 – 56	56 – 60	60 – 64	64 – 68
मानिसहरूको सङ्ख्या	3	5	4	5	4	k	3

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 268 को प्रश्न न. 3 प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

चौधौं र पन्ध्रौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

विद्यार्थीले मध्यिका र चतुर्थांशसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू, लम्बाइ नाप्ने सामग्रीहरू

क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई कक्षा 6 देखि 10 सम्मका एक एकओटा कक्षाको जिम्मेवारी दिनुहोस् ।
- (ग) अब प्रत्येक समूहलाई तोकिएको कक्षाका विद्यार्थीलाई लामो उफ्राइ (OLng Jump) का लागि उपयुक्त ठाउँमा जम्मा गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) अब पालैपालो प्रत्येक कक्षाका विद्यार्थीलाई लामो उफ्राइ (OLng Jump) गर्न लगाउनुहोस् ।
प्रत्येक विद्यार्थीले उफ्रँदा पार गरेको लम्बाइको नाप फित्ताले राम्ररी टिपोट गर्नुहोस् ।
(प्रत्येक विद्यार्थीलाई 3 पटक उफ्रने मौका दिनुहोस् र तेस्रो पटकको उफ्राइको नापमात्र लिनुहोस् ।)

कक्षा	विद्यार्थीको नाम	पहिलो लामो उफ्राइ नाप	दोस्रो लामो उफ्राइ नाप

- (ङ) यसरी आएको विवरणलाई आवश्यकतानुसार 10/10 वा 5/5 को श्रेणी अन्तर लिई अविच्छिन्न श्रेणीमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (च) उक्त अविच्छिन्न श्रेणीबाट मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांश पत्ता लगाई प्राप्त नतिजालाई कक्षामा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई दिइएको तथ्याङ्कको मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांश पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

अङ्क	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
विद्यार्थीको सङ्ख्या	3	5	4	5	4	8

(ख) प्राप्त तथ्याङ्कलाई GeoGebra वा अन्य कुनै ICT साधनको प्रयोग गरी चित्रात्मक रूपमा प्रस्तुत पनि गर्नुहोस् ।

(ग) यसरी प्राप्त भएका चित्रहरू कक्षामा प्रस्तुत गरी मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांशका के कस्ता ज्यामितीय रेखाहरू तयार हुन्छन् सोबारे छलफल गराउनुहोस् साथै ती रेखाहरूका अवस्थाअनुसारका नतीजाहरूबारे पनि केही समय विद्यार्थीबिच छलफल गराउनुहोस् ।

नमुना रुब्रिक्स

व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

समूहगत व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिमा गणितीय ज्ञानको शुद्धताको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

क्षेत्र	आधार	सूचक	अङ्क	प्राप्ताङ्क
1	गणितीय ज्ञानको शुद्धता	तथ्याङ्कलाई उचित अविच्छिन्न श्रेणीक्रममा राखेमा, उक्त तथ्याङ्कमा सहि सूत्रहरू प्रयोग गरी मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांश पत्ता लगाएमा	2	
		तथ्याङ्कलाई उचित अविच्छिन्न श्रेणीक्रममा राखेमा, उक्त तथ्याङ्कमा सही सूत्रहरू प्रयोग गरी मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांश पत्ता लगाएमा तर गणनामा केही त्रुटिहरू भएमा र सुझावपछि सच्याएमा	1.5	
		तथ्याङ्कलाई उचित अविच्छिन्न श्रेणीक्रममा राखेमा, उक्त तथ्याङ्कमा सूत्रहरू प्रयोग गरी मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांश पत्ता लगाउँदा सूत्रहरूमा केही समस्या भएमा र गणनामा त्रुटिहरू भएमा	1	
		तथ्याङ्कलाई उचित अविच्छिन्न श्रेणीक्रममा राख्न समस्या भएमा, उक्त तथ्याङ्कमा सूत्रहरू प्रयोग गरी मध्यक, मध्यिका, रित र चतुर्थांश पत्ता लगाउँदा सूत्रहरूमा समस्या भएमा र गणनामा पनि अत्यधिक त्रुटिहरू भएमा	0.5	

विद्यार्थी व्यक्तिगत व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स अनुसूची २ प्रयोग गर्नुहोस् ।

पाठ 14 सम्भाव्यता (Probability)

परिचय

दैनिक जीवनमा हामी विभिन्न घटनाहरू घट्न सक्ने वा नसक्ने कुराहरूको अनुमान लगाउने कार्य गर्दछौं । यसरी कुनै पनि घटनाको निश्चितता वा अनिश्चिततालाई गणितीय मानद्वारा पनि व्यक्त गर्न सकिन्छ । तसर्थ यसप्रकारको सम्भावित वा असम्भव विभिन्न घटनाहरूको मापन गर्नुलाई सम्भाव्यता भनिन्छ । कुनै पनि घटनाको सम्भाव्यता मान 0 र 1 का बिचमा हुने गर्दछ । कुनै घटनाको सम्भाव्यता मान 1 भन्नाले उक्त घटना घट्न सक्ने पक्का अवस्था छ भन्ने बुझिन्छ, भने सम्भाव्यता मान 0 ले उक्त घटना हुन नसक्ने कुरा जनाउँछ । यसरी हेर्दा कुनै पनि घटनाको सम्भावना 0 र 1 को बिचमा हुने कुरा बुझ्न सकिन्छ । यस पाठमा विभिन्न घटनाहरू घट्न वा नघट्न सक्ने सम्भाव्यताको गणितीय मानहरू पत्ता लगाउने कार्य तथा विभिन्न घटनाहरूलाई सम्भावना वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गरिनेछ ।

यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

- (क) सम्भाव्यताको जोड सिद्धान्त स्थापित गरी त्यससम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्न
- (ख) अनाश्रित र पराश्रित घटनाहरूको अवधारणा विकास गर्न
- (ग) गुणन सिद्धान्त प्रयोग गरी सम्भाव्यता पत्ता लगाउन
- (घ) वृक्षचित्रको प्रयोग गरी सम्भाव्यता पत्ता लगाउन

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 9 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ । तसर्थ यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	सम्भाव्यतामा प्रयोग हुने विभिन्न शब्दावलीहरू पहिचान र विभिन्न घटनाहरूका सम्भाव्यता	2	271
2.	सम्भाव्यताको जोडको सिद्धान्त प्रयोग गरी विभिन्न शाब्दिक समस्याहरू हल	2	272 – 276
3.	अनाश्रित र पराश्रित घटनाहरूको उदाहरणहरू र सम्भाव्यताको गुणन सिद्धान्तअनुसार विभिन्न सम्बन्धित विभिन्न शाब्दिक समस्याहरू हल	2	277 – 278, 283
4.	विभिन्न दुई पारस्परिक निषेधित वा पारस्परिक अनिषेधित घटनाहरूलाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत	2	284 – 288
5.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	1	
	जम्मा	9	

सिकाइ सहजीकरण गर्दा सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणाहरू

- विभिन्न सङ्ख्याहरू (जोर सङ्ख्याहरू, विजोर सङ्ख्याहरू, रूढ सङ्ख्याहरू, संयुक्त सङ्ख्याहरू, गुणनखण्ड, अपवर्त्य सङ्ख्याहरू आदि) को पहिचानमा समस्या
- अनाश्रित र पराश्रित घटनाहरूको पहिचान र उचित सूत्र प्रयोगमा समस्या
- पारस्परिक निषेधति वा पारस्परिक अनिषेधित घटनाहरूलाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्दा समस्या ।

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) सम्भाव्यतामा प्रयोग हुने विभिन्न शब्दावलीहरू पहिचान गर्न

(ख) विभिन्न घटनाहरूका सम्भाव्यता पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्डहरू, चार्टपेपरहरू, घनाकार डाइसहरू, सिक्काहरू

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) ससाना चार्टपेपरहरूमा सम्भाव्यतामा प्रयोग हुने शब्दावलीहरू र त्यसका विषयमा लेखिएका जानकारीलाई काटेर टुक्राहरूलाई 3 वा 4 ओटा बट्टामा राख्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा बट्टा बाँड्नुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहलाई आपसमा छलफल गरी उक्त शब्दावलीहरू र त्यससँग सम्बन्धित जानकारीहरू मिलाउन लगाउनुहोस् ।

(ङ) केही निश्चित समयपछि प्रत्येक समूहमा पालैपालो जानुहोस् र उनीहरूले मिलाएर राखेको कागजहरू हेर्नुहोस् ।

(च) केही समयपछि विद्यार्थीलाई एकअर्काको समूहमा गई हरेकले मिलाएर राखेको चार्टपेपर अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) अन्त्यमा केही शब्दावली र तिनका विषयमा लेखिएका कुराहरू मिलाउनुपर्ने छ भने आवश्यकतानुसार समूहलाई एकअर्कासँग सल्लाह गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

5. एउटा वर्गाकार डाइसलाई समतल सतहमा गुडाउँदा आउने सम्भाव्य परिणामहरू नमुना क्षेत्रमा

उल्लेख गर्नुहोस् ।

6. कुनै एउटा सिक्कालाई हावामा उचाल्दा आउने घटनाहरू पारस्परिक निषेधक घटनाहरू हुन् वा होइनन् ? कारणसहित लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएको चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहहरूलाई आपसमा छलफल गरी दिइएको प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस कार्यमा विद्यार्थीको समूहमा गई उनीहरूको कार्यहरू हेरी आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।
- (अ) एउटा वर्गाकार डाइसलाई एक पटक गुडाउँदा जोर सङ्ख्या देखिने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
- (आ) 3 देखि 19 सम्म लेखिएका पत्तीबाट एउटा पत्ती नहेरीकन थुन्दा 3 का गुणनखण्डहरू पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
- (इ) एउटा तासको सेटबाट नहेरीकन एउटा तास थुन्दा अनुहार भएको तास पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ई) एउटा भोलामा सबै एकै नापका 4 ओटा कालो, 5 ओटा पहेँलो र 1 ओटा रातो रङका गुच्चाहरू छन् । अब सो भोलाबाट नहेरीकन एउटा गुच्चा निकाल्दा,
1. पहेँलो गुच्चा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
 2. रातो गुच्चा आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
 3. कालो गुच्चा नआउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

उत्तर

(अ) यहाँ,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(S) = 6$$

$$\text{जोर सङ्ख्या (E)} = \{2, 4, 6\}$$

$$\therefore n(E) = 3$$

$$\text{रूढ सङ्ख्या देखिने सम्भाव्यता, } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(आ) यहाँ,

$$n(S) = 19 - 3 + 1 = 17$$

3 का गणनखण्डहरू (T) = {3, 6, 9, 12, 15, 18}

$$\therefore n(T) = 6$$

$$\therefore P(T) = \frac{n(T)}{n(S)} = \frac{6}{17}$$

(इ) यहाँ,

$$n(S) = 52$$

अनुहार भएको तासको सङ्ख्या, $n(F) = 12$

$$\text{अनुहार भएको तास पर्ने सम्भाव्यता, } P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(ई) यहाँ,

$$n(S) = 4 + 5 + 1 = 10$$

पहेँलो गुच्चाको सङ्ख्या, $n(Y) = 5$

$$\text{पहेँलो गुच्चा पर्ने सम्भाव्यता, } P(Y) = \frac{n(Y)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

त्यस्तै,

रातो गुच्चाको सङ्ख्या, $n(I) = 1$

$$\text{रातो गुच्चा पर्ने सम्भाव्यता, } P(R)I = \frac{1}{10}$$

अन्त्यमा,

$$n(S) = 4 + 5 + 1 = 10$$

कालो गुच्चाको सङ्ख्या, $n(B) = 4$

$$\text{कालो गुच्चा पर्ने सम्भाव्यता, } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \text{कालो गुच्चा नपर्ने सम्भाव्यता, } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

गृहकार्य

निम्नअनुसारका समस्याहरू गृहकार्यका रूपमा दिनुहोस् र परीक्षण गरी पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

(अ) एउटा राम्ररी फिटेको 52 पत्ती तासको सेटबाट नहेरीकन एउटा पत्ती तान्दा

1. अनुहार नभएको तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
2. एक्का तास आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(आ) 4 देखि 21 सम्म लेखिएका पत्तीबाट एउटा पत्ती नहेरीकन थुत्दा 24 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्याहरू पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

तेस्रो र चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) सम्भाव्यतामा जोडको सिद्धान्त पत्ता लगाउन
- (ख) पारस्परिक निषेधक भएका एवम् नभएका घटनाहरूका उदाहरणहरू व्यक्त गर्न
- (ग) सम्भाव्यताको जोडको सिद्धान्त प्रयोग गरी विभिन्न शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

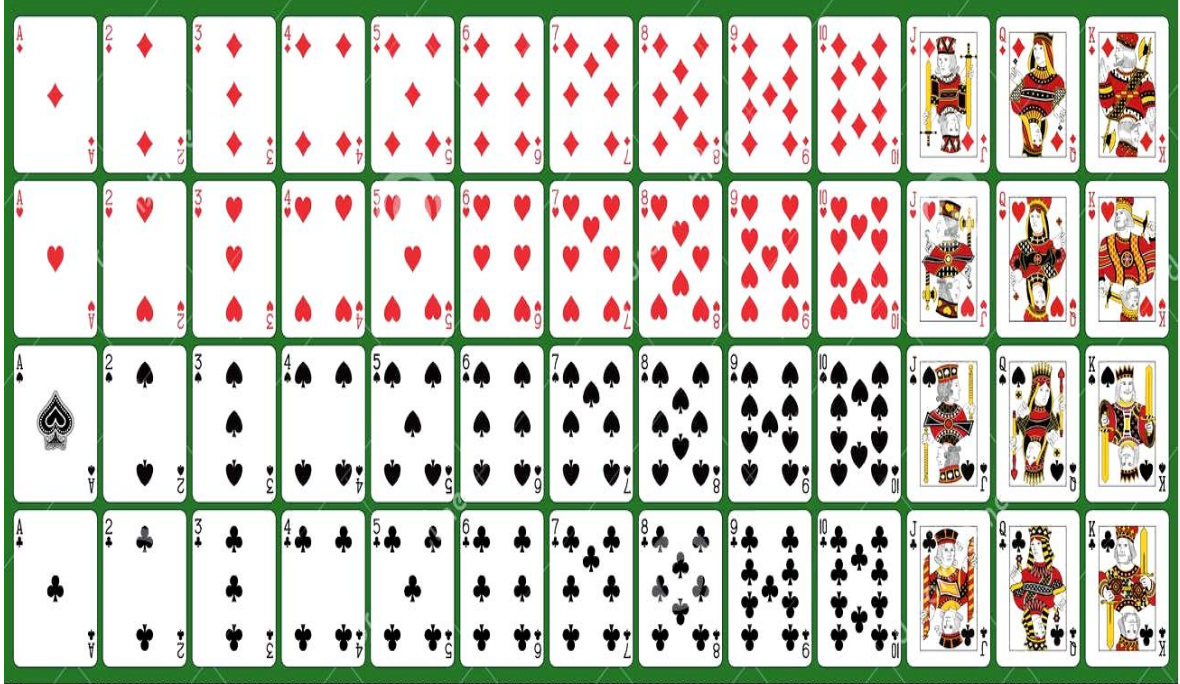
शैक्षणिक सामग्री

ससाना फ्लास कार्डहरू, चार सेट तास, चार्टपेपरहरू

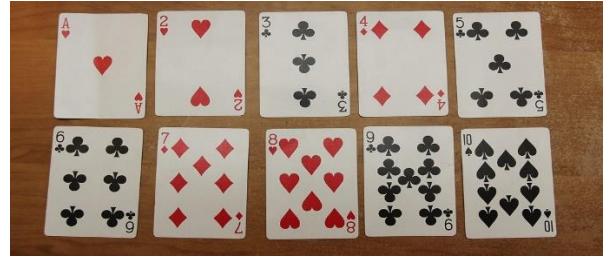
क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहहरूलाई एक एक सेट तास दिनुहोस् र उनीहरूलाई विभिन्न तासहरूको विवरण चार्टपेपरमा उल्लेख गर्न लगाउनुहोस् ।

एक सेट तासको चित्रात्मक विवरण



अनुहार भएका तास

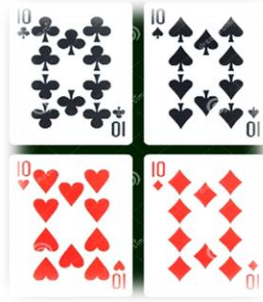


अनुहार नभएका तास

एक सेट तासको विवरण

1. एक सेट तास : 52 पत्ती तास (26 काला रङका तास र 26 राता रङका तास)
2. 26 काला रङका तास : 13 इँटको चित्र भएका तास, 3 पानको चित्र भएको तासहरू
3. 26 राता रङका तास : 13 चिडको चित्र भएका तास, 13 सुरतको चित्र भएका तासहरू
4. अनुहार भएका तास : 12 ओटा (गुलाम, मिस्सी र बादशाह) (6 ओटा राता र 6 ओटा काला)
5. अनुहार नभएका तास : 40 ओटा (एक्का,, दहर) (20 ओटा राता र 20 ओटा काला)

6. कुनै एक सेट तासमा चिड, पान, सुरत र ईटका 13/13 ओटा तासहरू हुन्छन् ।



क्रियाकलाप - 2

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच सम्भाव्यताको जोडको सिद्धान्तहरू उदाहरणसहित छलफल गरी सूत्र प्रतिपादन गर्नुहोस् । यसका लागि पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 272 र 273 को क्रियाकलाप 2 गराउनुहोस् ।

(अ) परस्पर निषेधक घटनाहरू भएमात्र

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)}$$

(आ) परस्पर निषेधक घटनाहरू नभएमा

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

क्रियाकलाप - 3. सम्भाव्यता शब्द डोमिनो खेल खेलाउनुहोस् । यसको नियम निम्नअनुसार भन्नुहोस् :

1. 52 पत्तीको एक सेट तास लिनुहोस् । ती तासका बारेमा छलफल गरी प्रत्येक चार प्रकारका 13 ओटा तासका बारेमा छलफल गर्नुहोस् ।

(हुकुम (spades♠), पान hearts♥, इँट (diamonds♦) र चिड (clubs♣))

2. त्यसपछि तलका 12 ओटा कोठालाई काटेर एक एक टुक्रा पत्ती बनाउनुहोस् । दुईओटा पत्ती घटनासँग सो घटनाको सम्भाव्यता जोडी मिलाउने खेल खेलाउनुहोस् ।
3. जुन समूहले सबैभन्दा छिटो सबै जोडी सही मिलाउँछ, उही समूहलाई विजयी घोषणा गर्नुहोस् ।

$\frac{1}{26}$	जोर सङ्ख्या पर्ने सम्भाव्यता	रानी पर्ने सम्भाव्यता	$\frac{3}{13}$
हुकुमबाहेकको तास पर्ने सम्भाव्यता	$\frac{1}{16}$	रातो कार्ड पर्ने सम्भाव्यता	एक्का वा राजा पर्ने सम्भाव्यता
$\frac{2}{13}$	1	एउटा चिडको कार्ड पर्ने सम्भाव्यता	$\frac{3}{4}$
हुकुमको एक्का पर्ने सम्भाव्यता	$\frac{1}{13}$	इँटको 3 अथवा 5 पर्ने सम्भाव्यता	$\frac{1}{52}$
$\frac{5}{13}$	$\frac{1}{4}$	कालो रङको तास	$\frac{1}{2}$
3 को गुणाङ्क पर्ने सम्भाव्यता	$\frac{5}{26}$	रातो वा कालो तास पर्ने सम्भाव्यता	एउटा रातो अनुहार भएको तास (J, Q, K)

नोट : माथिको तालिकाको विकल्पमा प्रत्येक कोठामा भएका घटना र सम्भाव्यतालाई ससाना कागजका टुक्रामा टिप्न लगाउनुहोस् । कक्षाका विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा ४ जनाको मिश्रित समूह बनाई

दिइएका सम्भाव्यता र घटनाहरूको जोडी बनाउन लगाउनुहोस् । जुन समूहले सबैभन्दा धेरै जोडी सही मिलाउँछन् ती समूहलाई विजयी घोषणा गर्नुहोस् । अन्त्यमा प्रत्येक उत्तर कसरी सही भयो भनी लेख्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरूको चार्टपेपर बाँड्नुहोस् र आपसमा छलफल गरी उक्त प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।

प्रश्न

1. एउटा राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकाल्दा अनुहार भएको तास वा एक्का पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

मानौं,

F, A र S ले क्रमशः अनुहार भएको तास, एक्का तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n(F) = 12$$

$$\therefore n(A) = 4$$

$$\therefore n(S) = 52$$

$$\therefore P(F \cup A) = P(F) + P(A)$$

$$= \frac{n(F)}{n(S)} + \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{12}{52} + \frac{4}{52} = \frac{12+4}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

2. एउटा राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकाल्दा रातो तास वा गुलाम तास पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

मानौं,

R, J र S ले क्रमशः रातो तास, गुलाम तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n(R) = 26$$

$$\therefore n(J) = 4$$

$$\therefore n(R \cap J) = 2$$

$$\therefore n(S) = 52$$

$$\begin{aligned} \therefore P(R \cup J) &= P(R) + P(J) - P(R \cap J) \\ &= \frac{n(R)}{n(S)} + \frac{n(J)}{n(S)} - \frac{n(R \cap J)}{n(S)} \\ &= \frac{26}{52} + \frac{4}{52} - \frac{2}{52} \\ &= \frac{26 + 4 - 2}{52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13} \end{aligned}$$

3.3 देखि 17 सम्म लेखिएका पत्तीबाट एउटा पत्ती नहेरीकन थुत्दा संयुक्त सङ्ख्या वा 24 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या पत्ती पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

मानौं,

C, T र S ले क्रमशः संयुक्त सङ्ख्या, 24 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या र नमुना क्षेत्र जनाउँछ

।

$$\therefore C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16\}$$

$$\therefore n(C) = 9$$

$$\therefore T = \{3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(T) = 5$$

$$\therefore C \cap T = \{4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(C \cap T) = 4$$

$$\therefore n(S) = 17 - 3 + 1 = 15$$

$$\begin{aligned} \therefore P(C \cup T) &= P(C) + P(T) - P(C \cap T) \\ &= \frac{n(C)}{n(S)} + \frac{n(T)}{n(S)} - \frac{n(C \cap T)}{n(S)} \\ &= \frac{9}{15} + \frac{5}{15} - \frac{4}{15} \\ &= \frac{9 + 5 - 4}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

4. यदि M र N दुई पारस्परिक निषेधक घटनाहरू हुन् र $P(M) = \frac{1}{4}$ र $P(N) = \frac{3}{4}$ भए तलका मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(अ) $P(M)$ (आ) $P(\overline{M \cup N})$

5. यदि A र B दुई पारस्परिक निषेधक घटनाहरू होइनन् र $P(A) = 2 P(B) = 7 P(A \cap B) = 0.4$ भए तलका मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(अ) $P(A \cup B)$ (आ) $P(\overline{A \cup B})$

6. एउटा राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकाल्दा कालो तास वा इँटको तास पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

7. 2 देखि 19 सम्म लेखिएका पत्तीबाट एउटा पत्ती नहेरीकन थुन्दा बिजोर सङ्ख्या वा 18 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या पत्ती पर्ने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 276 को अभ्यास 14.1 को 1 देखि 4 सम्मका प्रश्न समाधान गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) अनाश्रित र पराश्रित घटनाको उदाहरण प्रस्तुत गर्न
(ख) सम्भाव्यताको गुणन सिद्धान्तअनुसार विभिन्न सम्बन्धित विभिन्न शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना फ्लास कार्डहरू, चार सेट तास, चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
(ख) विद्यार्थीबिच अनाश्रित र पराश्रित घटनाहरू उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् । यसका लागि पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 277 र 278 को क्रियाकलाप 3 गराउनुहोस् ।
(ग) दुई ओटा पारस्परिक अनाश्रित घटनाहरूमा प्रयोग हुने सूत्र छलफलबाट प्रतिपादन गर्न गरी उक्त सूत्रलाई केही उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) पारस्परिक अनाश्रित घटनाहरू भएमा

$$\therefore P(A \cap B) / P(A \text{ र } B) = P(A) \times P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} \times \frac{n(B)}{n(S)}$$

प्रश्नहरू

1. एउटा राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकाल्दा एक्का तास र एउटा डाइस गुडाउँदा 6 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?

मानौं,

एक सेट तासमा,

A र S ले क्रमशः एक्का तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n(A) = 4$$

$$\therefore n(S) = 52$$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

एक सेट तासमा,

D र S ले क्रमशः 6 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore D = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$\therefore n(D) = 4$$

$$\therefore n(S) = 6$$

$$\therefore P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

अब,

$$\therefore P(A \cap D) / P(A \text{ र } D) = P(A) \times P(D) = \frac{1}{13} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{39}$$

2. एक सेट 52 पत्ती राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकालेको तास पुनः राखी एकपछि अर्को गर्दै दुईओटा तास निकाल्दा पहिलो तास रातो रङको तास र दोस्रो तास सुरतको एक्का पर्ने सम्भावना पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौं,

एक सेट तासमा,

R र S ले क्रमशः रातो रङको तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n(R) = 26$$

$$\therefore n(S) = 52$$

$$\therefore P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

पहिलो तासलाई पुनः सोही प्याकेटमा राख्दा जम्मा 52 ओटै तास हुन्छन् र रातो रङको तासको सङ्ख्या पनि 26 नै हुन्छ ।

फेरि,

A र S ले क्रमशः सुरतको एक्का र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n(A) = 2$$

$$\therefore n(S) = 52$$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

अब,

$$\therefore P(R \cap A) / P(R \text{ र } A) = P(R) \times P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{26} = \frac{1}{52}$$

3. एक सेट 52 पत्ती राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकालेको तास पुनः नराखी एकपछि अर्को गर्दै दुईओटा तास निकाल्दा पहिलो तास गुलामको तास र दोस्रो तास एक्का पर्ने सम्भावना पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौं,

एक सेट तासमा,

J र S ले क्रमशः गुलामको तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n(J) = 4$$

$$\therefore n(S) = 52$$

$$\therefore P(J) = \frac{n(J)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

पहिलो तासलाई पुनः सोही प्याकेटमा नराख्दा जम्मा $52 - 1 = 51$ ओटै तास हुन्छन् । र एक्काको सङ्ख्या 4 हुन्छ ।

फेरि,

A र S ले क्रमशः एक्का तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n(A) = 4$$

$$\therefore n(S) = 51$$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{51} = \frac{4}{51}$$

अब,

$$\therefore P(J \cap A) / P(J \text{ र } A) = P(J) \times P(A) = \frac{1}{13} \times \frac{4}{51} = \frac{4}{663}$$

4. एक सेट 52 पत्ती राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकालेको तास पुनः नराखी एकपछि अर्को गर्दै दुईओटा तास निकाल्दा दुवै पटक अनुहार नभएको तास पर्ने सम्भावना पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौं,

एक सेट तासमा,

N र S ले क्रमशः अनुहार नभएको तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n_1(N) = 40$$

$$\therefore n(S) = 52$$

$$\therefore P_1(N) = \frac{n_1(N)}{n(S)} = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$$

पहिलो तासलाई पुनः सोही प्याकेटमा नराख्दा जम्मा $52 - 1 = 51$ ओटै तास हुन्छन् । र अनुहार नभएको तास पहिले नै एउटा आइसकेको अवस्थामा अब अनुहार नभएको तासको सङ्ख्या 39 हुन्छ ।

फेरि,

N र S ले क्रमशः अनुहार नभएको तास र नमुना क्षेत्र जनाउँछ ।

$$\therefore n_2(N) = 39$$

$$\therefore n(S) = 51$$

$$\therefore P_2(N) = \frac{n_2(N)}{n(S)} = \frac{39}{51} = \frac{3}{4}$$

अब,

$$\therefore P(N \cap N) / P(N \text{ र } N) = P_1(N) \times P_2(N) = \frac{10}{13} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{26}$$

क्रियाकलाप - 2

विद्यार्थीलाई आआफ्नो समूहमा रही तलका प्रश्नहरू छलफलसहित समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

5. एउटा राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकाल्दा अनुहार भएको तास र एउटा सिक्का हावामा फँयाक्दा पुच्छर आउने सम्भाव्यता कति हुन्छ ?
6. एक सेट 52 पत्ती राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकालेको तास पुनः राखी एकपछि अर्को गर्दै दुईओटा तास निकाल्दा पहिलो तास चिडको र दोस्रो तास एक्का पर्ने सम्भावना पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

एक सेट 52 पत्ती राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट एउटा तास नहेरीकन निकालेको तास पुनः नराखी एकपछि अर्को गर्दै दुईओटा तास निकाल्दा दुवै पटक अनुहार भएको तास पर्ने सम्भावना पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 283 को अभ्यास 14.2 को प्रश्न न. 1 देखि 6 सम्मका सम्पूर्ण प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

सातौं र आठौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) विभिन्न दुई पारस्परिक निषेधति वा पारस्परिक अनिषेधित घटनाहरूलाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना फ्लास कार्डहरू, चार सेट तास, चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप 1

विद्यार्थीबिच केही समय दुई पारस्परिक निषेधति वा पारस्परिक अनिषेधित घटनाबारे छलफल गर्नुहोस् ।

यस क्रममा केही उदाहरणहरू पनि दिनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीबिच विभिन्न दुई पारस्परिक निषेधति वा पारस्परिक अनिषेधित घटनालाई कसरी वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्न सकिन्छ भन्ने कुराहरू केही उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

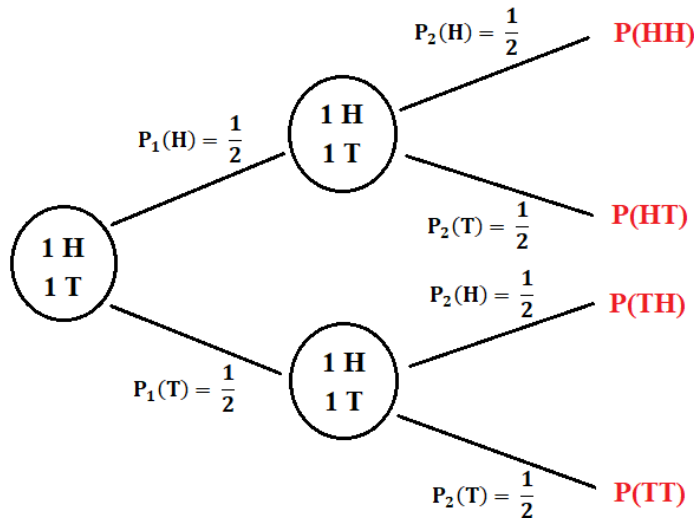
1. कुनै एउटा सिक्कालाई दुई पटक हावामा उफार्दा आउन सक्ने सम्पूर्ण सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

यहाँ,

H र T ले क्रमशः सिक्काको अगाडिको भाग र पछाडिको भाग जनाउँछ ।

$$n(H) = 1 \text{ and } n(T) = 1$$

सम्पूर्ण सम्भाव्यताहरू वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



2. कुनै एउटा डाइस दुई पटक समतल सतहमा गुडाउँदा 6 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या आउने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

यहाँ,

A र B ले क्रमशः 6 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या र अन्य सङ्ख्याहरू जनाउँछ ।

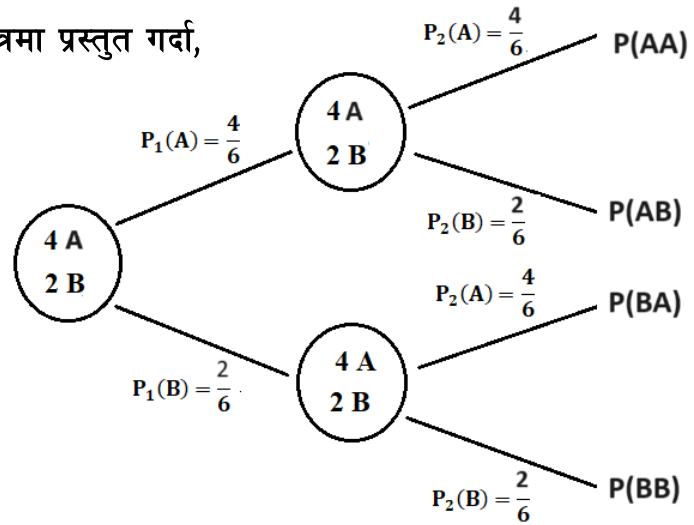
$$\therefore A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$\therefore n(A) = 4$$

$$\therefore B = \{4, 5\}$$

$$\therefore n(B) = 2$$

सम्पूर्ण सम्भाव्यताहरू वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



3. एक सेट 52 पत्ती राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट पहिलो तास निकालेर पुनः उक्त सेटमा नमिसाई दोस्रो तास निकाल्दा अनुहार भएको तास आउन सक्ने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

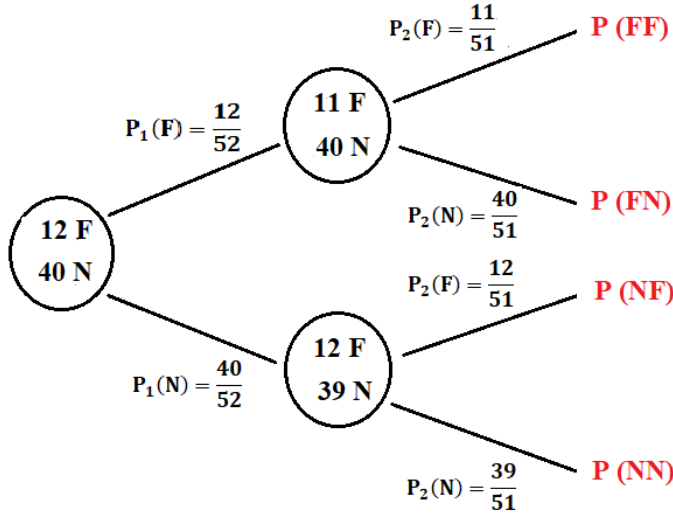
यहाँ,

F र N ले क्रमशः अनुहार भएको तास र अनुहार नभएको तास जनाउँछ ।

$$\therefore n(F) = 12$$

$$\therefore n(N) = 40$$

सम्पूर्ण सम्भाव्यताहरू वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



4. एउटा भोलामा उही आकारका 4 ओटा सेतो र 5 ओटा हरियो रङ भएका गुच्चाहरू छन् । यदि पहिलो गुच्चा निकालेर पुनः उक्त भोलामा नमिसाई दोस्रो गुच्चा निकाल्दा आउन सक्ने सम्पूर्ण सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

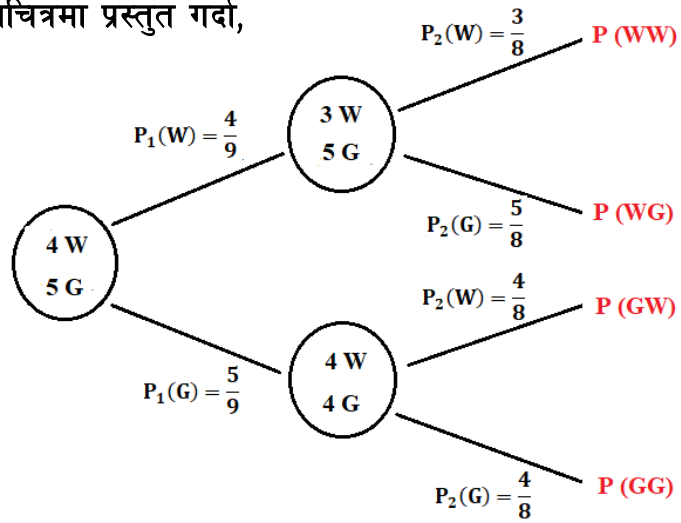
यहाँ,

W र G ले क्रमशः अनुहार भएको तास र अनुहार नभएको तास जनाउँछ ।

$$\therefore n(W) = 4$$

$$\therefore n(N) = 5$$

सम्पूर्ण सम्भाव्यताहरू वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



मूल्याङ्कन

5. एक सेट 52 पत्ती राम्ररी फिटेको तासको सेटबाट पहिलो तास निकालेर पुनः उक्त सेटमा नमिसाई दोस्रो तास निकाल्दा चिड तास आउन सक्ने सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
6. कुनै एउटा सिक्कालाई तीन पटक हावामा उफार्दा आउन सक्ने सम्पूर्ण सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
7. एउटा भोलामा उही आकारका 6 ओटा पहेंलो र 4 ओटा बैजनी रङ भएका बलहरू छन् । यदि पहिलो बल निकालेर पुनः उक्त भोलामा मिसाई दोस्रो बल निकाल्दा आउन सक्ने सम्पूर्ण सम्भाव्यतालाई वृक्षचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 288 को अभ्यास 14.3 को प्रश्न न. 1 देखि 5 सम्मका सम्पूर्ण प्रश्नहरू समाधान गर्नुहोस् ।

नवौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) सम्भाव्यतासँग सम्बन्धित व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ससाना फ्लास कार्डहरू, केही सेट तास, चार्टपेपरहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एक सेट तास, चार्टपेपरहरू, रङ्गीन पेनहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई आपसमा छलफल गरी सम्भाव्यतासम्बन्धी सम्पूर्ण अवधारणाहरू उदाहरणसहित चार्टपेपरमा व्यक्त गर्न लगाउनुहोस् । (यसमा विद्यार्थीले एक सेट तासको सम्पूर्ण जानकारी, विभिन्न तासहरूको एकल सम्भावनाहरू, पारस्परिक निषेधित एवम् पारस्परिक अनिषेधित घटनाहरू उदाहरणसहित व्यक्त गर्ने, अनाश्रित एवम् पराश्रित घटनाहरू आवश्यकतानुसार राख्ने आदि कार्यहरू विद्यार्थीले छलफलबाट ल्याउन सक्छन् ।)
- (घ) विद्यार्थीले तोकिएको समयमा तयार गरेको विवरणलाई समूहगत रूपमा कक्षामा प्रस्तुत गराउनुहोस् ।

नोट : विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरी व्यावहारिक गणितीय समस्या समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ 15 त्रिकोणमिति (Trigonometry)

परिचय

त्रिकोणमितिमा उचाइ र दुरीको अध्ययनले उचाइ, दुरी, र कोणहरूसँग सम्बन्धित समस्याहरू समाधान गर्न त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको प्रयोगहरू बारे प्रयोगात्मक जानकारी दिइन्छ। स्थान पहिचान, वास्तुकला, र सर्वेक्षण जस्ता वास्तविक जीवन परिदृश्यहरूमा, कोण र दुरीविचको सम्बन्ध बुझ्नमा पनि यसको व्यापक प्रयोग हुन्छ। \sin , \cos , \tan जस्ता त्रिकोणमितीय कार्यहरू प्रयोग गरेर, व्यक्तिहरूले स्थान अवस्था मापन र कोणहरू प्रयोग गरेर अज्ञात उचाइ वा दुरी निर्धारण गर्न सक्छन्।

विभिन्न भवनको उचाइ वा दुई वस्तुविचको दुरी अवलोकन र कोण मापनमा त्रिकोणमितिले ज्यादै ठुलो मद्दत पुऱ्याउँछ। व्यावहारिक उदाहरणहरू र समस्या समाधान गर्ने अभ्यासमार्फत विद्यार्थीले ज्यामितीय परिस्थितिहरूको विश्लेषण गर्न, त्रिकोणमितीय सिद्धान्तहरू लागु गर्न, र विभिन्न क्षेत्रमा सामना गरिएका जटिल समस्याहरू समाधान गर्न सिप विकास गर्छन्। यस पाठमा उचाइ एवम् दुरीसँग सम्बन्धित विभिन्न शाब्दिक समस्याहरू समाधान गर्ने कार्य गरिने छ। यस पाठका लागि पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धिहरू निम्नानुसार रहेका छन् :

(क) अवनति र उन्नतांश कोणको अवधारणा विकास गर्न

(ख) उचाइ र दुरीसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू समाधान गर्न

यस पाठका लागि जम्मा पाठ्यक्रमलाई ध्यानमा राखेर 8 अनुमानित घण्टाको व्यवस्था गरिएको छ। तसर्थ

यस पाठअन्तर्गत समावेश पाठयांशको विभाजन निम्नानुसार गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
१.	उन्नतांश कोण र अवनति कोणको पहिचान	2	294 – 297
२.	उन्नतांश कोण र अवनति कोणहरूसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू हल	2	297 – 298, 301
३.	उन्नतांश कोण र अवनति कोणहरूसँग सम्बन्धित गोलाकार चउर र पोखरीसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल	2	300, 303
४.	उन्नतांश कोण र अवनति कोणहरूसँग सम्बन्धित रुख भाँचिएका अवस्थाहरूसँग सम्बन्धित थप शाब्दिक समस्याहरू हल	1	298, 301
५.	व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य	1	
	जम्मा	8	

पहिलो र दोस्रो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

- (क) उन्नतांश कोण र अवनति कोणको पहिचान गर्न र नाप्न।
- (ख) विभिन्न त्रिकोणमितीय अनुपातहरूको मान विभिन्न कोणहरूमा पुनरावृत्ति गर्न

शैक्षणिक सामग्री

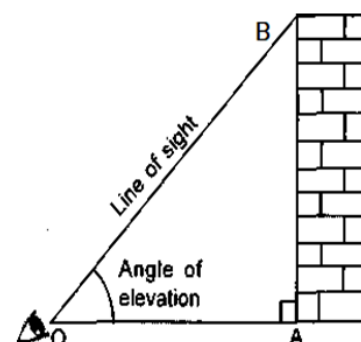
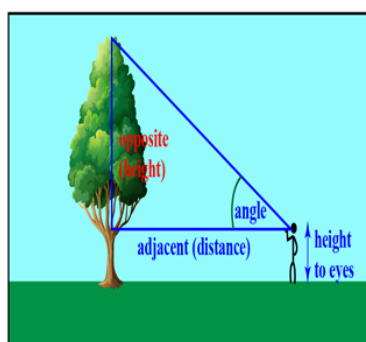
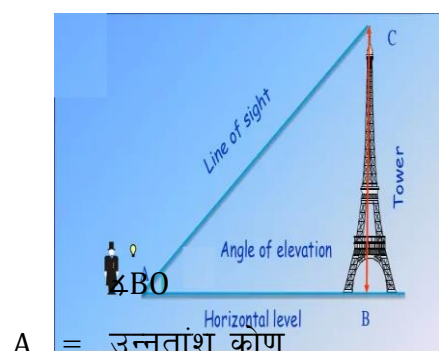
उन्नतांश र अवनति कोणहरू नाप्ने साधन (क्लाइनोमिटर), ज्यामितीय सामग्रीहरू तथा ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू ।

क्रियाकलाप 1

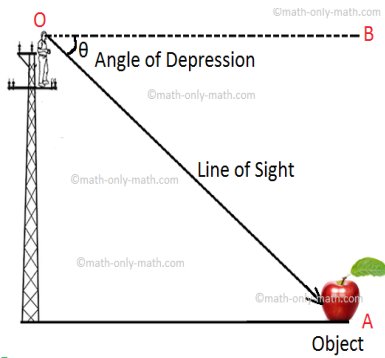
- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई कुनै खुला चउर वा मैदानमा लगी दुई दुई जनाको जोडी समूहमा बाँड्नुहोस् ।
- (ख) उन्नतांश कोण र अवनति कोणको अवधारणा विकास गर्नका लागि पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 294 देखि 297 सम्ममा भएको क्रियाकलाप 1 र 2 ध्यानसँग पढ्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) केही समयपछि सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई कक्षाकोठामा ल्याउनुहोस् र ती जोडी समूहमा रहेका विद्यार्थीमध्ये केही समूहहरूलाई उनीहरूको अध्ययनपछि आएका कुराहरू प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।
- (घ) विद्यार्थीबिच क्लाइनोमिटर ल्याई कसरी उन्नतांश कोण एवम् अवनति कोण नाप्न सकिन्छ भन्ने बारे क्रियाकलाप गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 2

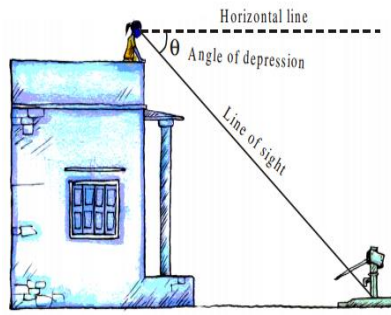
- (क) विद्यार्थीसँग उन्नतांश कोण एवम् अवनति कोणबारे थप छलफल गर्नुहोस् र यस क्रममा विभिन्न चार्टहरू प्रस्तुत गरी आवश्यकतानुसार सहजीकरण पनि गर्नुहोस् ।



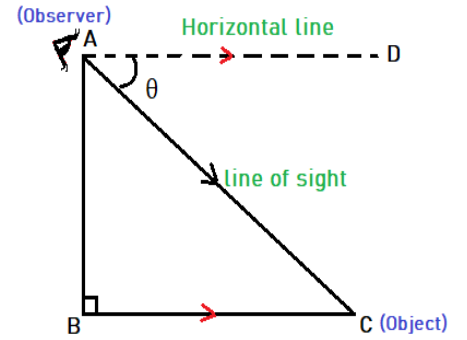
त्यस्तैगरी तलको चित्रमा $\angle DAC = \text{अवनति कोण हो।}$



चित्र (क)



चित्र (ख)



चित्र (ग)

(ख) यसको संगसंगै विद्यार्थीविच त्रिकोणमितीय अनुपातसंग केही मानक कोणहरू हुँदाका मानहरूबारे पनि छलफलसहित तालिका तयार गराउनुहोस् । यसका लागि पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न. 294 को पुनरवलोकन क्रियाकलाप ध्यान गर्न लगाउनुहोस् ।

मानहरू	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

(अ) उन्नतांश कोणको निर्माण कसरी हुन्छ ?

(आ) अवनति कोणको निर्माण कसरी हुन्छ ?

(ख) गृहकार्य

तलका मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ) $\sin 30^0 - \cos 30^0 \cdot \tan 30^0$

(आ) $\sin 30^0 (\cos 30^0 + \sin 60^0)$

(इ) $\tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \cos 45^\circ$

(ई) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$

(उ) $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$

तेस्रो र चौथो पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) उन्नतांश कोण र अवनति कोणहरूसँग सम्बन्धित शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई प्रश्नहरू लेखिएको चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहहरूलाई आपसमा छलफल गरी दिइएको प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् । यस क्रममा विद्यार्थीका कार्यहरू अवलोकन गरी आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

1. एउटा मानिसले 160 मिटर टाढाबाट एउटा अग्लो स्तम्भको टुप्पो हेर्दा उन्नतांश कोण 60° पाउँछ भने सो स्तम्भको उचाइ कति रहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{उन्नतांश कोण } (\angle CAB) = 60^\circ$$

$$\text{स्तम्भ र मानिसबिचको दुरी } (AB) = 160 \text{ m}$$

समकोणी ΔABC मा,

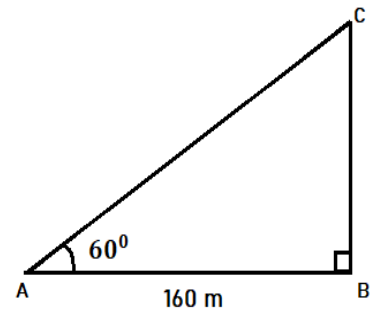
$$\tan A = \frac{p}{b} = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{or, } \tan 60^\circ = \frac{BC}{160}$$

$$\text{or, } \sqrt{3} = \frac{BC}{160}$$

$$\text{or, } BC = 160\sqrt{3}$$

$$\therefore BC = 277.13 \text{ m}$$



∴ स्तम्भको उचाइ 277.13 m रहेछ ।

2. एउटा 1.75 मिटर अग्लो मानिसले कुनै एउटा 20 मिटर अग्लो भवनको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 30° पाउँछ, भने सो उक्त मानिस र भवनबिचको दुरी कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{उन्नतांश कोण } (\angle \text{TPS}) = 30^\circ$$

$$\text{भवनको उचाइ (TR)} = 20 \text{ m}$$

$$\text{मानिसको उचाइ (PQ)} = 1.75 \text{ m} = \text{SR}$$

हामीलाई थाह छ,

$$\text{TR} = \text{TS} + \text{SR}$$

$$\Rightarrow 20 = \text{TS} + 1.75$$

$$\therefore \text{TS} = 18.25 \text{ m}$$

समकोणी ΔTPS मा,

$$\tan P = \frac{p}{b} = \frac{\text{TS}}{\text{PS}}$$

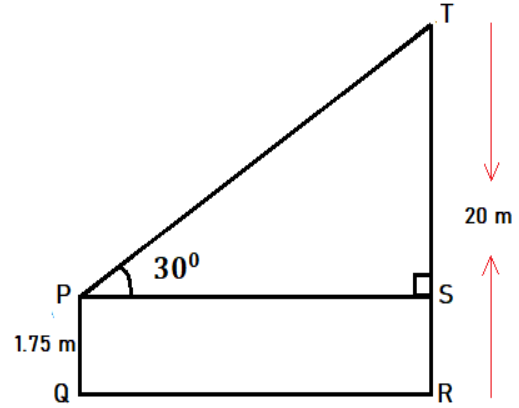
$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{18.25}{\text{PS}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{18.25}{\text{QR}}$$

$$\Rightarrow \text{QR} = 18.25 \times \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{QR} = 31.61 \text{ m}$$

∴ उक्त मानिस र भवनबिचको दुरी 31.61 m रहेछ ।



3. कुनै एक जना मानिसले एउटा भवनको छतबाट तल सडकमा पार्किङमा राखेको कार अवलोकन गर्दा अवनति कोण 45° पाएछ । यदि कार र उक्त भवनबिचको दुरी 55 मिटर छ भने भवनको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

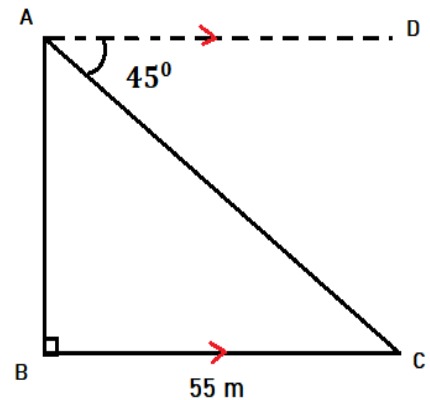
$$\text{अवनति कोण } (\angle \text{DAC}) = 45^\circ = \angle \text{ACB}$$

$$\text{भवन र कारबिचको दुरी (BC)} = 55 \text{ m}$$

हामीलाई थाह छ,

समकोणी ΔABC मा,

$$\tan C = \frac{p}{b} = \frac{\text{AB}}{\text{BC}}$$



$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{AB}{55}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{AB}{55}$$

$$\Rightarrow 55 = AB$$

$$\therefore AB = 55 \text{ m}$$

\therefore उक्त भवन उचाइ 55 m रहेछ ।

4. एक जना 1.25 मिटर अग्लो मानिस जमिनको सतहमा रहेर चङ्गा उडाइरहेको छ । यदि चङ्गाको धागोले क्षितिजसँग 60° कोण बनाइरहेको छ र धागोको लम्बाइ 61 मिटर रहेछ भने उक्त चङ्गाको उचाइ जमिनबाट कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{उन्नतांश कोण } (\angle EAD) = 60^\circ$$

$$\text{मानिसको उचाइ } (AB) = 1.25 \text{ m} = DC$$

$$\text{चङ्गाको धागोको लम्बाइ } (AE) = 61 \text{ m}$$

हामीलाई थाह छ,

समकोणी $\triangle ADE$ मा,

$$\sin A = \frac{p}{h} = \frac{ED}{AE}$$

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{ED}{61}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ED}{61}$$

$$\Rightarrow 61\sqrt{3} = 2ED$$

$$\therefore ED = 52.83 \text{ m}$$

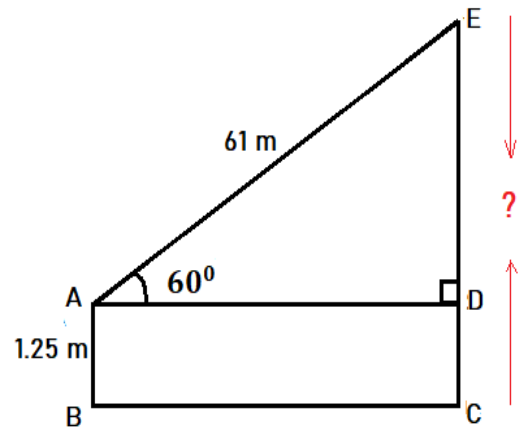
अब,

$$EC = ED + DC$$

$$= 52.83 + 1.25$$

$$= 54.08 \text{ m}$$

\therefore उक्त चङ्गाको उचाइ जमिनबाट 54.08 m रहेछ ।



मूल्याङ्कन

दिइएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

- एउटा 1.6 मिटर अग्लो मानिसले कुनै एउटा 37.6 मिटर अग्लो खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 60° पाउँछ, भने सो उक्त मानिस र खम्बाबिचको दुरी कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- रोशनीले एउटा 125 मिटर अग्लो भवनको छतबाट तल सडकमा भएको एउटा ढुङ्गा अवलोकन गर्दा अवनति कोण 30° पाइन्छ, भने भवन र उक्त ढुङ्गाबिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ न.301 को प्रश्न न.1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13 र 14, 15 र 16 पूरा गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) उन्नतांश कोण र अवनति कोणहरूसँग सम्बन्धित थप शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्नहरू लेखिएका चार्टहरू

क्रियाकलाप - 1

- (क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहहरूलाई प्रश्नहरू लेखिएको चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहहरूलाई आपसमा छलफल गरि दिइएको प्रश्नहरूको उत्तर निकाल्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू :

- एउटा वृत्ताकार घाँसे चउरको क्षेत्रफल 9856 वर्ग मिटर रहेको छ र उक्त चउरको ठिक बिचमा एउटा खम्बा गाडिएको छ । यदि चउरको वृत्ताकार परिधिको कुनै एउटा ठाउँबाट उक्त खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 60° पाइयो भने सो खम्बाको उचाइ कति रहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप - 1

विद्यार्थीलाई केही समय उक्त खम्बाको उचाइ अनुमान गर्न लगाउनुहोस् । सो अनुमान के आधारमा गरिएको छ सो कुरा व्यक्त गर्न लगाउनुहोस् । अन्त्यमा गणितीय सूत्रको प्रयोग गरि आएको वास्तविक उचाइसँग सुरुका विद्यार्थीका अनुमानित उचाइहरू तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{उन्नतांश कोण } (\angle BAO) = 60^\circ$$

$$\text{चउरको क्षेत्रफल} = 9856 \text{ sq. m}$$

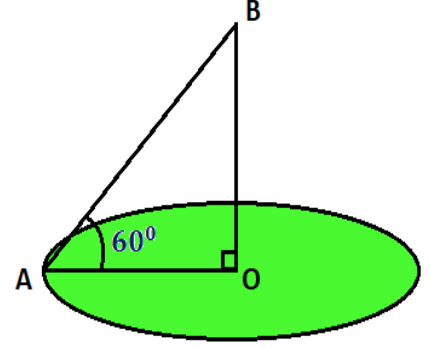
हामीलाई थाह छ,

$$\text{चउरको क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$\Rightarrow 9856 = \frac{22}{7} \times (AO)^2$$

$$\Rightarrow \frac{7 \times 9856}{22} = (AO)^2$$

$$\therefore AO = 56 \text{ m}$$



समकोणी ΔABO मा,

$$\tan A = \frac{p}{b} = \frac{BO}{AO}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{BO}{56}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{BO}{56}$$

$$\therefore BO = 96.99 \text{ m}$$

\therefore उक्त खम्बाको उचाइ 96.99 m रहेछ ।

2. एउटा वृत्ताकार पोखरीको केन्द्रमा एउटा खम्बा रहेको छ, जसको पानीमाथिको उचाइ 11.62 m रहेको छ । यदि पोखरीको वृत्ताकार परिधिको कुनै एउटा ठाउँबाट 1.62 m उचाइ भएको कुनै एकजना मानिसले उक्त खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 30° पाइयो भने सो पोखरीको क्षेत्रफल कति रहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{उन्नतांश कोण } (\angle CBD) = 30^\circ$$

मानिसको उचाइ (AB) = 1.62 m = DO

खम्बाको उचाइ (CO) = 11.62 m

हामीलाई थाह छ,

$$OC = CD + OD$$

$$\Rightarrow 11.62 = CD + 1.62$$

$$\therefore CD = 10 \text{ m}$$

समकोणी ΔBCD मा,

$$\tan B = \frac{p}{b} = \frac{CD}{BD}$$

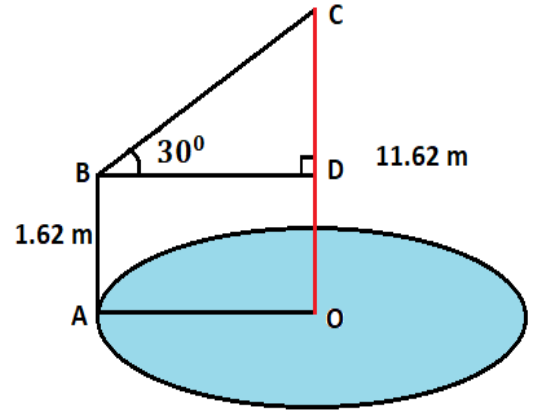
$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{10}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{BD}$$

$$\therefore BD = 17.32 \text{ m} = AO$$

अब,

$$\begin{aligned} \text{पोखरीको क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times (AO)^2 \\ &= \frac{22}{7} \times (17.32)^2 \\ &= 942.8 \text{ sq. m} \end{aligned}$$



3. एउटा वृत्ताकार पोखरीको व्यास 100 m छ, जसको केन्द्रमा एउटा खम्बा रहेको छ । यदि पोखरीको वृत्ताकार परिधिको कुनै एउटा ठाउँबाट उक्त खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण θ पाइयो । पोखरीको गहिराइ 1.5 m भए र खम्बाको पूरा लम्बाइ 51.5 m छ भने θ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

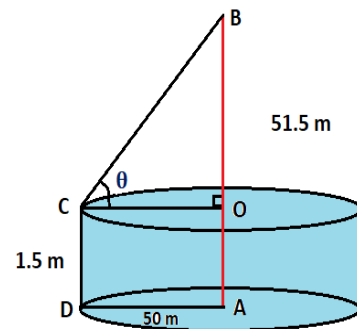
यहाँ,

उन्नतांश कोण ($\angle BCO$) . θ

पोखरीको गहिराइ (CD) = 1.5 m = AO

खम्बाको पूरा उचाइ (AB) = 51.5 m

पोखरीको व्यास (AD) = 50 m = CO



हामीलाई थाह छ,

$$AB = BO + AO$$

$$\Rightarrow 51.5 = BO + 1.5$$

$$\Rightarrow BO = 50 \text{ m}$$

समकोणी ΔBCO मा,

$$\tan C = \frac{p}{b} = \frac{BO}{CO}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{BO}{CO}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{50}{50}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = 1$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(1)$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

मूल्याङ्कन

तल उल्लेख गरिएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

- एउटा वृत्ताकार पोखरीको केन्द्रमा एउटा खम्बा रहेको छ जसको पानीमाथिको उचाइ 15.50 m रहेको छ । यदि पोखरीको वृत्ताकार परिधिको कुनै एउटा ठाउँबाट 1.5 m उचाइ भएको कुनै एकजना मानिसले उक्त खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण 60° पाइयो भने सो पोखरीको क्षेत्रफल कति रहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा वृत्ताकार पोखरीको व्यास 150 m छ जसको केन्द्रमा एउटा खम्बा रहेको छ । यदि पोखरीको वृत्ताकार परिधिको कुनै एउटा ठाउँबाट उक्त खम्बाको टुप्पो अवलोकन गर्दा उन्नतांश कोण β पाइयो । पोखरीको गहिराइ 2.75 m भए र खम्बाको पूरा लम्बाइ 82.75 m छ भने β को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं.303 को प्रश्न नं. 7 र 12 समाधान गर्नुहोस् ।

सातौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) उन्नतांश कोण र अवनति कोणहरूसँग सम्बन्धित थप शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न सक्नेछन् ।

शैक्षणिक सामग्री

ससाना प्रश्नहरू लेखिएका ससाना चार्टहरू ।

क्रियाकलाप - 1

(क) कक्षाका सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई आवश्यकतानुसार विभिन्न समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहहरूलाई प्रश्नहरू लेखिएको चार्टहरू बाँड्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहहरूलाई आपसमा छलफल गरि दिइएको प्रश्नहरूको उत्तर निकाल्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू :

1. एउटा 15 m अग्लो रुख हुरी बतासको कारणले भाँचिएर नछुट्टिएको अवस्थामा त्यसको टुप्पोले जमिनमा छुँदा जमिनसँग 60° कोण बनाएको पाइयो । यहाँ रुखको भाँचिएको भागको लम्बाइ कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

उन्नतांश कोण ($\angle CAB$) = 60°

रुखको भाँचिएको भागको लम्बाइ (AC) = x m (मानौं)

रुखको बाँकी भागको लम्बाइ (BC) = (15 - x) m

समकोणी ΔABC मा,

$$\sin A = \frac{p}{h} = \frac{BC}{AC}$$

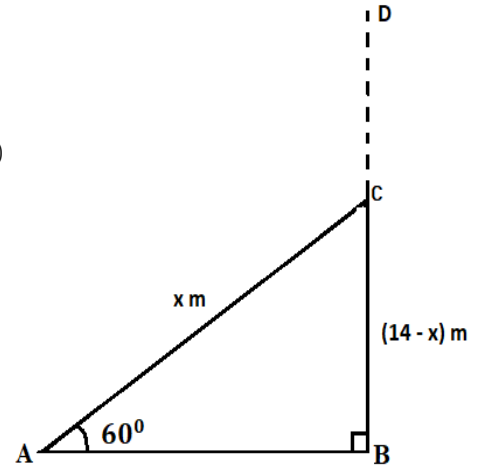
$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{15 - x}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15 - x}{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x = 2(15 - x)$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x = 30 - 2x$$

$$\Rightarrow 1.73x + 2x = 30$$



$$\Rightarrow 3.73 x = 30$$

$$\therefore x = 8.04$$

$$\therefore AC = 8.04 \text{ m}$$

\therefore उक्त रुखको भाँचिएको भागको लम्बाइ 8.04 m रहेछ ।

2. एउटा रुख हुरी बतासको कारणले भाँचिएर नछुट्टिएको अवस्थामा त्यसको टुप्पोले जमिनमा छुँदा जमिनसँग 30° कोण बनाएको पाइयो । यदि रुखको भाँचिएको भागले रुखको फेदबाट $15\sqrt{3}$ m टाढा जमिनमा छोएको छ भने भाँचिनुभन्दा अगाडिको रुखको वास्तविक उचाइ कति थियो होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

उन्नतांश कोण $\angle CAB = 30^\circ$

रुखको भाँचिएको भागको टुप्पो र फेदबिचको दुरी $(AB) = 15\sqrt{3}$ m

समकोणी ΔABC मा,

$$\tan A = \frac{p}{b} = \frac{BC}{AB}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{BC}{15\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{15\sqrt{3}}$$

$$\therefore BC = 15 \text{ m}$$

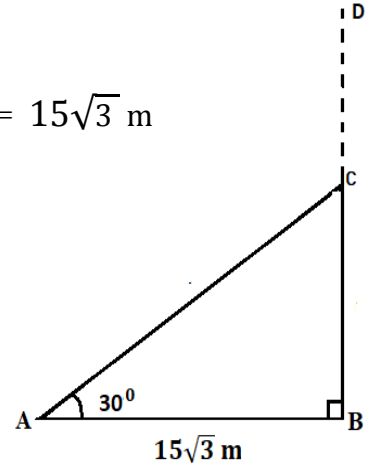
Again,

$$\cos A = \frac{b}{h} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{AC}$$

$$\therefore AC = 30 \text{ m}$$



अब,

$$\begin{aligned}\text{भाँचिनुभन्दा अगाडिको रुखको वास्तविक उचाइ} &= BC + AC \\ &= 15 + 30 \\ &= 45 \text{ m}\end{aligned}$$

क्रियाकलाप - 2

विद्यार्थीलाई पहिलेकै समूहमा बसी तलको उचाइ र दुरी सम्बन्धी शाब्दिक समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् र प्राप्त नतिजा कक्षामा छलफल गराउनुहोस् ।

3. एउटा 18 m अग्लो रुख हुरी बतासको कारणले भाँचिएर नछुट्टिएको अवस्थामा त्यसको टुप्पोले जमिनमा छुँदा जमिनसँग 30° कोण बनाएको पाइयो । यहाँ रुखको भाँचिएको भागको लम्बाइ कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

तल उल्लेख गरिएका समस्याहरू कक्षाकार्य र गृहकार्यमा दिई परीक्षण गरेर पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् :

(क) कक्षाकार्य

1. एउटा रुख हुरी बतासको कारणले भाँचिएर नछुट्टिएको अवस्थामा त्यसको टुप्पोले जमिनमा छुँदा जमिनसँग 60° कोण बनाएको पाइयो । यदि रुखको भाँचिएको भागले रुखको फेदबाट 8 m टाढा जमिनमा छोएको छ भने भाँचिनुभन्दा अगाडिको रुखको वास्तविक उचाइ कति थियो होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ नं.301 को प्रश्न नं. 4 समाधान गर्नुहोस् ।

आठौँ पिरियड

सिकाइ उपलब्धि

(क) उचाइ र दुरीसँग सम्बन्धित व्यावहारिक समस्याहरू समाधान कार्य गर्न सक्नेछन् ।

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्डहरू, क्लाइनोमिटर, लम्बाइ नाप्ने फित्ता ।

क्रियाकलाप - 1

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याको आधारमा विभिन्न समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई एकएक सेट क्लाइनोमिटर र लम्बाइ नाप्ने फित्ता बाँड्नुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई आफ्नो वरपर कुनै अग्लो भागमा रहेको वस्तु वा होचो भागमा रहेको एकएक ओटा वस्तुको अवलोकन गरी तिनीहरूको उचाइ र दुरीका आधारमा बन्ने कोणहरू र दुरीका आधारमा बनेको उचाइहरू मापन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) विद्यार्थीले तोकिएको समयमा तयार गरेको विवरणलाई समूहगत रूपमा कक्षामा प्रस्तुत गराउनुहोस् ।

नोट: विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड 2080 प्रयोग गरि व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

अनुसूची

अनुसूची १. नमुना रुब्रिक्स

व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

समूहगत व्यावहारिक गणितीय समस्याहरू समाधान कार्य प्रस्तुतिको मूल्याङ्कन रुब्रिक्स

क्षेत्र	आधार	सूचक	अङ्क	प्राप्ताङ्क
1	गणितीय ज्ञानको शुद्धता	गणितीय जानकारीहरूको सङ्कलन, ब्याजहरूसम्बन्धी आवश्यक सहि सूत्रहरू लेखन तथा जानकारीअनुसार मानहरूको प्रतिस्थापन तथा गणना कार्यहरूमा कुनै त्रुटि नभएको	2	
		गणितीय जानकारीहरूको सङ्कलन, ब्याजहरूसम्बन्धी आवश्यक सहि सूत्रहरू लेखन तथा जानकारीअनुसार मानहरूको प्रतिस्थापन तथा गणना कार्यहरूमा सामान्य त्रुटि भएको र पृष्ठपोषणपछि सच्याइएको	1.5	
		गणितीय जानकारीहरूको सङ्कलन, ब्याजहरूसम्बन्धी आवश्यक सहि सूत्रहरू लेखन तथा जानकारीअनुसार मानहरूको प्रतिस्थापनमा केहि गल्तीहरू भएका तथा गणना कार्यहरूमा त्रुटि भएको र पृष्ठपोषणपछि सच्याइएको	1	
		ब्याजहरूसम्बन्धी आवश्यक सहि सूत्रहरू लेखेका तर जानकारीअनुसार मानहरूको प्रतिस्थापनमा गल्तीहरू भएका तथा गणना कार्यहरूमा पनि अत्यधित त्रुटि भएको	0.5	

